

УДК 536.24:517.95:556.013:532.685
DOI: 10.31660/0445-0108-2022-6-41-55

Цифровой керн: моделирование температурного поля в пустотном пространстве горной породы

Ю. Е. Катанов*, А. И. Аристов, Ю. В. Ваганов, А. Г. Кленских

Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

**katanov-juri@rambler.ru*

Аннотация. Рассмотрена проблема, связанная с проведением экспериментов в вычислительной гидродинамике, решением которой является применение уравнений течения несжимаемой жидкости и введение вихревых функций потока.

Целью данной работы является моделирование температурного вязкого потока с установленным числом Рейнольдса внутри пористой среды, заключенной в материале горной породы, для последующего описания теплового фронта движения в виде системы уравнений, с выбором наиболее вероятно подходящей системы с дифференциацией уравнений для каждого сегмента тепловой симуляции (по осям куба), заключительной кросс-корреляции, распространения в идентифицируемом физическом поле конфузоров/диффузоров.

Научная новизна выполненной работы обусловлена оригинальным подходом к разработке и интерпретации результатов алгоритма прогнозирования температурного поля в текстурной конфигурации конфузоров/диффузоров горных пород.

Ключевые слова: тепловой поток, теплообмен, температурное поле, конфузоры, диффузоры, гидродинамика

Для цитирования: Цифровой керн: моделирование температурного поля в пустотном пространстве горной породы / Ю. Е. Катанов, А. И. Аристов, Ю. В. Ваганов, А. Г. Кленских. – DOI 10.31660/0445-0108-2022-6-41-55 // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2022. – № 6. – С. 41–55.

Digital core: modeling the temperature field in the hollow space of the rock

**Yuri E. Katanov*, Artyom I. Aristov, Yuriy V. Vaganov,
Anton G. Klenskih**

Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

**katanov-juri@rambler.ru*

Abstract. This article considers the problem associated with conducting experiments in computational fluid dynamics, the solution of which is the application of the equations of incompressible fluid flow and the introduction of vortex flow functions.

The aim of this work is to simulate the temperature viscous flow with a set Reynolds number inside a porous medium enclosed in the rock material to further describe the thermal front of motion in the form of a system of equations, with the choice of the most likely suitable system with differentiated equations for each segment of the thermal simulation (along the cube axes), the final cross-correlation, spread in the identified physical field of confusers/diffusers.

Scientific novelty of the performed work is due to the original approach to the development and interpretation of the results of the algorithm for predicting the temperature field in the textural configuration of the confusers/diffusers of rocks.

Keywords: heat transfer, heat exchange, temperature field, confusers, diffusers, hydrodynamics

For citation: Katanov, Yu. E., Aristov, A. I., Vaganov, Yu. V., & Klenskih, A. G. (2022). Digital core: modeling the temperature field in the hollow space of the rock. *Oil and Gas Studies*, (6), pp. 41-55. (In Russian). DOI: 10.31660/0445-0108-2022-6-41-55

Введение

Ограничения физической модели, такие как отсутствие подходящего оборудования, и проблемы, связанные с отсутствием полной аналогии с реальными потоками, делают невозможным получение результатов испытаний в большинстве реальных случаев.

В связи с этими проблемами и достижениями в области компьютерных технологий для анализа фильтрационных потоков широко используется вычислительная гидродинамика.

В отличие от экспериментального моделирования, условия течения и соответствующие размеры области движения потоков могут быть легко изменены для достижения задач математического и гидродинамического моделирования [1].

Одной из наиболее важных проблем в области вычислительной гидродинамики является решение уравнений, описывающих течение несжимаемых жидкостей [2–5].

Эта проблема описывается аппроксимацией уравнений Навье — Стокса, один из вариантов которой сводится к использованию примитивной переменнй, соблюдающей ограничения, установленные соответствующим численным анализом при оценке скорости и давления [6–8].

Одно из таких ограничений состоит из усеченной совместимости «точных верхней и нижней границ» математических моделей фильтрации [9].

Несоблюдение этого условия приводит к сильным пространственным осцилляциям в поле давления, обычно называемым ложными режимами давления [10–13].

Этого можно избежать в двумерных несжимаемых жидкостях с помощью потоковых функций для преобразования уравнений Навье — Стокса в нелинейные дифференциальные уравнения четвертого порядка с бигармоническими операторами в качестве основной части [14, 15].

Введя потоковую функцию-вихрь, можно разложить единое уравнение на частные дифференциальные уравнения второго порядка. Неизвестными в этом уравнении являются функция потока и вихревая сила. Этот подход известен как формулировка вихревой функции потока для решения задач, описываемых связанными нелинейными системами дифференциальных уравнений с соответствующими граничными условиями [16].

Стоит отметить значительное влияние температурного поля в границах фронта движущейся жидкости, изменение которого напрямую связано с текстурными особенностями соответствующего геофизического поля.

Объект и методы исследования

Первым этапом исследования в данной работе является моделирование вязкого потока жидкости с установленным числом Рейнольдса внутри трещиновато-пористой среды, заключенной в материале горной породы.

Следующим шагом исследования является физико-математическое моделирование движения теплового фронта в виде систем уравнений, с дальнейшим выбором наиболее вероятной из них с соответствующей дифференциацией для каждого сегмента тепловой симуляции (по осям седиментационного куба).

Заключительным этапом исследования будет проведение пространственной кросс-корреляции для вариантов распространения в идентифицируемом геофизическом поле резких сужений/расширений в сегментированной текстуре горной породы (конфузоры/диффузоры текстуры).

В качестве основы для написания статьи были использованы исследования, представленные в работах Ю. Е. Катанова, отечественных и зарубежных ученых [17–26].

Экспериментальная часть/постановка эксперимента

В качестве базового допущения при разработке математической модели распространения теплового поля можно принять гипотезу, что поток имел низкое число Рейнольдса и происходил только двумерный теплообмен на границах раздела геопространств.

Для принятого допущения оправдано использование метода двумерной функции потока (вихревой модели конечных разностей) декартовых фундаментальных уравнений.

В качестве дополнительных предположений можно выделить следующие.

Во-первых, скорость потока намного меньше скорости звука.

Во-вторых, температура (T) лишь незначительно отклоняется от номинального значения, то есть T стремится к пределу, равному 1, и эффекта поля течения нет. Тем не менее теплопередача все еще существует.

В-третьих, на жидкость не действует никакая физическая сила, кроме естественных горных напряжений. Общее уравнение состояния для зависимости плотности флюида от давления и температуры выражается как $\rho(T, p)$.

Разложение ряда Тейлора вокруг данного эталонного состояния дается следующим образом:

$$\rho(T, p) = 1 + (T - 1) \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{\text{эталон}} + p \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_{\text{эталон}} + \dots, \quad (1)$$

где p — давление; T — температура флюида; $\frac{\partial \rho}{\partial T}$ — производная плотности по температуре; $\frac{\partial \rho}{\partial p}$ — производная плотности по давлению.

Ряд необходимо усечь после первой производной, что позволит его линеаризовать вокруг эталонного состояния.

Используя определения коэффициента теплового расширения и скорости звука, формулу 1 можно преобразовать к следующему виду:

$$\rho(T, p) = 1 + K_p \cdot (T - 1) + \gamma \cdot M^2 \cdot p, \quad (2)$$

где p — давление; T — температура флюида; M — число Маха (один из критериев подобия в механике жидкости и газа; представлен отношением истинной скорости течения в потоке к текущей скорости распространения звука в движущейся среде); K_p — коэффициент теплового расширения (изобарический); γ — отношение удельных тепловыделений или среднее значение спектральной плотности мощности.

Применяя начальное предположение числа Маха, стремящегося к пределу 0, и игнорируя члены порядка $O(2)$ или выше, зависимость плотности флюида от температуры можно представить в следующем виде:

$$\rho(T) = 1 + K_p(T - 1), \quad (3)$$

где K_p — коэффициент теплового расширения (изобарический); T — температура флюида.

В соответствии с положениями физической химии число Маха непосредственно связано с числом Эккерта (Ес) в виде следующего выражения:

$$Ec = M^2 \frac{a_{\text{эталон}}^2}{c_{p, \text{эталон}} \cdot \Delta T_{\text{эталон}}}, \quad (4)$$

где $a_{\text{эталон}}^2$ — соответствующая скорость флюида; $c_{p, \text{эталон}}$ — удельная теплоемкость при постоянном давлении; $\Delta T_{\text{эталон}}$ — разность температур как движущая сила теплопереноса (температура вещества минус температура свободного потока).

Поэтому малыми числами Маха, пропорциональными числу Эккерта, можно пренебречь [12].

Число Эккерта (Ес) — это безразмерная величина (гидродинамика), которая помогает определить относительную важность кинетической энергии потока в ситуациях теплопередачи.

Когда число Эккерта ($Ec \ll 1$) мало, членами уравнения энергии, учитывающими изменение давления, вязкую диссипацию и влияние силы тяжести на баланс энергии, можно пренебречь, а само уравнение преобразуется к описанию равновесия между кондукцией и конвекцией.

Изложенная ситуация продемонстрирована на рисунке 1 — естественная конвекция двумерного несжимаемого потока флюида внутри трещиновато-пористой среды в рассматриваемом экстенде квадранта.

Цвета от «теплых» к «холодным» (по Кельвину, K) обозначена температура флюида, по оси ординат и абсцисс условно отложены размерности моделей распределения потоковых линий температурного поля, нормализованные к 1.

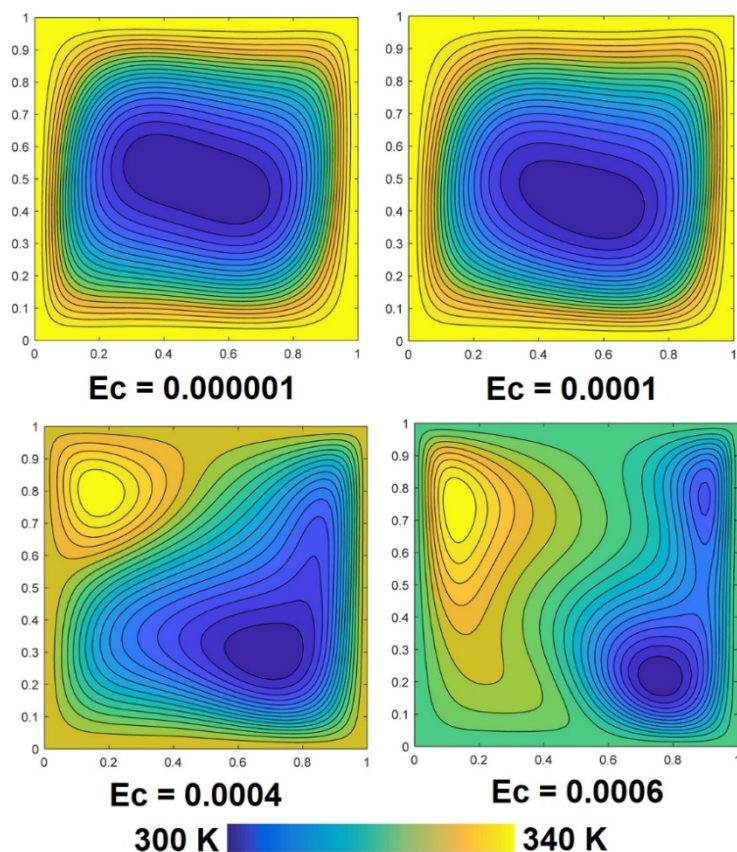


Рис. 1. Моделирование температурного поля с изображением соответствующих потоковых линий при различных значениях числа Эккерта

Из (3) следует, что плотность флюида ρ стремится к пределу 1 также при T , стремящемся к пределу 1. Это означает, что если разница температур отдельных сегментов геофизического поля мала, то возникают лишь небольшие различия в соответствующих плотностях.

В результате плотность флюида постоянна и ρ стремится к пределу 1. Она также обладает одним из базовых свойств жидкости — динамической вязкостью μ , теплопроводностью k_p и удельной теплоемкостью c_p .

Объемные силы в основном обусловлены плавучестью или ускорением в системе отсчета. Плавучесть требует градиента плотности, который

устраняется при $\rho \rightarrow 1$. Далее предполагается, что система отсчета неподвижна, $M \rightarrow 0$, $T \rightarrow T_{ref}$ (T_{ref} — исходная температура), что дает первое приближение уравнений Навье — Стокса.

Уравнение энергии сводится к скалярному уравнению переноса.

Связь между полем скорости и температурой однонаправленная, а не наоборот.

Другая неоднородность теплового поля более элегантна, поскольку температура возникает только в производной соответствующего потока.

Теплообмен между поверхностью с температурой T_w и жидкостью с температурой T_∞ обычно описывается безразмерной температурой

$$\Theta \equiv \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad (5)$$

где T_∞ — температура входящего флюида; T_w — температура поверхности; T — текущая температура флюида.

Подставляя (5) в безразмерные управляющие уравнения, получаем выражения (6)–(8), описывающие основные закономерности для компьютерного моделирования динамики протекания флюида (Pr — число Прандтля, Re — число Рейнольдса):

$$\begin{cases} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \cdot \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \cdot \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x_j \partial x_j} \end{cases} \quad (6)$$

Для несжимаемых двумерных потоков ($x = [x_1, x_2]^T$) часто выгодно использовать определяемые по скорости величины — функцию потока ψ и вихревой поток ζ .

Функция потока ψ , определяемая как пульсация в векторе скорости, количественно определяет объемный расход флюида по линии (с постоянной силой тока), соединяющей любые две точки в поле потока.

Компоненты скорости (u_i , $i = \overline{1, 2}$), по соответствующим осям, вычисляются из частных производных скалярной функции потока:

$$\begin{cases} u_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \\ u_2 = -\frac{\partial \psi}{\partial x_1} \end{cases} \quad (7)$$

где $\frac{\partial \psi}{\partial x_2}$ — производная функции потока по направлению x_2 ; $\frac{\partial \psi}{\partial x_1}$ — производная функции потока по направлению x_1 .

Только в двумерном случае компонент, связанный с направлением x_3 вихревой поток ζ является ненулевым и определяется следующим образом:

$$\zeta = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2}, \quad (8)$$

где $\frac{\partial u_2}{\partial x_1}$ — производная второго компонента скорости по направлению x_1 , $\frac{\partial u_1}{\partial x_2}$ — производная первого компонента скорости по направлению x_2 .

Используя функции вихря и потока, преобразованная система уравнений Навье — Стокса (7)–(8) приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} = -\zeta \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \zeta}{\partial x_j} = \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x_j \partial x_j} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \cdot \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x_j \partial x_j} \end{cases}, \quad (9)$$

где $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2}$ — производная функции потока второго порядка по направлению x_1 ; $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2}$ — производная функции потока второго порядка по направлению x_2 ; $\frac{\partial \zeta}{\partial t}$ — производная функции вихревого потока по времени; $\frac{\partial \zeta}{\partial x_j}$ — производная функции вихревого потока по направлению x_j ; $\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x_j \partial x_j}$ — производная функции вихревого потока второго порядка по направлению x_j ; $\frac{\partial \Theta}{\partial t}$ — производная функции безразмерной температуры по времени; $\frac{\partial \Theta}{\partial x_j}$ — производная функции безразмерной температуры по направлению x_j ; $\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x_j \partial x_j}$ — производная функции безразмерной температуры второго порядка по направлению x_j ; Re — число Рейнольдса; Pr — число Прандтля; ζ — функция вихревого потока.

Коэффициент поверхностного трения можно определить следующим образом:

$$c_f = \frac{2}{\text{Re}} \cdot \zeta_w, \quad (10)$$

где Re — число Рейнольдса; ζ_w — вихревой поток на поверхности вещества породы.

Для компьютерной симуляции, с учетом предложенных выражений (1)–(10), в качестве исходной информации текстурного распределения температурного поля на базе метода потоковой функции-вихря использованы графические материалы шлифов и данные томографии керн полимиктово-

го песчаника, подверженные процедуре бинаризации: выделялись пустотное пространство и матричное вещество, размером 250 на 250 точек, и организованные в стек одного направления измерения гиперкуба цифрового керна (рис. 2).

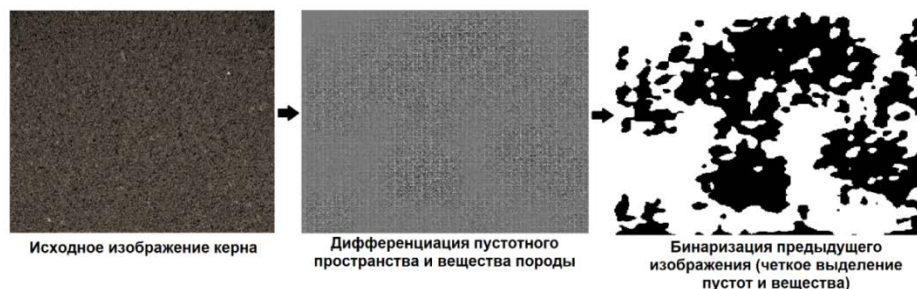


Рис. 2. Процедура преобразования исходных данных

В качестве начальных условий и граничных параметров установлены следующие: температура вещества породы — 335 К; температура пустотного пространства, в котором располагается флюид — 300 К; температура источников тепла — 340 К; число Рейнольдса — 100; кинематическая вязкость — $1,48 \cdot 10^{-5}$ м²/с; коэффициент термодиффузии — $22,07 \cdot 10^{-6}$ м²/с; теплопроводность — 10 Вт/(м·К); фактор верхней релаксации — 1.

В качестве выходных данных получены покадровые, размером 256 на 256 точек, графические образы прогнозирования температуры пустотного пространства полимиктового песчаника с учетом размещения в нем тепловых источников.

В качестве тепловых источников использованы точки (группы точек) расположения конфузоров/диффузоров, размер которых определен их сегментированной текстурной конфигурацией (рис. 3, «красные области 1-го кадра»).

Для реализации поставленной задачи был разработан вычислительный модуль с использованием языка программирования Python и сопутствующих библиотек. Для визуализации результатов моделирования использованы средства matplotlib и vedo, а для расчетов — NumPy, PoreSpy, PIL.

Получаемые выходные графические образы симуляции приобретали расцветку в цветовой палитре jet, как наиболее подходящей для визуализации температурных изменений.

Динамику изменения температурного поля для одного из цифровых кубов данных (30 мм на 30 мм) можно увидеть на первом и последнем кадрах, изображенных на рисунке 3.

На основе градиента температур можно проследить перемещение фронта флюида из одного сегмента текстуры песчаника к другому и далее до внешних границ куба на основе смещения максимумов значений температур.

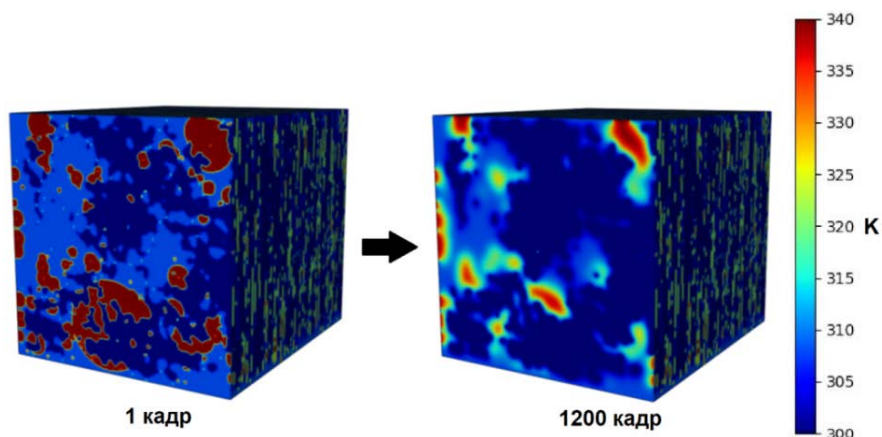


Рис. 3. Первый и последний кадры симуляции температурного поля

Результаты и обсуждение

Получены графические образы температурного вязкого потока с установленным числом Рейнольдса для цифрового куба трещиновато-пористой среды, представленного полимиктовыми песчаниками. Отмечается присутствие областей высокой размерности для конфузоров/диффузоров в пустотном пространстве породы.

Обозначение центроидов локальных пустот «мелкими точками» (см. рис. 3, 1-й кадр) позволяет точнее реконструировать путь движения температурных потоков с учетом различных структурно-текстурных дефектов в керне.

Генерация данных для данной симуляции температурного поля до 1 200 состояния (кадров) производилась около 3 часов (для среднестатистической вычислительной машины) с учетом параллельной обработки данных, что является значимым фактором, поскольку одной из базовых проблем построения цифровых двойников керна является слишком большое время расчета и занимаемое место полученных результатов на физических носителях.

Намечены перспективы дальнейшего исследования температурного потока с учетом напряженно-деформированного состояния цифрового керна.

Выводы

Выполнено физико-математическое моделирование температурного фронта в пустотном пространстве цифрового керна с учетом движения потока флюида (на базе первого приближения уравнений Навье — Стокса); приведены сведения о главных технических особенностях компьютерной реализации алгоритма цифрового моделирования температурного поля; приведен практический пример апробации разработанной модели в виде симуляции распространения тепловых потоков в выделенных границах цифрового керна (30 на 30 мм).

Выполненное тестирование алгоритма показало хорошую сходимость результатов в сравнении с сопряженными тепловыми и пиролитическими исследованиями на физическом образце керна.

После того как температурные потоки достигли равновесия, в каждой секции слайсов, скорость теплопередачи через поверхность вокруг текстурных пустот была измерена и сопоставлена со скоростью распространения теплового поля через прилегающие граничные поверхности оттока.

При дальнейшем изменении текстурного профиля тепловой энергии, разница между физическим и цифровым образцами зафиксирована незначительной на протяжении всего процесса (шаг между слайсами — 1 мм).

Вычислительные возможности текущей версии разработанного алгоритма включают его компиляцию при запуске в macOS, Microsoft Windows и любой Linux-подобной операционной системе (Ubuntu, Linux Mint и т. д.) с соответствующей точностью 90–95 %.

Статья подготовлена в рамках технологического проекта «Цифровой керн», реализуемого в Западно-Сибирском межрегиональном научно-образовательном центре мирового уровня.

Список источников

1. Saeedpanah, I. A MLPG Meshless Method for Numerical Simulation of Unsteady Incompressible Flows / I. Saeedpanah. – DOI 10.18869/ACADPUB.JAFM.73.238.25895. – Direct text // Journal of Applied Fluid Mechanic. – 2017. – Vol. 10, Issue 1. – P. 421–432.
2. Cao, J. Adaptive finite element simulation of Stokes flow in porous media / J. Cao, P. K. Kitanidis. – DOI 10.1016/S0309-1708(97)00040-7. – Direct text // Advances in Water Resources. – 1998. – Vol. 22, Issue 1. – P. 17–31.
3. A Meshless Generalized Finite Difference Scheme for the Streamfunction Formulation of the Navier-Stokes Equations / P.-W. Li, C. M. Fan, Y. Z. Yu, L. Song. – Text : electronic // SSRN : website. – URL: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4230475. – Published: 26.09.2022.
4. Bhardwaj, S. Analysis of Natural Convection Heat Transfer and Entropy Generation inside Porous Right-angled Triangular Enclosure / S. Bhardwaj, A. Dalal. – Direct text // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2013. – Vol. 65. – P. 500–513.
5. Pakdee, W. Mathematical model in the form of vorticity-stream function for porous premixed combustion / W. Pakdee, N. Utaivorawit, A. K. Hussein. – Direct text // Songklanakarin Journal of Science & Technology. – 2015. – Vol. 37, Issue 5. – P. 595–600.
6. Pandit, S. K. A fourth order compact scheme for heat transfer problem in porous media / S. K. Pandit, A. Chattopadhyay, H. F. Oztop. – DOI 10.1016/j.camwa.2015.12.037. – Direct text // Computers & Mathematics with Applications. – 2016. – Vol. 71, Issue 3. – P. 805–832.

7. Bagai, S. Mixed convection in four-sided lid-driven sinusoidally heated porous cavity using stream function-vorticity formulation / S. Bagai, M. Kumar, A. Patel. – DOI 10.1007/s42452-020-03815-7. – Text : electronic // SN Applied Sciences. – 2020. – Vol. 2, Issue 12. – URL: <https://doi.org/10.1007/s42452-020-03815-7>.
8. Comini, G. Open boundary conditions for the streamfunction-vorticity formulation of unsteady laminar convection / G. Comini, M. Manzan, G. Cortella. – DOI 10.1080/10407799708915106. – Direct text // Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals. – 1997. – Vol. 31, Issue 2. – P. 217–234.
9. Calhoun, D. A Cartesian Grid Method for Solving the Two-Dimensional Streamfunction-Vorticity Equations in Irregular Regions / D. Calhoun. – DOI 10.1006/jcph.2001.6970. – Direct text // Journal of Computational Physics. – 2002. – Vol. 176, Issue 2. – P. 231–245.
10. Borah, A. K. Computational Study of Streamfunction-Vorticity Formulation of Incompressible Flow and Heat Transfer Problems / A. K. Borah. – DOI 10.4028/www.scientific.net/AMM.52-54.511. – Direct text // Applied Mechanics and Materials. – 2011. – Vol. 52–54. – P. 511–516.
11. Wang, C. A. A new meshless approach for three dimensional fluid flow and related heat transfer problems / C. A. Wang, H. Sadat, C. Prax. – DOI 10.1016/j.compfluid.2012.08.017. – Direct text // Computers & Fluids. – 2012. – Vol. 69. – P. 136–146.
12. Sousa, A. C. M. Heat transfer distribution for a free/porous system with forced convection and heat generation – a numerical study / A. C. M. Sousa. – Text : electronic // Proceeding of Thermal Sciences 2004. Proceedings of the ASME – ZSIS International Thermal Science Seminar II. Bled, Slovenia, June 13–16, 2004. – URL: <https://doi.org/10.1615/ICHMT.2004.IntThermSciSemin.1150>.
13. d'Hueppe, A. Heat transfer modeling at an interface between a porous medium and a free region. Doctoral dissertation / A. d'Hueppe. – Paris, 2011. – 188 p. – Direct text.
14. Akhter, S. Numerical study of flow and heat transfer in a porous medium between two stretchable disks using quasi-linearization method / S. Akhter, M. Ashraf. – Direct text // Thermal Science. – 2021. – Vol. 25, Issue 2, Part A. – P. 989–1000.
15. Loukopoulos, V. C. A Stream Function-Vorticity Formulation Numerical Method for the Unsteady Flow in the Presence of Natural Convection / V. C. Loukopoulos, G. T. Karahalios. – DOI 10.1063/1.3225374. – Direct text // AIP Conference Proceedings. – 2009. – Vol. 1148, Issue 1. – P. 558–561.
16. Tian, Z. A fourth-order compact finite difference scheme for the steady stream function-vorticity formulation of the Navier-Stokes/Boussinesq equations / Z. Tian, Y. Ge. – DOI 10.1002/fld.444. – Direct text // International Journal for Numerical Methods in Fluids. – 2003. – Vol. 41, Issue 5. – P. 495–518.
17. Katanov, Yu. E. A probabilistic and statistical model of rock deformation / Yu. E. Katanov. – Text : electronic // E3S Web of Conferences. – 2021. – Vol. 266. – URL: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126603011>.
18. Katanov, Yu. E. Geological and mathematical analogy of reservoir and polymer structures / Yu. E. Katanov, V. M. Aleksandrov, A. K. Yagafarov. – Direct text // TEST Engineering & Management. – 2020. – Vol. 82. – P. 6977–6991.
19. Katanov, Yu. Neural simulation-based analysis of the well wall stability while productive seam penetrating / Yu. Katanov, Yu. Vaganov, M. Cheymetov. – DOI 10.33271/MINING15.04.091. – Direct text // Mining of Mineral deposits. – 2021. – Vol. 15, Issue 4. – P. 91–98.

20. Katanov, Yu. E. Geological and mathematical description of the rocks strain during behavior of the producing solid mass in compression (Tension) / Yu. E. Katanov, Yu. V. Vaganov, M. V. Listak. – DOI 10.33271/mining15.04.091. – Direct text // Journal of Mines, Metals & Fuels. – 2020. – Vol. 68, Issue 9. – P. 285–293.
21. A new laboratory method for evaluating formation damage in fractured carbonate reservoirs / Ye. Yan, J. Yan, S. Zou [et al.]. – DOI 10.1007/s12182-008-0007-3. – Direct text // Petroleum Science. – 2008. – Vol. 5. – P. 45–51.
22. Mackey, G. N. Provenance of Paleocene-Eocene Wilcox group western Gulf of Mexico basin : Evidence for integrated drainage of the southern Laramide rocky mountains and cordilleran arc / G. N. Mackey, B. K. Horton, K. L. Milliken. – DOI 10.1130/B30458.1. – Direct text // Geological Society of America Bulletin. – 2012. – Vol. 124. – P. 1007–1024.
23. Open-system chemical behavior in deep Wilcox group mudstones, Texas Gulf Coast, USA / R. J. Day-Stirrat, K. L. Milliken, S. P. Dutton [et al.]. – DOI 10.1016/j.marpetgeo.2010.08.006. – Direct text // Marine and Petroleum Geology. – 2010. – Vol. 27, Issue 9. – P. 1804–1818.
24. Detailization of the facial conditions for sedimentation of the (formula presented) productive layer with the purpose of specifying features of the geological structure / V. M. Aleksandrov, A. V. Morozov, I. P. Popov [et al.]. – Direct text // Journal of Environmental Management and Tourism. – 2018. – Vol. 9, Issue 5 (29). – P. 932–946.
25. Types, features, and resource potential of Palaeocene-Eocene siliceous rock deposits of the West Siberian Province : a review / I. I. Nesterov, P. V. Smirnov, A. O. Konstantinov, H.-J. Gursky. – DOI 10.1080/00206814.2020.1719370. – Direct text // International Geology Review. – Vol. 63, Issue 4. – P. 504–525.
26. Exact solutions of Navier Stokes equations in porous media / W. Khan, F. Yousafzai, M. I. Chohan [et al.]. – DOI 10.12732/ijpam.v96i2.7. – Direct text // International Journal of Pure and Applied Mathematics. – 2014. – Vol. 96, Issue 2. – P. 235–247.

References

1. Saeedpanah, I. (2017). A MLPG Meshless Method for Numerical Simulation of Unsteady Incompressible Flows. Journal of Applied Fluid Mechanics, 10(1), pp. 421-432. (In English). DOI: 10.18869/ACADPUB.JAFM.73.238.25895
2. Cao, J., & Kitanidis, P. K. (1998). Adaptive finite element simulation of Stokes flow in porous media. Advances in Water Resources, 22(1), pp. 17-31. (In English). DOI: 10.1016/S0309-1708(97)00040-7
3. Li, P.-W., Fan, C. M., Yu, Y. Z., & Song, L. (2016). A Meshless Generalized Finite Difference Scheme for the Streamfunction Formulation of the Navier-Stokes Equations. (In English). Available at: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4230475
4. Bhardwaj, S., & Dalal, A. (2013). Analysis of Natural Convection Heat Transfer and Entropy Generation inside Porous Right-angled Triangular Enclosure. International Journal of Heat and Mass Transfer, 65, pp. 500-513. (In English).
5. Pakdee, W., Utaivorawit, N., & Hussein, A. K. (2015). Mathematical model in the form of vorticity-stream function for porous premixed combustion. Songklanakarin Journal of Science & Technology, 37(5), pp. 595-600. (In English).

6. Pandit, S. K., Chattopadhyay, A., & Oztop, H. F. (2016). A fourth order compact scheme for heat transfer problem in porous media. *Computers & Mathematics with Applications*, 71(3), pp. 805-832. (In English). DOI: 10.1016/j.camwa.2015.12.037
7. Bagai, S., Kumar, M., & Patel, A. (2020). Mixed convection in four-sided lid-driven sinusoidally heated porous cavity using stream function-vorticity formulation. *SN Applied Sciences*, 2(12). (In English). Available at: <https://doi.org/10.1007/s42452-020-03815-7>
8. Comini, G., Manzan, M., & Cortella, G. (1997). Open boundary conditions for the streamfunction-vorticity formulation of unsteady laminar convection. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 31(2), pp. 217-234. (In English). DOI: 10.1080/10407799708915106
9. Calhoun, D. (2002). A Cartesian Grid Method for Solving the Two-Dimensional Streamfunction-Vorticity Equations in Irregular Regions. *Journal of Computational Physics*, 176(2), pp. 231-245. (In English). DOI: 10.1006/jcph.2001.6970
10. Borah, A. K. (2011). Computational Study of Streamfunction-Vorticity Formulation of Incompressible Flow and Heat Transfer Problems. *Applied Mechanics and Materials*, (52-54), pp. 511-516. (In English). DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.52-54.511
11. Wang, C. A., Sadat, H., & Prax, C. (2012). A new meshless approach for three dimensional fluid flow and related heat transfer problems. *Computers & Fluids*, 69, pp. 136-146. (In English). DOI: 10.1016/j.compfluid.2012.08.017
12. Sousa, A. C. M. (2004). Heat transfer distribution for a free/porous system with forced convection and heat generation - a numerical study. *Proceeding of Thermal Sciences 2004. Proceedings of the ASME - ZSIS International Thermal Science Seminar II*. Bled, Slovenia, June, 13-16, 2004. (In English). Available at: <https://doi.org/10.1615/ICHMT.2004.IntThermSciSemin.1150>
13. d'Hueppe, A. (2011). Heat transfer modeling at an interface between a porous medium and a free region. *Doctoral dissertation*. Paris, 188 p. (In English).
14. Akhter, S., & Ashraf, M. (2021). Numerical study of flow and heat transfer in a porous medium between two stretchable disks using quasi-linearization method. *Thermal Science*, 25(2(Part A)), pp. 989-1000. (In English).
15. Loukopoulos, V. C., & Karahalios, G. T. (2009). A Stream Function-Vorticity Formulation Numerical Method for the Unsteady Flow in the Presence of Natural Convection. In *AIP Conference Proceedings*, 1148(1), pp. 558-561. (In English). DOI: 10.1063/1.3225374
16. Tian, Z., & Ge, Y. (2003). A fourth-order compact finite difference scheme for the steady stream function-vorticity formulation of the Navier-Stokes/Boussinesq equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 41(5), pp. 495-518. (In English). DOI: 10.1002/fld.444
17. Katanov, Yu. E. (2021). A probabilistic and statistical model of rock deformation. *E3S Web of Conferences*, 266. (In English). Available at: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126603011>
18. Katanov, Yu. E., Aleksandrov, V. M., & Yagafarov, A. K. (2020). Geological and mathematical analogy of reservoir and polymer structures. *TEST Engineering & Management*, 82, pp. 6977-6991. (In English).
19. Katanov, Yu., Vaganov, Yu., & Cheymetov, M. (2021). Neural simulation-based analysis of the well wall stability while productive seam penetrating. *Mining of Mineral deposits*, 15(4), pp. 91-98. (In English). DOI: 10.33271/MINING15.04.091

20. Katanov, Yu. E., Vaganov, Yu. V., & Listak, M. V. (2020). Geological and mathematical description of the rocks strain during behavior of the producing solid mass in compression (Tension). *Journal of Mines, Metals & Fuels*, 68(9), pp. 285-293. (In English). DOI: 10.33271/mining15.04.091
21. Yan, Ye., Yan, J., Zou, S., Wang, S., & Lu, R. (2008). A new laboratory method for evaluating formation damage in fractured carbonate reservoirs. *Petroleum Science*, (5), pp. 45-51. (In English). DOI: 10.1007/s12182-008-0007-3
22. Mackey, G. N., Horton, B. K., & Milliken, K. L. (2012). Provenance of Paleocene-Eocene Wilcox group western Gulf of Mexico basin: Evidence for integrated drainage of the southern Laramide rocky mountains and cordilleran arc. *Geological Society of America Bulletin*, 124, pp. 1007-1024. (In English). DOI: 10.1130/B30458.1
23. Day-Stirrat, R. J., Milliken, K. L., Dutton, S. P., Loucks, R. G., Hillier, S., Aplin, A. C., & Schleicher, A. M. (2010). Open-system chemical behavior in deep Wilcox group mudstones, Texas Gulf Coast, USA. *Marine and Petroleum Geology*, 27(9), pp. 1804-1818. (In English). DOI: 10.1016/j.marpetgeo.2010.08.006
24. Aleksandrov, V. M., Morozov, A. V., Popov, I. P., Lebedeva, R. G., & Bulgakova, I. A. (2018). Detailization of the facial conditions for sedimentation of the (formula presented) productive layer with the purpose of specifying features of the geological structure. *Journal of Environmental Management and Tourism*, 9(5(29)), pp. 932-946. (In English).
25. Nesterov, I. I., Smirnov, P. V., Konstantinov, A. O., & Gursky, H.-J. (2021). Types, features, and resource potential of Palaeocene-Eocene siliceous rock deposits of the West Siberian Province: a review. *International Geology Review*, 63(4), pp. 504-525. (In English). DOI: 10.1080/00206814.2020.1719370
26. Khan, W., Yousafzai, F., Chohan, M. I., Zeb, A., Zaman, G., & Jung, I. H. (2014). Exact solutions of Navier Stokes equations in porous media. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 96(2), pp. 235-247. (In English). DOI: 10.12732/ijpam.v96i2.7

Информация об авторах

Information about the authors

Катанов Юрий Евгеньевич, кандидат геолого-минералогических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории технологий капитального ремонта скважин и интенсификации притока, ведущий научный сотрудник лаборатории цифровых исследований в нефтегазовой отрасли, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, katanov-juri@rambler.ru

Аристов Артем Игоревич, лаборант лаборатории цифровых исследований в нефтегазовой отрасли, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

Yuri E. Katanov, Candidate of Geology and Mineralogy, Associate Professor, Leading Researcher at Well Workover Technology and Production Stimulation Laboratory, Leading Researcher at the Laboratory for Digital Research in the Oil and Gas Industry, Industrial University of Tyumen, katanov-juri@rambler.ru

Artyom I. Aristov, Assistant at the Laboratory of Digital Research in the Oil and Gas Industry, Industrial University of Tyumen

Ваганов Юрий Владимирович,
кандидат технических наук, доцент,
проректор по научной и инновационной
деятельности, Тюменский индустри-
альный университет, г. Тюмень

Кленских Антон Григорьевич,
младший научный сотрудник лабора-
тории технологий капитального ре-
монта скважин и интенсификации
притока, Тюменский индустриальный
университет, г. Тюмень

Yuriy V. Vaganov, Candidate of Engi-
neering, Associate Professor, Pro-rector
for Research and Innovation, Industrial
University of Tyumen

Anton G. Klenskih, Junior Researcher
at the Well Workover Technology and
Production Stimulation Laboratory, Indus-
trial University of Tyumen

Статья поступила в редакцию 09.11.2022; одобрена после рецензирования
14.11.2022; принята к публикации 18.11.2022.

The article was submitted 09.11.2022; approved after reviewing 14.11.2022; accepted
for publication 18.11.2022.