

УДК 550.837.22

DOI: 10.31660/0445-0108-2022-2-19-36

## **Решения естественного электрического потенциала для косоугольных и многогранных поляризованных тел**

**А. Н. Дмитриев**

*Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия*  
dmitriev38@inbox.ru

**Аннотация.** Выполнены решения для нахождения естественного электрического потенциала от поляризованных косоугольных (4-гранных с полной асимметрией) и многогранных электропроводящих тел, встречающихся в природе. Косоугольное тело представляет собой пласт с различными углами наклона его верхней кромки и боковых граней, то есть тело, которое обладает полной асимметрией. Теоретический перебор различных комбинаций углов наклона граней и длин этих граней позволяет подобрать аномалию электрического потенциала для четырехгранных тел любой сложности. Многогранное тело представляет собой 8-гранник, который на расстоянии одного и более внутренних радиусов от его поверхности достаточно точно аппроксимирует сферу. Решения для поляризованных косоугольных (4-гранных) и многогранных электропроводящих тел проверены на примерах интерпретации аномалий естественного электрического потенциала, наблюдаемых над реальными рудными объектами. В результате полученные решения расширяют возможности метода естественного электрического поля при решении инверсионных задач и тем самым повышают его эффективность.

**Ключевые слова:** естественный электрический потенциал, поляризованное косоугольное тело, поляризованное многогранное тело, наблюдаемый Вейсс-потенциал

**Для цитирования:** Дмитриев, А. Н. Решения естественного электрического потенциала для косоугольных и многогранных поляризованных тел / А. Н. Дмитриев. – DOI 10.31660/0445-0108-2022-2-19-36 // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2022. – № 2. – С. 19–36.

## **Solutions of the natural electric potential for skew and polyhedral polarized bodies**

**Arkadiy N. Dmitriev**

*Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia*  
dmitriev38@inbox.ru

**Abstract.** Solutions for finding the natural electric potential from polarized oblique-angled (4-sided with complete asymmetry) and polyhedral electron-conducting bodies found in nature are performed. An oblique body is a layer with different angles of inclination of its upper edge and side faces, i.e. a body that has complete asymmetry. A theoretical search of various combinations of the angles of inclination of the faces and the lengths of these faces allows you to select an anomaly of the electric potential for tetrahedral bodies of any complexity. A polyhedral body is an 8-sided one that approximates a sphere fairly accurately at a distance of one or more internal radii from its surface. Solutions for polarized oblique-angled (4-sided) and polyhedral electron-conducting bodies are tested on examples of interpretation of anomalies of the natural electric

potential observed over real ore objects. As a result, the solutions obtained expand the possibilities of the natural electric field method in solving inversion problems and, thereby, increase its efficiency.

**Keywords:** natural electric potential, polarized oblique-angled body, polarized polyhedral body, observed Weiss potential

**For citation:** Dmitriev, A. N. (2022). Solutions of the natural electric potential for skew and polyhedral polarized bodies. *Oil and Gas Studies*, (2), pp. 19-36. (In Russian). DOI: 10.31660/0445-0108-2022-2-19-36

## **Введение**

В работе [1] разработан математический аппарат естественного электрического потенциала для сложных тел типа: наклонный пласт любой толщины, тонкая пластина с возможным уклоном к горизонту, треугольный объект с вершиной вверх (антиклиналь) и треугольный объект с вершиной вниз (синклиналь). Полученные решения существенно дополнили теорию потенциала, представленную в работах [2, 3]. В результате новых решений для широко распространенных в земле рудных тел пластового типа появилась возможность в автоматизированном режиме выполнять одновременную интерпретацию любого количества рудных аномалий естественного электрического потенциала, наблюдаемых вдоль особенно длинных профилей [4]. Однако при этом отмечаются заметно возрастающие затраты времени при переходе от расчетов параметров для одного-трех тел одного типа к двум десяткам и более тел с различными типами и соответствующими им формулами. Еще более тормозящим фактором при интерпретации аномалий естественного потенциала являются ситуации, когда программа не достигает заданной погрешности подбора параметров поляризованных тел при оптимально заданном количестве итераций. Их любое увеличение, как правило, все равно не приводит к необходимому успеху. Анализ многочисленных результатов интерпретации показал, что «плохой» подбор параметров для некоторых рудных тел обычно связывается с несоответствием конфигурации этих тел теоретическим моделям — косоугольным параллелепипедам правильной формы. Безусловно, природные поляризованные тела часто имеют более сложные формы, не укладывающиеся в известные теоретические модели.

Поэтому в данной статье продолжается развитие теории потенциала, но уже как для косоугольного тела неправильной формы с любыми углами наклона его поляризованных граней, так и для 8-гранника, приближенно заменяющего горизонтальный цилиндр, а в ряде случаев при определенных начальных условиях поляризованную сферу. Преимуществом косоугольного тела является то, что на базе одной формулы можно вести одновременно расчеты потенциала для пластовых и квазипластовых (с сечением косоугольного параллелепипеда) поляризованных тел. Тем самым представляется возможным, во-первых, сократить временные затраты на интерпретацию особенно сложных (многообъектных) аномальных графиков естественного потенциала и, во-вторых, заметно повысить точность решения обратных задач за счет наиболее близкого подбора конфигурации аномального объекта.

### Решение прямой задачи для поляризованного тела, подобного косоугольному параллелепипеду бесконечного простираения

Метод естественного электрического поля основан на изучении локальных электрических постоянных полей, возникающих в горных породах в силу различных физико-химических процессов. Небольшие собственные потенциалы диффузионно-адсорбционной и фильтрационной природы существуют практически повсеместно. Интенсивные же поля окислительно-восстановительной природы наблюдаются только над сульфидными и графитными залежами. Как правило, объектами поиска метода естественного поля являются рудные тела (электронные проводники), расположенные в ионной среде. На границах таких объектов образуются двойные электрические слои, у которых заряды внешнего слоя служат источниками естественного электрического поля. Но если электронные проводники располагаются в окислительно-восстановительной среде, то внешние заряды двойных электрических слоев перестраиваются следующим образом. Внешняя верхняя часть проводника под воздействием большого количества ионов кислорода заряжается отрицательно, нижняя часть проводника (в восстановительной зоне в отсутствии кислорода) — положительно [3, 5]. При таком сочетании одновременно существующих отрицательно и положительно поляризованных участков поверхности проводника будет целесообразным рассчитать внешний электрический потенциал в точках наблюдений с помощью простых законов электростатики. В частности, для этих целей может быть успешно реализована функция Грина  $G = \frac{1}{r} - \frac{1}{r'}$  для пластины (ограниченной плоскости по ширине и длине), заряженной до потенциала  $U_0$  и размещенной на границе непроводящего полупространства с бесконечным заземленным экраном (задача Дирихле), имитирующим электронный проводник [6].

Рассмотренное выше позволяет сформулировать задачу. Поляризованный косоугольный пласт (рис. 1) располагается в однородном плохо проводящем изотропном полупространстве. Верхняя грань пласта и верхняя часть его боковых граней заряжены до потенциала  $-U_0$ , нижняя часть боковых граней и нижняя грань — до  $+U_0$ . В точках перехода отрицательных значений  $U_0$  к положительным соблюдается условие  $U_0 = 0$ . Эпицентр косоугольного пласта находится на расстоянии  $X_0$  от начала координат, которое располагается на дневной поверхности слева от пласта. Глубина до верхней кромки пласта составляет  $h$ , ось  $Y$  направлена по простираению пласта, ось  $X$  — вкrest. Параметры пласта: видимая и наклонная верхняя кромка равна  $2b$ , ее угол наклона относительно дневной поверхности равен  $\beta$ , угол падения левой грани —  $\alpha$ , угол падения правой грани —  $\gamma$ .

Расчет потенциала для верхнего полупространства от заряженных граней косоугольного параллелепипеда выполняется с помощью интегрального выражения, найденного через функцию Грина  $G = \frac{1}{R} - \frac{1}{R'}$  [6]:

$$U_M = \frac{U_0 z}{2\pi} \int \frac{dS}{R^3}. \quad (1)$$

В результате соответствующих математических преобразований приходим к выражению [1, 4, 6]

$$U_M = \sum_{i=1}^n \frac{U_0}{\pi} \Delta\varphi_i = \frac{U_0}{\pi} (\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_2 - \Delta\varphi'_1 - \Delta\varphi'_3), \quad (2)$$

где  $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_3$  — угол видимости из точки  $x_i$  положительно заряженных боковых граней слева пласта  $d_2$  и справа пласта (когда текущая точка  $x_i$  находится справа)  $d_4$ ;

$\Delta\varphi_2$  — угол видимости из точки  $x_i$  отрицательно заряженной верхней грани (кромки) пласта  $2b$ ;

$\Delta\varphi'_1, \Delta\varphi'_3$  — угол видимости из точки  $x_i$  отрицательно заряженных боковых граней слева пласта  $d_1$  и справа пласта (когда текущая точка  $x_i$  находится справа)  $d_3$ .

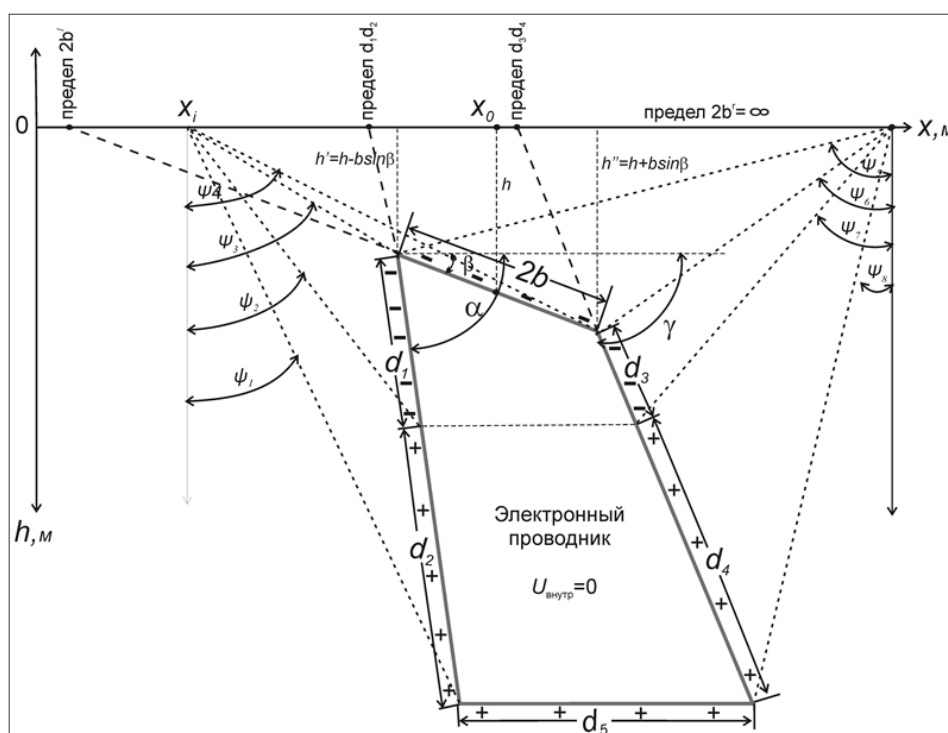


Рис. 1. Расчет естественного электрического потенциала для косоугольного пласта бесконечного простираения

Расчеты потенциалов  $U_i$  от граней пласта, с учетом их видимости в точках измерений, выполняются в заданных пределах:

- для верхней кромки ( $2b$ ):

$$\text{от } x_0 - \frac{h}{tg\beta} = \lim 1 \text{ до } +\infty; \quad (3.1)$$

- для левой грани пласта с ее отрицательной ( $d_1$ ) и положительной ( $d_2$ ) частями:

$$\text{от } -\infty \text{ до } x_0 - b\cos\beta - \frac{h-b\sin\beta}{tg\alpha} = \lim 2, \quad (3.2)$$

- для правой грани пласта с ее отрицательной ( $d_3$ ) и положительной ( $d_4$ ) частями:

$$\text{от } x_0 + b\cos\beta - \frac{h+b\sin\beta}{tg\gamma} = \lim 3 \text{ до } +\infty. \quad (3.3)$$

Для отыскания распределения суммарного потенциала  $U_M$  от косоугольного пласта выразим  $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_3, \Delta\varphi_1'$  и т. д. через параметры пласта и координаты точек наблюдения следующим образом (см. рис. 1):

$\Delta\varphi_1$  находится с левой стороны пласта и определяется разностью углов  $\psi_2$  и  $\psi_1$ :

$$\Delta\varphi_1 = \psi_2 - \psi_1 = \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - b\cos\beta + (d_1 + d_2)\cos\alpha}{h - b\sin\beta + (d_1 + d_2)\sin\alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - b\cos\beta + d_1\cos\alpha}{h - b\sin\beta + d_1\sin\alpha}. \quad (4.1)$$

$\Delta\varphi_3$  находится с правой стороны пласта и определяется разностью углов  $\psi_7$  и  $\psi_8$ :

$$\Delta\varphi_3 = \psi_7 - \psi_8 = \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - b\cos\beta - d_3\cos\gamma}{h + b\sin\beta + d_3\sin\gamma} - \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - b\cos\beta - (d_3 + d_4)\cos\gamma}{h + b\sin\beta + (d_3 + d_4)\sin\gamma}. \quad (4.2)$$

$\Delta\varphi_2$  находится с левой стороны пласта и определяется разностью углов  $\psi_4$  и  $\psi_3$ :

$$\Delta\varphi_2 = \psi_4 - \psi_3 = \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i + b\cos\beta}{h + b\sin\beta} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - b\cos\beta}{h - b\sin\beta}. \quad (4.3)$$

$\Delta\varphi_1'$  находится с левой стороны пласта и определяется разностью углов  $\psi_3$  и  $\psi_2$ :

$$-\Delta\varphi_1' = -(\psi_3 - \psi_2) = \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - b\cos\beta + d_1\cos\alpha}{h - b\sin\beta + d_1\sin\alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - b\cos\beta}{h - b\sin\beta}. \quad (4.4)$$

$\Delta\varphi_1''$  находится с правой стороны пласта и определяется разностью углов  $\psi_6$  и  $\psi_7$ :

$$-\Delta\varphi_1'' = -(\psi_6 - \psi_7) = \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - b\cos\beta - d_3\cos\gamma}{h + b\sin\beta + d_3\sin\gamma} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - b\cos\beta}{h + b\sin\beta}. \quad (4.5)$$

Тогда суммарный потенциал  $U_M$  при подстановке выражений (4.1)–(4.5) в формулу (2) с учетом пределов расчета потенциалов от граней (3.1–3.3) будет равен

$$\begin{aligned}
U_M = \frac{U_0}{\pi} & \left\{ \left[ \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - b \cos \beta}{h - b \sin \beta} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i + b \cos \beta}{h + b \sin \beta} \right]_{\lim 1}^{x=\infty} + \right. \\
& + \left[ 2 \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - b \cos \beta + d_1 \cos \alpha}{h - b \sin \beta + d_1 \sin \alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - b \cos \beta + (d_1 + d_2) \cos \alpha}{h - b \sin \beta + (d_1 + d_2) \sin \alpha} - \right. \\
& - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - b \cos \beta}{h - b \sin \beta} \Big]_{x=-\infty}^{\lim 2} + \left[ \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - b \cos \beta - d_3 \cos \gamma}{h + b \sin \beta + d_3 \sin \gamma} - \right. \\
& \left. \left. - \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - b \cos \beta - (d_3 + d_4) \cos \gamma}{h + b \sin \beta + (d_3 + d_4) \sin \gamma} - \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - b \cos \beta}{h + b \sin \beta} \right]_{\lim 3}^{x=\infty} \right\}, \quad (5)
\end{aligned}$$

где  $U_0$  — собственный потенциал поверхности поляризованного пласта, при расчетах по формуле (5) задается со знаком «+».

По формуле (5) проведены расчеты графиков потенциала для поляризованного пласта с параметрами:  $X_0 = 500$  м,  $U_0 = 200$  мВ,  $h = 10$  м,  $2b = 60$  м,  $d_1 = 50$  м,  $d_2 = 300$  м,  $\alpha = 70^\circ$ ,  $\gamma = 40^\circ$ ,  $\beta = 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 10^\circ$  (рис. 2). В свою очередь, параметры  $d_3$  и  $d_4$  для соблюдения условия замкнутости фигур на основе заданных параметров:  $d_1$ ,  $d_2$  и  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  находятся по формулам

$$d_3 = \frac{d_1 - 2b \sin \beta \sin \alpha}{\sin(180 - \alpha) \sin \gamma}, \quad (6)$$

$$d_4 = d_2 \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}. \quad (7)$$

Из рисунка 2 видно, что, во-первых, графики потенциалов относительно эпицентра пласта асимметричны из-за иного угла наклона правой отрицательно и положительно заряженной грани.

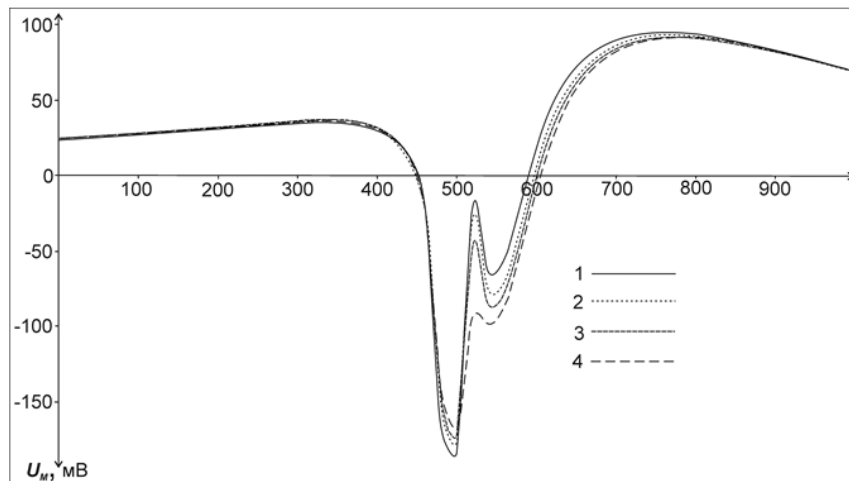


Рис. 2. Графики естественного электрического потенциала над косоугольным пластом

Во-вторых, с увеличением наклона верхней кромки пласта возрастает амплитуда ложного центрального максимума потенциала. Это, в свою очередь, приводит к ложному восприятию присутствия двух сближенных простых пластов различной интенсивности собственного потенциала. И, в-третьих, если возрастает неравенство  $\gamma > \alpha$ , то амплитуда правой положительной ветви всегда больше амплитуды левой ветви. В случае обратного неравенства  $\gamma < \alpha$  следует, что амплитуда левого экстремума должна превышать амплитуду правого.

Угол наклона верхней кромки пласта  $\beta$ : 1–2°; 2–4°; 3–6°; 4–10°; левой грани  $\alpha = 70^\circ$ ; правой грани  $\gamma = 40^\circ$ .

Теперь обратимся к практике. В книге А. С. Семенова [3] приводятся графики естественного электрического потенциала (рис. 3 а) над полиметаллическим колчеданным месторождением (рис. 3 б). Как полагает А. С. Семенов, правильному истолкованию малоинтенсивной отрицательной аномалии потенциала, фиксируемой непосредственно над рудным телом, мешает интенсивная положительная аномалия с восточной стороны рудного тела. Поэтому А. С. Семенов для объяснения существования такой интенсивной положительной аномалии считает присутствие у рудного тела горизонтальной поляризации с положительным зарядом у его висячего бока.

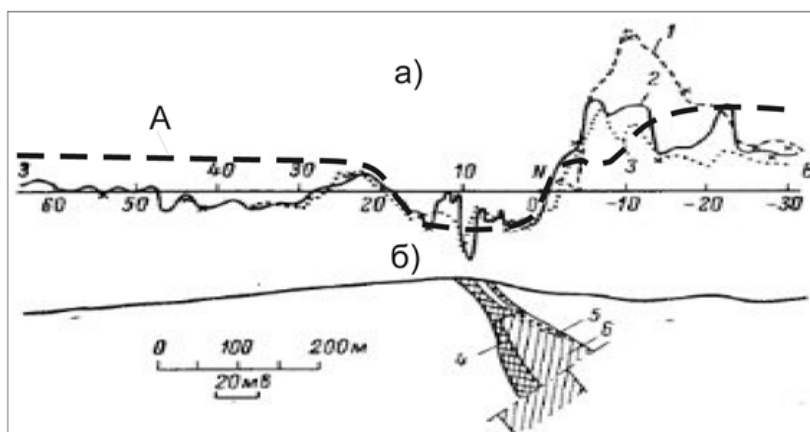


Рис. 3. Сопоставление графиков естественного электрического потенциала, наблюдаемых над полиметаллическим колчеданным месторождением, 1, 2, 3 (по А. С. Семенову, 1980) и теоретически рассчитанного А (1, 2, 3 — графики, наблюдаемые в разные дни; 4 — окисленные руды; 5, 6 — вторичные и первичные сульфидные руды)

Однако имеются работы, где теоретически и экспериментально доказано, что основным и единственным знакоопределяющим фактором является вертикальный геотемпературный градиент для всех электропроводящих (рудных и графитовых) тел пластового типа. Следовательно, у рассматриваемого рудного тела должна неизбежно наблюдаться преимущественно вертикальная поляризация. Для выяснения этой проблемы выполнен прямой расчет по формуле (5) с учетом именно вертикальной поляризации. В результате полученный график потенциала А (см. рис. 3 а) достаточно хорошо совмещается с семейством наблюдаемых графиков есте-

ственных потенциалов 1, 2 и 3 (см. рис. 3 а), особенно в средней части этих графиков. В то же время заметно расходятся как западные ветви из-за недоучета отрицательной аномалии между пикетами 30–50 от пиритизированной зоны [3], так и восточные ветви из-за «меняющихся во времени полей» на этом отрезке исследований. График А получен для следующих параметров рудного тела:  $x_0 = 500$  м,  $U_0 = 100$  мВ,  $h = 10$  м,  $2b = 200$  м,  $d_1 = 200$  м,  $d_2 = 50$  м,  $d_3 = 25$  м,  $d_4 = 280$  м,  $\alpha = 64^\circ$ ,  $\gamma = 30^\circ$ ,  $\beta = 3^\circ$ .

Отсюда следует, что встречающиеся на практике сложно построенные рудные тела могут быть успешно проинтерпретированы с помощью рассмотренного решения для косоугольного пласта.

### **Решение прямой задачи для поляризованного 8-гранного тела, аппроксимирующего горизонтальный цилиндр бесконечного прости- рания**

В книге [3] приведено решение для сферы с отрицательно и положительно поляризованными одинаковых размеров полушариями, что является частным случаем и на практике маловероятным. В основном все встречающиеся поляризованные рудные и графитистые тела пластовой или иной формы имеют всегда значительно меньший отрицательный полюс относительно положительно заряженного полюса. В этой связи рассматривается решение для поляризованного 8-гранника, достаточно точно аппроксимирующего сферу на расстояниях, превышающих от его внешней кромки 1 и более внутреннего радиуса 8-гранника.

Сформулируем задачу. Проводящий 8-гранник (рис. 4) располагается в однородном плохо проводящем изотропном полупространстве. Верхняя грань 8-гранника и верхняя часть его боковых граней (2 и 8, см. рис. 4) заряжены до потенциала  $-U_0$ , нижняя часть этих боковых граней (3, 4, 6 и 7) и нижняя грань — до  $+U_0$ . В точках перехода отрицательных значений  $U_0$  к положительным соблюдается условие  $U_0 = 0$ . Эпицентр 8-гранника находится на расстоянии  $X_0$  от начала координат, которое располагается на дневной поверхности слева от 8-гранника. Глубина до его верхней кромки составляет  $h$ . Параметры 8-гранника: отрицательно заряженная верхняя кромка (верхняя грань) равна  $a$ , внешний угол наклона каждой грани относительно смежной грани —  $\alpha$ , радиус вписанной окружности —  $r$ , отрицательно заряженная часть граней 2 и 8 соответствует  $d_1$ , а к положительно заряженной части граней 2 и 8 относится  $a - d_1$  (см. рис. 4).

Расчет потенциала для верхнего полупространства от заряженных граней 8-гранника выполняется с помощью интегрального выражения (1), в результате соответствующих математических преобразований которого приходим к выражению [1, 4, 6]:

$$U_M = \sum_{i=1}^n \frac{U_0}{\pi} \Delta\varphi_i = \frac{U_0}{\pi} (\Delta\varphi_6 + \Delta\varphi_7 + \Delta\varphi'_8 - \Delta\varphi''_8 - \Delta\varphi_1 - \Delta\varphi'_2 + \Delta\varphi''_2 + \Delta\varphi_3 + \Delta\varphi_4), \quad (8)$$

где  $\Delta\varphi_6, \Delta\varphi_7, \Delta\varphi_3, \Delta\varphi_4$  — углы видимости из точки  $x_i$  положительно заряженных боковых граней 6, 7, 3 и 4;  $\Delta\varphi'_8, \Delta\varphi'_2$  — углы видимости из точки  $x_i$  положительно заряженных боковых граней 8 и 2;  $\Delta\varphi''_8, \Delta\varphi''_2$  — углы видимости из точки  $x_i$  отрицательно заряженных боковых граней 8 и 2;  $\Delta\varphi_1$  — угол видимости из точки  $x_i$  отрицательно заряженной верхней грани 1.



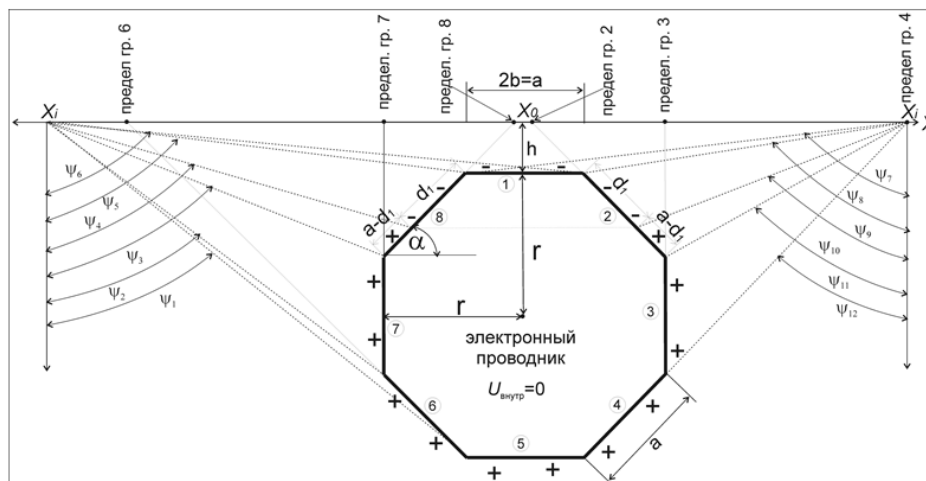


Рис. 4. Расчет естественного электрического потенциала для горизонтального 8-гранного цилиндра бесконечного простираения

Расчет от грани 5 не предусматривается, так как угол ее видимости на дневной поверхности равен 0.

Расчеты потенциалов  $U_i$  от граней 8-гранника, с учетом их видимости в точках измерений, выполняются в заданных пределах

для верхней кромки: от  $-\infty$  до  $+\infty$ , (9.1)

грани 6: от  $-\infty$  до  $x_0 - r - (h + r + \frac{a}{2})\tan\alpha = \lim 1$ , (9.2)

грани 7: от  $-\infty$  до  $x_0 - r = \lim 2$ , (9.3)

грани 8: от  $-\infty$  до  $x_0 - \frac{a}{2} + h/\tan\alpha = \lim 3$ , (9.4)

грани 2: от  $x_0 + \frac{a}{2} - h/\tan\alpha = \lim 4$  до  $+\infty$ , (9.5)

грани 3: от  $x_0 + r = \lim 5$  до  $+\infty$ , (9.6)

грани 4: от  $x_0 + r + (h + r + \frac{a}{2})\tan\alpha = \lim 6$  до  $+\infty$ . (9.7)

Для отыскания распределения суммарного потенциала  $U_M$  от 8-гранного тела выразим углы видимости  $\Delta\phi_6, \Delta\phi_7, \Delta\phi_8'$  и т. д. через его параметры и координаты точек наблюдения следующим образом (см. рис. 4):

$\Delta\phi_6$  находится с левой стороны 8-гранника и определяется разностью углов  $\psi_2$  и  $\psi_1$

$$\Delta\phi_6 = \psi_2 - \psi_1 = \text{atan} \frac{x_0 - x_i - r}{h + r + \frac{a}{2}} - \text{atan} \frac{x_0 - x_i - \frac{a}{2}}{h + 2r}. \quad (10.1)$$

$\Delta\varphi_7$  находится с левой стороны 8-гранника и определяется разностью углов  $\psi_3$  и  $\psi_2$

$$\Delta\varphi_7 = \psi_3 - \psi_2 = \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - r}{h + a \cos \alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - r}{h + r + \frac{a}{2}}. \quad (10.2)$$

$\Delta\varphi_8$  находится с левой стороны 8-гранника и определяется разностью углов  $\Delta\varphi'_8$  и  $\Delta\varphi''_8$ , где  $\Delta\varphi'_8 = \psi_4 - \psi_3$ , а  $\Delta\varphi''_8 = \psi_5 - \psi_4$ , то есть являются отрезками грани 8 с зарядами разного знака:

$$\Delta\varphi_8 = \Delta\varphi'_8 - \Delta\varphi''_8 = 2 \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - \frac{a}{2} - d_1 \sin \alpha}{h + d_1 \cos \alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - r}{h + a \cos \alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - \frac{a}{2}}{h}. \quad (10.3)$$

$\Delta\varphi_1$  находится с левой стороны 8-гранника и определяется разностью углов  $\psi_6$  и  $\psi_5$

$$-\Delta\varphi_1 = -(\psi_6 - \psi_5) = -\operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i + \frac{a}{2}}{h} + \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - \frac{a}{2}}{h}. \quad (10.4)$$

$\Delta\varphi'_1$  находится с правой стороны 8-гранника и определяется разностью углов  $\psi_7$  и  $\psi_8$

$$-\Delta\varphi'_1 = -(\psi_7 - \psi_8) = -\operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 + \frac{a}{2}}{h} + \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - \frac{a}{2}}{h}. \quad (10.5)$$

$\Delta\varphi_2$  находится с правой стороны 8-гранника и определяется разностью углов  $\Delta\varphi''_2$  и  $\Delta\varphi'_2$ , где  $\Delta\varphi''_2 = \psi_9 - \psi_{10}$ , а  $\Delta\varphi'_2 = \psi_8 - \psi_9$ , то есть являются отрезками грани 2 с зарядами разного знака

$$\Delta\varphi_2 = \Delta\varphi''_2 - \Delta\varphi'_2 = \left( 2 \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - \frac{a}{2} - d_1 \sin \alpha}{h + d_1 \cos \alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_i - x_{i0} - r}{h + a \cos \alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - \frac{a}{2}}{h} \right). \quad (10.6)$$

$\Delta\varphi_3$  находится с правой стороны 8-гранника и определяется разностью углов  $\psi_{10}$  и  $\psi_{11}$

$$\Delta\varphi_3 = \psi_{10} - \psi_{11} = -\operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - r}{h + r + \frac{a}{2}} + \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - r}{h + a \cos \alpha}. \quad (10.7)$$

$\Delta\varphi_4$  находится с правой стороны 8-гранника и определяется разностью углов  $\psi_{11}$  и  $\psi_{12}$

$$\varphi_4 = \psi_{11} - \psi_{12} = \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - \frac{a}{2}}{h} - \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - \frac{a}{2} - d_1 \sin \alpha}{h + d_1 \cos \alpha}. \quad (10.8)$$

Тогда суммарный потенциал  $U_M$  при подстановке выражений (10.1)–(10.8) в формулу (8) с учетом пределов расчета потенциалов 9.1)–(9.7) от граней будет равен

$$\begin{aligned}
U_M = \frac{U_0}{\pi} & \left\{ \left[ \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - r}{h + r + a/2} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - \frac{a}{2}}{h + 2r} \right]_{-\infty}^{\lim 1} + \right. \\
& + \left[ \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - r}{h + a \cos \alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - r}{h + r + a/2} \right]_{-\infty}^{\lim 2} + \left[ 2 \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - \frac{a}{2} - d_1 \sin \alpha}{h + d_1 \cos \alpha} - \right. \\
& - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - r}{h + a \cos \alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - \frac{a}{2}}{h} \left. \right]_{-\infty}^{\lim 3} + \left[ \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i - \frac{a}{2}}{h} + \operatorname{atan} \frac{x_0 - x_i + \frac{a}{2}}{h} \right]_{-\infty}^{+\infty} \\
& + \left[ 2 \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - \frac{a}{2} - d_1 \sin \alpha}{h + d_1 \cos \alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - r}{h + a \cos \alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - \frac{a}{2}}{h} \right]_{\lim 4}^{+\infty} + \\
& + \left[ \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - r}{h + a \cos \alpha} - \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - r}{h + r + a/2} \right]_{\lim 5}^{+\infty} + \left. \left[ \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - r}{h + r + a/2} - \operatorname{atan} \frac{x_i - x_0 - \frac{a}{2}}{h + 2r} \right]_{\lim 6}^{+\infty} \right\}. \quad (11)
\end{aligned}$$

По формуле (11) проведены расчеты графиков потенциала для поляризованного 8-гранника с параметрами:  $x_0 = 2\,500$  м,  $U_0 = 525$  мВ,  $h = 11, 100, 500, 1\,000$  м,  $r = 550$  м,  $\text{OTN} = 0,55$ ,  $\alpha = 45^\circ$  (см. рис. 2). В свою очередь, параметр  $\text{OTN}$  является отношением отрицательно заряженной части грани 8 (или 9)  $d_1$  к полной грани размером  $a$ , то есть  $\text{OTN} = d_1/a$ . Именно с помощью этого параметра при решении обратных задач алгоритм осуществляет наиболее вероятный подбор величины  $d_1$ , то есть размеров отрицательно заряженных граней 8 и 2. Одновременно с  $d_1$  определяется и величина  $a - d_1$ , соответствующая положительно заряженной части граней 8 и 2. Этот фрагмент алгоритма обладает гибкостью поиска эффективных размеров полюсов 8-гранника по сравнению с равенством размеров полюсов сферы по А. С. Семенову [3]. Кроме того, алгоритмом предусматривается автоматическое определение численной величины грани  $a$  через задаваемый размер вписанного в 8-гранник радиуса  $r$

$$a = 2r \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right), \quad (12)$$

с помощью чего строится полная фигура этого 8-гранника.

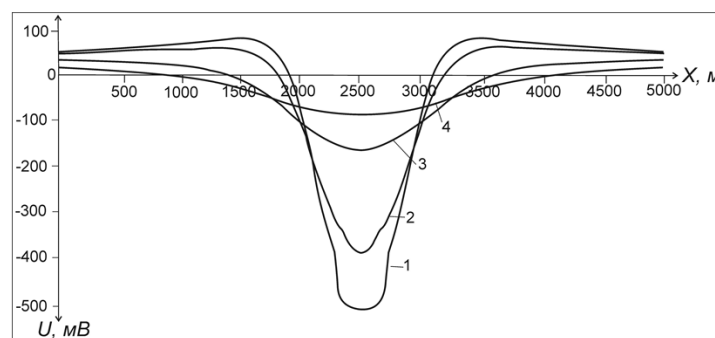


Рис. 5. Графики естественного электрического потенциала над 8-гранным цилиндром

Из рисунка 5 видно, что на глубинах, меньших вписанного радиуса  $r$ , наблюдаются искажения гладкости графиков за счет близости ломаных переходов от одной грани 8-гранника к другой (см. рис. 5, графики 1 и 2). Но уже на глубинах в один радиус  $r$  и более графики потенциала  $U$  являются гладкими (см. рис. 5, графики 3 и 4).

Глубина залегания верхней кромки 8-гранника  $h$ : 1 — 11 м, 2 — 100 м, 3 — 500 м, 4 — 1 000 м,  $r = \text{Const} = 550$  м.

### Примеры решения обратных задач

Приведем сопоставление результата интерпретации с помощью 8-гранника на примере графика Вейсс-потенциала  $U$  (рис. 6 а, б), принятого в зарубежной практике за эталон по оценке точности и информативности разрабатываемых способов, с результатами интерпретации других зарубежных авторов (таблица) [7, 8]. По расчетам аномалии потенциала от 8-гранного цилиндра получены следующие данные:  $x_0 = 116$  м,  $U_0 = 505$  мВ,  $h = 10$  м,  $r = 55,5$  м,  $a = 46$  м,  $\text{OTN} = 0,55$ ,  $\alpha = 45^\circ$ . Сопоставление рассчитанного графика с наблюдаемым Вейсс-потенциалом  $U$  и достигнутая при подборе относительная ошибка всего лишь 17,6 % указывают на несоответствие формы сечения подбираемого тела реальному (рис. 6 в, г).

В результате, как видно из рисунка 6, д, е графики наблюдаемого  $U$  и подобранного  $U_{\text{теор}}$  потенциалов имеют хорошее совпадение уже при средней относительной погрешности 7 %. Обнаружено основное аномальное тело 1, глубина которого как до его верхней кромки, так и до центра близка результатам других методов.

Для уточнения фигуры реального тела дополнительно выполнен автоматизированный подбор с различными телами пластовой формы согласно выражению [1]

$$\begin{aligned}
 U_z = \frac{U_0}{\pi} \left\{ \left[ -2 \operatorname{atan} \frac{-x + x_0 - b + d_1 \cos \alpha}{h + d_1 \sin \alpha} \right. \right. \\
 \left. \left. + \operatorname{atan} \frac{-x + x_0 - b + (d_1 + d_2) \cos \alpha}{h + (d_1 + d_2) \sin \alpha} + \right. \right. \\
 \left. \left. \operatorname{atan} \frac{x_0 - x - b}{h} \right]_{x=-\infty}^{x=x_0 - b - h \operatorname{ctg} \alpha} + \left[ \operatorname{atan} \frac{x_0 - x + b}{h} - \operatorname{atan} \frac{x_0 - x - b}{h} \right]_{x=-\infty}^{x=\infty} + \right. \\
 \left. + \left[ -2 \operatorname{atan} \frac{x - x_0 - b - d_1 \cos \alpha}{h + d_1 \sin \alpha} + \right. \right. \\
 \left. \left. + \operatorname{atan} \frac{x - x_0 - b - (d_1 + d_2) \cos \alpha}{h + (d_1 + d_2) \sin \alpha} + \operatorname{atan} \frac{x - x_0 - b}{h} \right]_{x=x_0 + b - h \operatorname{ctg} \alpha}^{x=\infty} \right\}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

где  $\alpha$  — угол наклона пласта;  $d_1, d_2$  — длины соответственно отрицательно и положительно заряженных полюсов пласта.

Кроме того, дополнительно обнаружено тело 2, которое расположено на глубине порядка 8 м и имеет небольшие геометрические параметры. Присутствие этого тела можно увидеть на карте потенциала по линейному втеканию изолиний внутрь аномалии в ее северной (верхней) части

Figure 1 consists of five panels (a-e) illustrating geophysical investigations. Panel (a) shows a graph of magnetic anomaly (mB) versus distance (X) with measured (solid line) and calculated (dashed line) curves. Panel (b) is a topographic map showing magnetic anomaly contours (SP (mB)) and relief (рельеф (м)). Panel (c) is a plan view of the octagonal structure with dimensions:  $h=10$  M,  $r=55.5$  M, and  $h+r=65.5$  M. Panel (d) shows a graph of magnetic anomaly (mB) versus distance (X) with measured (solid line) and calculated (dashed line) curves. Panel (e) is a plan view of the rectangular structure with dimensions:  $h=10$  M,  $r=55.5$  M, and  $h+r=65.5$  M.

**Рис. 6. Сопоставление результатов интерпретации аномалии естественного электрического потенциала (Вейсс-потенциала, SP) (Yüngül, 1950) по способам различных авторов:** а) графики наблюдаемого SP (сплошная линия) и рассчитанного SP (пунктирная линия) (по Hesham, 2004); б) карта естественного электрического потенциала (SP); в) графики наблюдаемого SP (сплошная линия) и рассчитанного над 8-гранным цилиндром (точечная линия) (по А. Н. Дмитриеву); г) геоэлектрический разрез, представленный 8-гранным цилиндром; д) графики наблюдаемого SP (сплошная линия) и рассчитанного над пластовыми телами 1 и 2 (точечная линия) (по А. Н. Дмитриеву); е) геоэлектрический разрез, представленный двумя подобранными поляризованными телами пластового типа

В этой связи следует заметить, что имеются зарубежные публикации по решению прямой задачи для поляризованной сферы в однородной и анизотропной средах [8–16]. Однако эти теоретические построения для потенциала сферы базируются на прежнем и давно устаревшем материале об электрохимической поляризации  $\gamma$  [1] [17] рудных тел, величина которой обусловлена окислительно-восстановительным потенциалом грунтовых вод, текущим электрическим током вдоль рудных тел, ионным током во вмещающей среде и омическими сопротивлениями как рудных тел, так и пород этой вмещающей среды. Естественно, эти решения не могут удовлетворять современным требованиям к точности интерпретации полевых данных метода ЕЭП. Тем не менее в настоящее время на основе устарев-

ших решений продолжают разрабатывать варианты решения инверсионных задач именно для этой поляризованной сферы [17, 18].

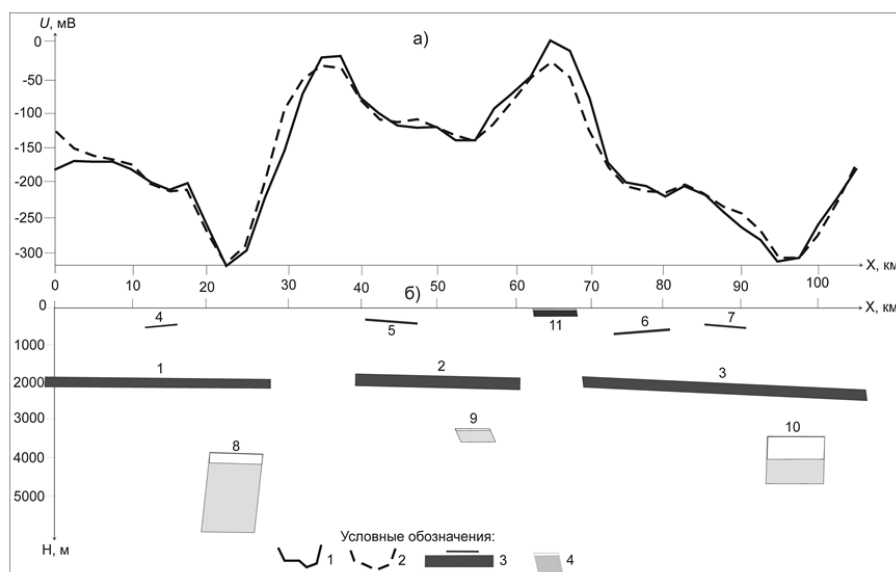
**Сопоставление результатов интерпретации Вейсс — аномалии естественного электрического поля, полученных различными методами вычислений**

| Методы                               | Тип тела      | Глубина вычислена до:           | Глубина h, м | Погрешность, % | $U_0$ , мВ | $2b, r$ , м | $\delta_1$ , м | $\delta_2$ , м |
|--------------------------------------|---------------|---------------------------------|--------------|----------------|------------|-------------|----------------|----------------|
| Yüngül (1950)                        | сфера         | центра сферы                    | 53,8         |                |            |             |                |                |
| Bhattachary and Roy (1981)           | сфера         | центра сферы                    | 54           |                |            |             |                |                |
| Abdelrahman and El-Araby (1996–1997) | сфера         | центра сферы                    | 52,9         |                |            |             |                |                |
| Abdelrahman et al. (1997)            | верт. цилиндр | торца верт. цилиндра            | 26           | 50,0           |            |             |                |                |
| Abdelrahman et al. (1998)            | верт. цилиндр | торца верт. цилиндра            | 12,7         | -26,0          |            |             |                |                |
| El-Araby (2004)                      | сфера         | центра сферы                    | 43,37        | - 2,4          |            |             |                |                |
|                                      | пласт 1       | кромки пласта/центра пласта     | 28/58        | 7,05           | -751       | 55          | 8              | 53             |
| А. Н. Дмитриев (2012, 2018)          | пласт 2       | кромки пласта/центра пласта     | 8/15         | 7,05           | -275       | 11          | 2              | 12             |
|                                      | 8-гранник     | кромки цилиндра/центра цилиндра | 10/66        | 17,6           | -505       | 46          | 18             | 93             |

Разработанный ранее и рассмотренный в данной статье математический аппарат для решения прямых и обратных задач метода ЕЭП [1, 4] находит успешное применение и для интерпретации данных в нефтегазовой геологии.

В качестве примера рассмотрим материалы метода ЕЭП, полученные при масштабных площадных геофизических работах на одной из нефтеносных территорий на юге России [19]. Воспользуемся одним из широтных профилей, вдоль которого выполнены наблюдения естественного электрического потенциала  $U$  (рис. 7). К наблюдаемому графику подобран теоретический график потенциала, которому соответствует геологический разрез (см. рис. 7). Как видно, на двух уровнях глубин порядка 0–500 м и 1 800–2 200 м прослеживаются пластины 4, 5, 11, 6, 7 и 1, 2, 3 соответственно. На глубинах более 3 км (3-й уровень) фиксируются три локальных объекта 8, 9, 10.

С позиции геологических материалов полученный результат истолковывается следующим образом. К первому уровню глубин (0–500 м) относятся битуминозные пермские отложения [20], в которых пластины 4, 5, 11, 6, 7 небольшой толщины (первые десятки метров) могут соответствовать, с наибольшей вероятностью, скоплениям битумов. Второй уровень глубин составляет 1 800–2 200 м, к которому приурочены залежи нефти, и представляет собой продуктивный терригенный девон [20]. Толщины этого уровня колеблются от 270 до 350 м. Что касается третьего уровня, то это плотные кристаллические породы с трещиноватыми коллекторами, в которых иногда отмечается присутствие битумов [20]. Эти проницаемые коллектора, заполненные битумами, вполне могут являться локальными объектами 8, 9, 10.



**Рис. 7. Результаты интерпретации графика естественного электрического потенциала  $U$ , наблюдаемого на территории с нефтебитумными залежами:**  
 а) наблюдаемый и теоретический графики естественного потенциала (наблюдаемый график построен по данным опубликованной карты в Интернете Д.И. Хасановым [19], есть устное разрешение); б) геоэлектрический разрез, построенный по результатам интерпретации наблюдаемого графика  $U$ .  
 1 — наблюдаемый график потенциала  $U$ ; 2 — теоретический график потенциала  $U$ ;  
 3 — тела, которые соответствуют битумным и нефтеносным коллекторам пермских отложений и терригенного девона соответственно

Отсюда следует, что полученные результаты интерпретации естественного электрического потенциала  $U$  широтного профиля не противоречат геологическим данным и, кроме того, указывают на возможность эффективного использования метода ЕЭП при геологоразведочных работах на нефть и газ. Нефть является хорошим диэлектриком и в контакте с водными растворами, которые всегда присутствуют в породах, создают на границе раздела двойной электрический слой. В результате присутствие в разрезе обычно больших по площади поляризованных нефтегазовых

объектов обеспечивает устойчивую их фиксацию методом ЕЭП. Отсюда становится очевидным, что разрабатываемый математический аппарат и программное обеспечение позволяют с достаточной надежностью решать обратные задачи метода ЕЭП и в нефтегазовой разведке.

### **Выводы**

Продолжено развитие теории естественного электрического потенциала, направленное на решение прямых и обратных задач метода естественного электрического поля для широко распространенных в природе сложно построенных типов рудных тел и нефтегазовых залежей. К известным решениям для поляризованных наклонных пластов, пластины, треугольников вершиной вниз (синклиналь) и вершиной вверх (антиклиналь) добавились новые тела — комбинационные косоугольные пласты (4-гранные с полной асимметрией) и горизонтальные 8-гранные цилиндры. Последние при определенных начальных условиях ( $h \geq r$ ) могут быть использованы для расчетов потенциала от тел сферической формы.

Полученный к настоящему времени практически полный набор поляризованных тел сложной формы позволяет успешно и с минимальной погрешностью решать прямые и обратные задачи метода ЕЭП как наиболее эффективного и широко применяемого в геологоразведке.

Все новые решения, как правило, проверены и продолжают проверяться на полевых российских и зарубежных данных, связанных как с геокартингированием, так и поисками рудных тел и нефтегазовых залежей. Как правило, отмечается устойчивое подтверждение теоретических расчетов практическим полевым данным и результатам бурения.

### **Список источников**

1. Дмитриев, А. Н. Решение прямой и обратной задач метода ЕЭП на основе уточненной модели природы естественного электрического поля / А. Н. Дмитриев. — Текст : непосредственный // Геология и геофизика. — 2012. — Т. 53, № 6. — С. 797–812.
2. Семенов, А. С. Плотность тока и суммарный ток поляризованных рудных тел / А. С. Семенов. — Текст : непосредственный // Ученые записки Ленинградского государственного университета имени А. А. Жданова ; № 333. Физический и геологический факультеты. Серия физических и геологических наук ; Вопросы геофизики. Вып. 17: [сборник статей] / Под редакцией А. С. Семенова и Б. М. Яновского. — Ленинград : Изд-во Ленинградского государственного университета имени А. А. Жданова, 1967. — С. 113–117.
3. Семенов, А. С. Электроразведка методом естественного электрического поля / А. С. Семенов. — Ленинград : Недра, 1980. — 446 с. — Текст : непосредственный.
4. Дмитриев, А. Н. Геолого-геофизические основы поисков электрически поляризованных объектов — нефтяных и рудных залежей (на примере Западной Сибири) / А. Н. Дмитриев. — Тюмень : Изд-во ТГУ, 2007. — 226 с. — Текст : непосредственный.
5. Sato, M. The Electrochemical Mechanism of Sulphide Self-potentials / M. Sato, H. M. Mooney // Geophysics. — DOI 10.1190/1.14386891960. — Direct text // Geophysics. — 1960. — Vol. 25, Issue 1. — P. 77–326.
6. Методы расчета электростатических полей / Н. Н. Миролубов, М. В. Костенко, М. Л. Левинштейн, Н. Н. Тиходеев. — Москва : Высшая школа. — 1963. — 415 с. — Текст : непосредственный.
7. Yüngül, S. Interpretation of spontaneous polarization anomalies caused by spheroidal orebodies / S. Yüngül. — DOI 10.1190/1.1437597. — Direct text // Geophysics. — 1950. — Vol. 15, Issue 2. — P. 237–246.



8. El-Araby, H. A new method for complete quantitative interpretation of self-potential anomalies / H. El-Araby. – DOI 10.1016/J.JAPPGEO.2003.11.002. – Direct text // Journal of Applied Geophysics. – 2004. – Vol. 55, Issue 3–4. – P. 211–224.
9. De Witte, L. A new Method of Interpretation of Self-Potential Field Data / L. de Witte. – DOI: 10.1190/1.1437436. – Direct text // Geophysics. – 1948. – Vol. 13. – Issue 4. – P. 529–624.
10. Bhattacharya, B. B. A note on the use of a nomogram for self-potential anomalies / B. B. Bhattacharyya, N. Roy. – DOI 10.1111/j.1365-2478.1981.tb01013.x. – Direct text // Geophysical Prospecting. – 1981. – Vol. 29, Issue 1. – P. 102–107.
11. Skianis, G. A. A study of the self-potential field produced by a polarised inclined sheet in an electrically homogeneous and transversely anisotropic ground. / G. A. Skianis, T. D. Papadopoulos, D. A. Vaiopoulos. – DOI 10.12681/bgsg.17226. – Direct text // Bulletin of the Geological Society of Greece. – 2001. – Vol. 34, Issue 4. – P. 1343–1350.
12. Paul, M. K. Direct interpretation of self-potential anomalies caused by inclined sheets of infinite horizontal extensions / M. K. Paul. – DOI 10.1190/1.1439596. – Direct text // Geophysics. – 1965. – Vol. 30, Issue 3. – P. 339–449.
13. Meiser, P. A method of quantitative interpretation of selfpotential measurements / P. Meiser. – DOI 10.1111/j.1365-2478.1962.tb02009.x. – Direct text // Geophysical Prospecting. – 1962. – Vol. 10. – Issue 2. – P. 203–218.
14. Murty, B. Nomograms for the complete interpretation of spontaneous potential profiles over sheet like and cylindrical 2D structures / B. Murty, P. Haricharan. – DOI 10.1190/1.1441986. – Direct text // Geophysics. – 1985. – Vol. 50. – P. 1127–1135.
15. Abdelrahman, E. M. Shape and depth determinations from second moving average residual self-potential anomalies / E. M. Abdelrahman, T. M. El-Araby, K. S. Essa. – DOI 10.1088/1742-2132/6/1/005. – Direct text // Journal of Geophysics and Engineering. – 2009. – Vol. 6, Issue 1. – P. 43–52.
16. New methods for shape and depth determinations from SP data / E. M. Abdelrahman, H. M. El-Araby, A. G. Hassaneen, M. A. Hafez. – DOI 10.1190/1.1598112. – Direct text // Geophysics. – 2003. – Vol. 68, Issue 4. – P. 1126–1422.
17. Oliveti, I. 2D approach for solving self-potential problems : modeling and numerical simulations / I. Oliveti, E. Cardarelli. – Direct text // GNGTS. – 2016. – Sessione 3.3. – P. 610–613.
18. Oliveti, I. 2D approach for modelling self-potential anomalies : application to synthetic and real data / I. Oliveti, E. Cardarelli. – DOI 10.4430/bgta0198. – Direct text // Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata. – 2017. – Vol. 58, Issue 4. – P. 415–430.
19. Хасанов, Д. И. Введение в электроразведку : учебное пособие / Д. И. Хасанов. – Казань : Казанский государственный университет, 2009. – 75 с. – Текст : непосредственный.
20. Нефтегазоносность республики Татарстан. Геология и разработка нефтяных месторождений. В 2 томах / Под редакцией Р. Х. Муслимова. – Т. 1. – Казань: Изд-во «ФЭН» Академии наук РТ, 2007. – 316 с.

## References

1. Dmitriev, A. N. (2012). Forward and Inverse Self-potential Modeling: a New Approach. Russian Geology and Geophysics, 53(6), pp. 611-622. (In Russian).
2. Semenov, A. S. (1967). Plotnost' toka i summarnyy tok polarizovannykh rudnykh tel. Uchenye zapiski Leningradskogo gosudarstvennogo universiteta imeni A. A. Zhdanova; No. 333. Fizicheskii i geologicheskii fakul'tety. Seriya fizicheskikh i geologicheskikh nauk; Voprosy geofiziki. Vyp. 17. Leningrad, Leningrad State University named after A. A. Zhdanov Publ., 1967, pp. 113-117. (In Russian).
3. Semenov, A. S. (1980). Elektrozvedka metodom estestvennogo elektricheskogo polya. Leningrad, Nedra Publ., 446 p. (In Russian).
4. Dmitriev, A. N. (2007). Geologo-geofizicheskie osnovy poiskov elektricheskii polarizovannykh ob"ektov - neftyanykh i rudnykh zalezhey (na primere Zapadnoy Sibiri). Tyumen, Tyumen State University Publ., 226 p. (In Russian).
5. Sato, M., & Mooney, H. M. (1960). The Electrochemical Mechanism of Sulphide Self-potentials. Geophysics, 25(1), pp. 77-326. (In English). DOI: 10.1190/1.1438689

6. Mirolubov, N. N., Kostenko, M. V., Levinshteyn, M. L., & Tichodeev, N. N. (1963). *Metody rascheta elektrostaticheskikh poley*. Moscow, Higher School Publ., 415 p. (In Russian).
7. Yüngül, S. (1950). Interpretation of spontaneous polarization anomalies caused by spheroidal ore bodies. *Geophysics*, 15(2), pp. 237-246. (In English). DOI: 10.1190/1.1437597
8. El-Araby, H. (2004). A new method for complete quantitative interpretation of self-potential anomalies. *Journal of Applied Geophysics*, 55(3-4), pp. 211-224. (In English). DOI: 10.1016/J.JAPPGEO.2003.11.002
9. De Witte, L. (1948). A new Method of Interpretation of Self-Potential Field Data. *Geophysics*, 13(4), pp. 529-624. (In English). DOI: 10.1190/1.1437436
10. Bhattacharyya, B. B & Roy, N. (1981). A note on the use of a nomogram for self-potential anomalies. *Geophysical Prospecting*, 29(1), pp. 102-107. (In English). DOI: 10.1111/j.1365-2478.1981.tb01013.x
11. Skianis, G. A., Papadopoulos, T. D. & Vaiopoulos, D. A. (2001). A study of the self-potential field produced by a polarised inclined sheet in an electrically homogeneous and transversely anisotropic ground. *Bulletin of the Geological Society of Greece*, 34(4), pp. 1343-1350. (In English). DOI: 10.12681/bgs.17226
12. Paul, M. K. (1965). Direct interpretation of self-potential anomalies caused by inclined sheets of infinite horizontal extensions. *Geophysics*, 30(3), pp. 339-449. (In English). DOI: 10.1190/1.1439596
13. Meiser, P. (1962). A method of quantitative interpretation of selfpotential measurements. *Geophysical Prospecting*, 10(2), pp. 203-218. (In English). DOI: 10.1111/j.1365-2478.1962.tb02009.x
14. Murty, B. & Haricharan, P. (1985). Nomograms for the complete interpretation of spontaneous potential profiles over sheet like and cylindrical 2D structures. *Geophysics*, (50), pp. 1127-1135. (In English). DOI: 10.1190/1.1441986
15. Abdelrahman, E. M., El-Araby, T. M., & Essa, K. S. (2009). Shape and depth determinations from second moving average residual self-potential anomalies. *Journal of Geophysics and Engineering*, 6(1), pp. 43-52. (In English). DOI: 10.1088/1742-2132/6/1/005
16. Abdelrahman, E. M, El-Araby, H. M., Hassaneen, A. G., & Hafez, M. A. (2003). New methods for shape and depth determinations from SP data. *Geophysics*, 68(4), pp. 1202-1210. (In English). DOI: 10.1190/1.1598112
17. Oliveti, I., & Cardarelli, E. (2016). 2D approach for solving self-potential problems : modeling and numerical simulations. *GNGTS, Sessione 3.3*, pp. 610-613.
18. Oliveti, I., & Cardarelli, E. (2017). 2D approach for modelling self-potential anomalies : application to synthetic and real data. *Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata*, 58(4), pp. 415-430. (In English). DOI: 10.4430/bgta0198
19. Khasanov, D. I. (2009). *Vvedenie v elektrorazvedku*. Kazan, Kazan Federal University Publ., 75 p. (In Russian).
20. Muslimov, R. H. (Ed.). (2007). *Oil and Gas Potential of the Republic of Tatarstan. Geology and Development of Oil Fields. Vol. 1*. Kazan, Publishing House "FENG" of the Academy of Sciences of the Republic of Tatarstan, 316 p. (In Russian).

#### **Информация об авторе**

**Дмитриев Аркадий Николаевич**,  
доктор геолого-минералогических наук,  
профессор кафедры прикладной геофизики,  
Тюменский индустриальный университет,  
г. Тюмень, dmitriev38@inbox.ru

#### **Information about the author**

**Arkadiy N. Dmitriev**, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor at the Department of Applied Geophysics, Industrial University of Tyumen, dmitriev38@inbox.ru

Статья поступила в редакцию 09.12.2021; одобрена после рецензирования 29.12.2021; принята к публикации 19.01.2022.  
The article was submitted 09.12.2021; approved after reviewing 29.12.2021; accepted for publication 19.01.2022.