

УДК 622.276

DOI: 10.31660/0445-0108-2023-2-62-82

## Решение обратной задачи в рамках модели *D-CRMP* с учетом прогнозных свойств

Н. Г. Мусакаев<sup>1,2</sup>, С. П. Родионов<sup>1</sup>, В. И. Лебедев<sup>1,2\*</sup>,  
Э. Н. Мусакаев<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия

<sup>2</sup>Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

<sup>3</sup>ООО «НефтьГазИсследование», Тюмень, Россия

\*vilebedev.72@gmail.com

**Аннотация.** В работе представлено тестирование программы, реализующей модель *D-CRMP*. Модель *D-CRMP* входит в семейство аналитических моделей «емкости — сопротивления» (*CRM*), которые предназначены главным образом для оперативного регулирования системы заводнения. Отличие модели *D-CRMP* заключается в ее способности учитывать периоды остановок добывающих скважин при адаптации модели. Решение обратной задачи основано на использовании алгоритмов имитации отжига и последовательного квадратичного программирования методом наименьших квадратов из библиотеки *SciPy*. В работе рассматривается особенность решения уравнения *D-CRMP*, связанная с ошибками в прогнозе добычи пластовой жидкости после выхода добывающей скважины из периода простоя. Производится выбор целевой функции и ограничений, являющихся предпочтительными при применении упомянутых алгоритмов для адаптации модели *D-CRMP*. Обозначен метод выбора лучшей модели при использовании для их построения алгоритма, основанного на работе генератора псевдослучайных чисел. Выбор осуществляется с учетом прогнозных свойств моделей. Подробно рассмотрен подход к построению доверительных интервалов, основанный на *F*-тесте. Проведена их оценка.

**Ключевые слова:** регулирование разработки нефтяных месторождений, прогноз добычи углеводородов, аналитическая модель, *Capacitance Resistance Model*, оптимизационная задача, алгоритм *SLSQP*, алгоритм имитации отжига, *SciPy*, *F*-тест

**Для цитирования:** Решение обратной задачи в рамках модели *D-CRMP* с учетом прогнозных свойств / Н. Г. Мусакаев, С. П. Родионов, В. И. Лебедев, Э. Н. Мусакаев. – DOI 10.31660/0445-0108-2023-2-62-82 // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2023. – № 2. – С. 62–82.

## **D-CRMP history matching considering predictive properties**

**Nail G. Musakaev<sup>1,2</sup>, Sergey P. Rodionov<sup>1</sup>, Vladimir I. Lebedev<sup>1,2\*</sup>,  
Emil N. Musakaev<sup>1,3</sup>**

<sup>1</sup>*Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of SB RAS, Tyumen, Russia*

<sup>2</sup>*Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia*

<sup>3</sup>*NS Digital LLC, Tyumen, Russia*

*\*vilebedev.72@gmail.com*

**Abstract.** The article presents results of tests of software that implements the D-CRMP model. D-CRMP is a version of the analytical capacitance-resistance model (CRM) that is primarily used for waterflood characterization and reservoir management. The difference of D-CRMP lies in its ability to take into account the shut-in periods of production wells during history matching. The optimization problem is solved by means of simulated annealing and sequential least-squares quadratic programming from the SciPy library. The study considers the feature of solving the D-CRMP equation related to the errors in the reservoir liquid production forecast when previously shut-in well starting its production. The selection of the objective function and constraints, which are preferable when using the mentioned algorithms for D-CRMP history matching, is made. A method for choosing the best model is indicated when using an algorithm, which is dependent on pseudorandom number generator. The choice is made taking into account the predictive properties of the models. An approach to calculating confidence intervals based on the F-test is considered in detail. Evaluation of confidence intervals is carried out.

**Keywords:** reservoir engineering, production forecast, analytical model, Capacitance Resistance Model, optimization problem, SLSQP algorithm, simulated annealing algorithm, SciPy, F-test

**For citation:** Musakaev, N. G., Rodionov, S. P., Lebedev, V. I., & Musakaev, E. N. (2023). D-CRMP history matching considering predictive properties. *Oil and Gas Studies*, (2), pp. 62-82. (In Russian). DOI: 10.31660/0445-0108-2023-2-62-82

## **Введение**

Актуальность работы заключается в развитии аналитических моделей, позволяющих принимать оперативные решения для ряда задач, связанных с регулированием разработки нефтяных месторождений. Данным моделям противопоставляются трехмерные гидродинамические модели, основными недостатками которых при сравнении являются вычислительная сложность и большие неопределенности, в частности относительно низкая достоверность исходных данных. В текущей работе рассматривается модель *D-CRMP*, описанная в статье [1]. Она принадлежит семейству моделей «емкости-сопротивления» (*CRM*). Впервые модель *CRM* была подробно рассмотрена в работе [2]. Разновидности моделей *CRM* продемонстрированы в работе [3]. В отечественной практике значительный вклад в развитие моделей *CRM* внесла исследовательская группа, опубликовавшая монографию [4].

В основе модели *CRM* лежит уравнение материального баланса, которое записывается для выбранного контрольного объема. Для построения модели используются, как правило, данные о дебите и забойном давлении добывающих скважин, а также о расходе нагнетательных скважин. В ходе решения обратной задачи в рамках модели *CRM* обычно находятся коэф-

коэффициенты взаимовлияния скважин  $f_{ij}$ , коэффициенты продуктивности  $J_j$ , константы времени  $\tau_j$ . Коэффициенты  $f_{ij}$  представляют собой долю расхода воды нагнетательной скважины  $i$ , приходящуюся на добычу жидкости добывающей скважины  $j$ . Коэффициенты  $\tau_j$  имеют единицу измерения такую же, как шаг по времени (например, сутки). По отношению к модели они объясняют задержку во времени изменения дебитов добывающих скважин в ответ на изменения расходов нагнетательных скважин. Если бы значения  $\tau_j$  стремились к нулю, дебиты добывающих скважин изменялись бы мгновенно при изменении расходов нагнетательных скважин. Физический смысл этих коэффициентов выражается как:  $\tau = c_t V_p / J$ , где  $c_t$  — общий коэффициент сжимаемости породы и жидкости;  $V_p$  — поровый объем в контрольном объеме;  $J$  — коэффициент продуктивности.

Таким образом,  $\tau_j$  связаны с запасом упругой энергии в контрольном объеме. Коэффициенты продуктивности описываются выражением:

$$q(t) = J (\bar{p}(t) - p_{wf}(t)),$$

где  $\bar{p}(t) - p_{wf}(t)$  — перепад давления между пластом и забоем скважины.

В модели *D-CRMP* контрольным объемом является дренируемый объем каждой добывающей скважины (рис. 1).

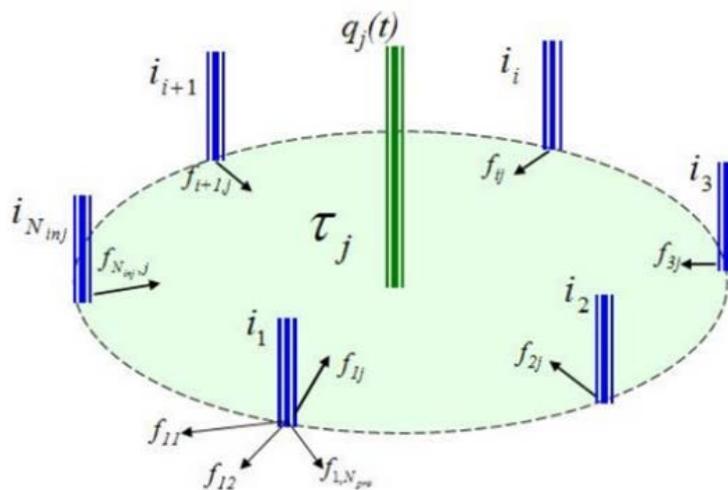


Рис. 1. Контрольный объем модели CRMP

Модель *D-CRMP* позволяет учитывать периоды остановок и введение новых добывающих скважин в разработку при решении обратной задачи. Аналитическое решение основного уравнения модели записывается следующим образом (1):

$$q_j(t_k) = \Gamma_j(t_k) \cdot \{A + B \cdot (C - D)\},$$

$$A = q_j(t_{k-1}) \cdot \exp\left(\frac{-\Delta t}{\tau_j}\right), \quad B = 1 - \exp\left(\frac{-\Delta t}{\tau_j}\right), \quad (1)$$

$$C = \sum_{i=1}^{n_I} \frac{f_{ij}}{\sum_{j=1}^{n_P} \Gamma_j(t_k) \cdot f_{ij}} \cdot I_i(t_k), \quad D = J_j \cdot \tau_j \cdot \frac{P_{wf,j}^k - P_{wf,j}^{k-1}}{\Delta t},$$

где  $j$  — номер добывающей скважины;  $i$  — номер нагнетательной скважины;  $t_k$  и  $k$  — номер временного шага;  $\Delta t$  — временной шаг;  $q$  — дебит добывающей скважины;  $I$  — расход нагнетательной скважины;  $\Gamma$  — индикаторная функция;  $P_{wf}$  — забойное давление добывающей скважины;  $n_I$  — число нагнетательных скважин;  $n_P$  — число добывающих скважин.

Индикаторная функция принимает следующие значения:

$$\Gamma_j(t_k) = \begin{cases} 1, & q_j(t_k) \neq 0, P_{wf,j}^k \neq 0 \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Задача оптимизации заключается в нахождении минимума целевой функции, описываемой выражением (2)

$$\min \left\{ \frac{\left( \sum_{k=1}^{n_T} \sum_{j=1}^{n_P} (q_{j_{obs}}(t_k) - q_j(t_k))^2 \right)}{\left( \sum_{k=1}^{n_T} \sum_{j=1}^{n_P} (q_{j_{obs}}(t_k) - \bar{q}_{obs})^2 \right)} \right\}, \quad (2)$$

где  $n_T$  — суммарное число временных шагов;  $q_{j_{obs}}$  — фактический дебит скважины  $j$ ;  $q_j$  — расчетный дебит скважины  $j$  по модели *D-CRMP*;  $\bar{q}_{obs}$  — среднее арифметическое фактических дебитов всех добывающих скважин за все время.

Для решения задачи оптимизации в рамках модели *CRM* применяются методы Монте-Карло, градиентные алгоритмы, генетические алгоритмы, метод имитации отжига [4]. В работе [1] для оптимизации используется алгоритм Левенберга — Марквардта. Из-за большого количества параметров и характера минимизируемой функции поиск глобального минимума затруднен и требует значительных затрат времени. Одним из подходов к решению этой проблемы является установление ограничений. Ограничения, связанные со спецификой искомым величин, могут быть записаны следующим образом:

$$f_{ij}, \tau_j, J_j \geq 0 \text{ (для всех } i \text{ и } j) \text{ и } \sum_{j=1}^{n_P} f_{ij} \leq 1 \text{ (для всех } i). \quad (3)$$

Они могут быть дополнены за счет априорной информации

$$f_{ij_{min}} \leq f_{ij} \leq f_{ij_{max}}, \quad (4)$$

$$\tau_{j_{min}} \leq \tau_j \leq \tau_{j_{max}}, \quad (5)$$

$$J_{j_{min}} \leq J_j \leq J_{j_{max}}. \quad (6)$$

Априорную информацию можно получить за счет опыта использования модели *D-CRMP*, через связь параметров с промышленными данными и с помощью экспертной оценки. В частности, можно выделить эмпирическое правило, заключающееся в том, что время реакции добывающих скважин на изменение расхода нагнетательных скважин приближенно равно  $\frac{1}{2}\tau$  [4].

Основной проблемой, поднятой в данной статье, является смещение акцента при решении обратной задачи на описание обучающей выборки, в то время как в действительности представляют интерес прогнозные свойства модели. Целью исследования является установление подхода к адаптации модели *D-CRMP* с учетом ее прогнозных свойств. Задачи исследования: реализация модели *D-CRMP* с помощью компьютерной программы; оценка качества работы модели; проверка подхода к выбору решения обратной задачи с учетом прогнозных свойств модели; описание особенностей решения; обсуждение результатов моделирования.

#### **Методика решения обратной задачи**

В работе [5] рассматривается проблема структурной идентификации, то есть выбора фильтрационной модели оптимальной сложности. Для выбора модели, которая одновременно удовлетворительно описывает промышленные данные и дает устойчивый прогноз, решается задача многокритериальной структурной идентификации с помощью двух регуляризирующих функционалов, один из которых отвечает за качество адаптации и прогноза, а другой — за сложность модели. В данной работе применяется алгоритм имитации отжига для решения задачи глобальной оптимизации, после чего полученные значения параметров используются в качестве начального приближения для алгоритма локальной оптимизации *SLSQP*. Так как алгоритм имитации отжига является разновидностью алгоритма Метрополиса [6], то есть он использует генератор псевдослучайных чисел, имеет смысл проверить влияние на построение модели случайных факторов. Этого можно добиться построением графика сравнения вариабельности значений функции принадлежности некоторого количества моделей, построенных указанным способом. Модели отличаются друг от друга значениями подобранных параметров ввиду различия начальных приближений. В данной работе не рассматривается изменение сложности модели, но используется один из регуляризирующих функционалов, используемых в работе [5], сведенных к функции принадлежности. По значению функции принадлежности можно выбрать лучшую модель из полученных.

Для нахождения значений функционала рассматриваемый временной период делится на период обучения и период теста

$$T_{all} = T_o + T_e,$$

где  $T_{all}$  — рассматриваемый период разработки;  $T_o$  — период обучения;  $T_e$  — период теста.

Нахождение минимума функции (2) с использованием наблюдений за период  $T_o$  позволяет найти вектор искомых параметров модели. При этом соответствующее значение функции (2) обозначается  $J_o$ . Используя наблюдения за период  $T_e$ , с помощью настроенной модели можно найти значение функции (2), которое обозначается  $J_e$ . Если коэффициент  $\gamma$  выражает значимость прогноза относительно адаптации, тогда значение регуляризирующего функционала

$$J_{all} = J_o + \gamma J_e.$$

Для того чтобы иметь перспективную возможность выбора модели по другим критериям, вводится функция принадлежности:

$$\varphi(J_{all}; 0; J_{all_{max}}; 2) = \begin{cases} 1, & J_{all} = 0 \\ \left(1 - \frac{J_{all} - 0}{J_{all_{max}} - 0}\right)^2, & 0 < J_{all} < J_{all_{max}} \\ 0, & J_{all} = J_{all_{max}} \end{cases} \quad (7)$$

где  $J_{all_{max}}$  — значение регуляризирующего функционала наименее качественной модели, соответствующее наибольшему значению  $J_{all}$ .

### Оценка неопределенностей

Модели *CRM* достаточно просты в построении, поэтому их можно использовать в статистическом анализе. Оценка неопределенностей производится построением доверительных интервалов параметров выбранной модели с уровнем доверия 95 %. Ввиду того, что модель является нелинейной, нахождение доверительных интервалов связано с определенными трудностями. Обычно построение доверительных интервалов для нелинейных моделей производится с помощью метода *bootstrapping* [7, 8]. Однако, как замечает автор работы [7], такой подход требует значительных временных затрат, что нивелирует преимущество модели *CRM*, заключающееся в скорости вычислений. В работе [1] перечислен ряд других подходов, например, оценка только коэффициентов взаимовлияния скважин, при которой константы времени при решении обратной задачи принимаются постоянными. Уравнение *CRM* в таком случае записывается как линейная комбинация коэффициентов взаимовлияния скважин. Становится возможным получение доверительных интервалов для параметров линейной ре-

грессии. В данном исследовании несимметричные доверительные интервалы будут построены с использованием  $F$ -теста аналогично [1].

$F$ -распределение или распределение Фишера — это распределение отношения двух случайных величин, каждая из которых имеет распределение  $\chi^2$  с определенным количеством степеней свободы. Распределение  $\chi^2$  имеет случайная величина, являющаяся суммой квадратов совместно независимых случайных величин, каждая из которых имеет стандартное нормальное распределение. Учитывая, что сумма квадратов отклонений фактических данных от модельных для линейной регрессии имеет распределение  $\chi^2$ , так как сами отклонения распределены стандартно, нормально и являются совместно независимыми [8], можно провести статистический тест, показывающий, одинаково ли хорошо определенная модель линейной регрессии описывает разные выборки данных, к которым эта модель адаптирована. Сумма квадратов отклонений фактических данных от модельных (9) часто выбирается в качестве целевой функции при математической оптимизации или входит в ее состав. Как показано в работе [9],  $F$ -тест можно проводить как для линейной, так и для нелинейной регрессии.

Другой разновидностью  $F$ -теста является сравнение рассматриваемой (полной) модели с моделью с вложенным параметром (*nested component*) [8]. Поднимается вопрос, одинаково ли хорошо две модели описывают исходные данные (одну выборку) и, в частности, нужны ли дополнительные параметры для лучшей адаптации к исходным данным. Для демонстрации теста рассмотрим модель, описываемую уравнением регрессии с  $p$  параметрами. Сокращенная (нулевая или упрощенная) модель содержит ограничения на  $k$  из них, к примеру, модель, в которой  $k$  параметров принимаются равными нулю. Нулевая гипотеза  $H_0$  — сокращенная модель так же хорошо описывает данные, как полная модель. Альтернативная гипотеза  $H_1$  — сокращенная модель хуже описывает данные. Если  $n$  — количество наблюдений (фактических данных), то значение  $F$ -статистики можно найти по формуле из работы [9]:

$$F_{obs} = \frac{(SS_0 - SS_{full}) / (df_0 - df_{full})}{SS_{full} / df_{full}}, \quad (8)$$

$$df_{full} = n - p, \quad df_0 - df_{full} = n - (p - k) - (n - p) = k,$$

$$SS = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i; \theta_1, \dots, \theta_p))^2, \quad (9)$$

где  $y$  — фактическое значение величины;  $f(x_i; \theta_1, \dots, \theta_p)$  — модельное значение величины;  $x_i$  — регрессоры или независимые переменные;  $\theta_j$  — параметр модели;  $SS_0$  — квадрат разности между фактическими и модельными данными в нулевой или сокращенной модели;  $SS_{full}$  — квадрат

разности между фактическими и модельными данными в полной модели;  $df_0$  — количество степеней свободы в нулевой или сокращенной модели;  $df_{full}$  — количество степеней свободы в полной модели.

Частным случаем описанного выше статистического теста является проверка модели с ограничением одного параметра, что можно трактовать как  $H_0: \theta_j = \theta_0$ , то есть параметр  $\theta_j$  равен значению  $\theta_0$ , принятому в сокращенной модели, так как полная и сокращенная модели одинаково хорошо описывают исходные данные. Соответственно,  $H_1: \theta_j \neq \theta_0$ .

Для того чтобы провести тест, выбирается значение уровня статистической значимости  $\alpha$  или вероятность ошибочно отклонить нулевую гипотезу. В одностороннем тесте при уровне доверия 95 %

$$\alpha = \frac{0,05}{2} = 0,025.$$

Значение вероятности  $p$ , соответствующее значению уравнения (8), можно найти с помощью кумулятивной функции  $F$ -распределения как

$$p = 1 - F_{cdf}(F, dfn, dfd),$$

где  $F_{cdf}(F, dfn, dfd)$  — кумулятивная функция  $F$ -распределения,  $F$  — значение статистики теста, то есть  $F_{obs}$ ;  $dfn$  — число степеней свободы числителя, то есть  $df_0 - df_{full}$ ;  $dfd$  — число степеней свободы знаменателя, то есть  $df_{full}$ .

Если  $p < \alpha$ , то  $H_0$  отвергается, если  $p \geq \alpha$ , для этого нет достаточных оснований при заданном  $\alpha$ , соответственно,  $H_0$  принимается.

Учитывая вышесказанное, несимметричный доверительный интервал для одного из параметров можно найти следующим образом. Так как полной моделью является та, которая выбирается с помощью функции (7), то ряд сокращенных моделей строится с помощью ограничения на параметр вида

$$(x_{ii} + jj \cdot step; x_{ii} + jj \cdot step + 10^{-10}),$$

где  $x_{ii}$  — значение  $ii$  параметра лучшей модели;  $jj$  — номер шага;  $step$  — значение шага.

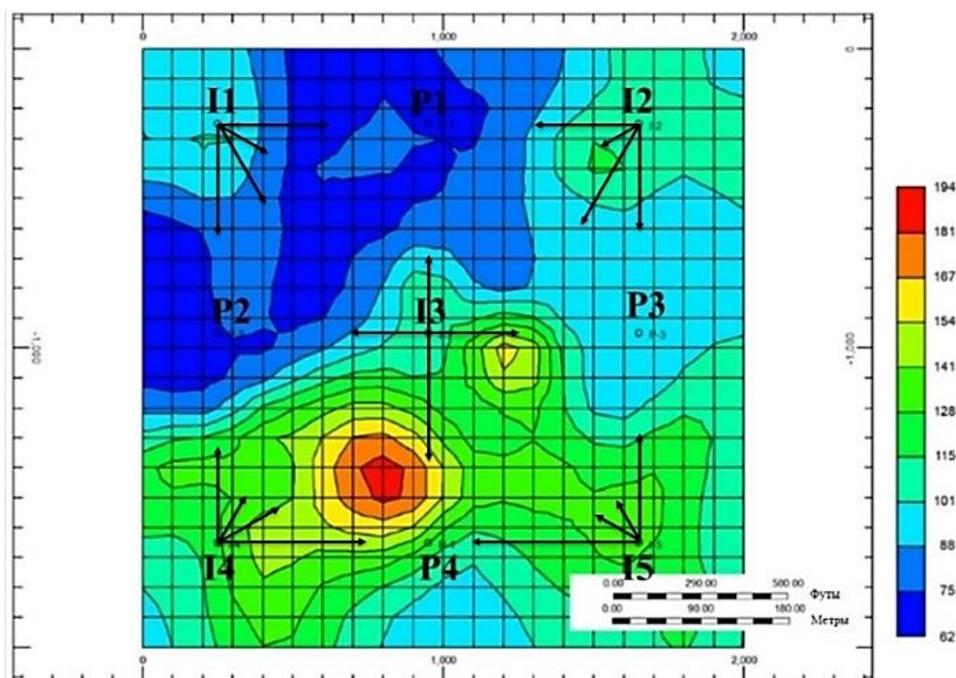
Слева указана нижняя граница параметра, справа — верхняя. Такая запись справедлива для перебора с положительным шагом. Для отрицательного шага

$$(x_{ii} - jj \cdot step - 10^{-10}; x_{ii} - jj \cdot step).$$

Каждая сокращенная модель адаптируется на данные так же, как и полная модель за счет подбора  $p - 1$  параметров. Параметр изменяется до тех значений, при которых  $H_0$  отвергается.

### Объект и методы исследования

Для тестирования программы исходные данные выбираются из двух сценариев [1]. Первый сценарий не содержит остановок добывающих скважин в истории разработки, во втором сценарии скважины периодически находятся в простое. В обоих сценариях рассматривается синтетическая модель пласта, созданная в гидродинамическом симуляторе [1]. Однослойная нефтяная залежь разрабатывается 4 добывающими и 5 нагнетательными скважинами (рис. 2). Размеры залежи составляют  $609,60 \times 609,60 \times 30,48$  метров, а сетка состоит из  $20 \times 20 \times 1$  блоков. Начальное пластовое давление в куполе залежи на глубине 1 524 м равно 34,47 МПа. Пластовая жидкость содержит две фазы: воду и нефть. Плотность нефти равна  $848 \text{ кг/м}^3$ , пористость составляет 21 %, объемный коэффициент нефти равен  $1,012 \text{ м}^3/\text{ст.м}^3$ , а сжимаемость жидкости —  $4,13 \cdot 10^{-10} \frac{1}{\text{Па}}$ .



*Рис. 2. Рассматриваемый элемент сетки скважин с распределением коэффициентов взаимовлияния, полученных в [1]. Модуль векторов пропорционален коэффициентам, а сами они показывают направления потоков. На карте представлено распределение проницаемости в миллиардах. P — обозначение добывающей скважины; I — нагнетательной*

История разработки представлена за 96 месяцев с января 2003 года. Динамика расходов нагнетательных скважин для обоих сценариев продемонстрирована на рисунке 3.

Забойные давления добывающих скважин поддерживаются постоянными и составляют 17,37 МПа.

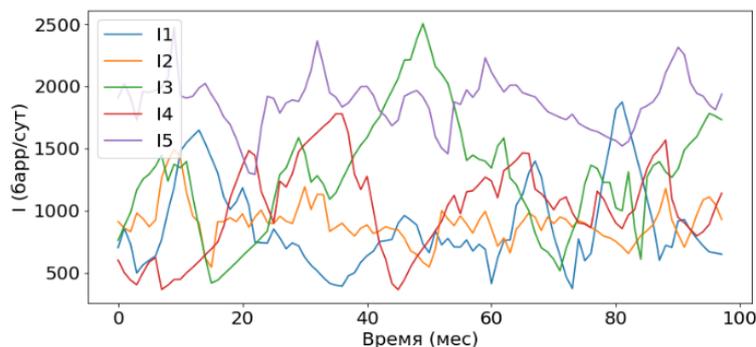


Рис. 3. Исходные данные о расходе нагнетательных скважин. Расходы записаны в барр/сут для простоты сравнения с [1]

Исходные данные о расходах и дебитах скважин были оцифрованы из [1]. По рисунку 4 можно судить о качестве оцифровки и реализации модели *D-CRMP*. Коэффициенты детерминации  $R^2$  варьируются в пределах от 0,951 до 0,976, что говорит об удовлетворительной работе программы.

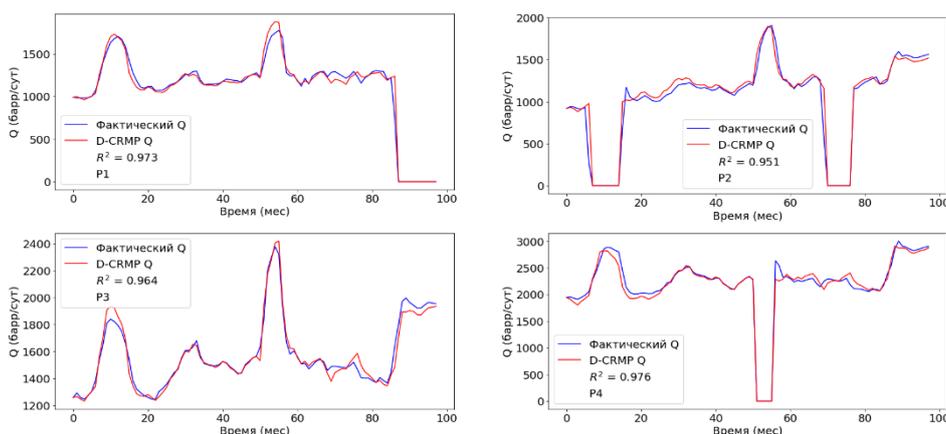


Рис. 4. Сравнение исходных данных о дебитах добывающих скважин второго сценария с модельными значениями *D-CRMP* по параметрам из таблицы 1

В ходе решения обратной задачи находятся 24 параметра модели *D-CRMP*. Параметры  $J_j$  не определяются вследствие постоянства забойных давлений. Значения параметров, полученных в работе [1], представлены в таблице 1. В обоих сценариях получены практически идентичные значения. Отличающиеся значения для второго сценария указаны в скобках. Через точку с запятой указаны соответствующие значения доверительных интервалов с уровнем доверия 95 % [1].

## Модельные параметры и доверительные интервалы из [1]

$f_{ij}$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$I_1$	0,295; 0,0467	0,298; 0,0452	0,157; 0,0870	0,250; 0,0574
$I_2$	0,283; 0,1110	0,121; 0,1648	0,285; 0,1127	0,312; 0,0898
$I_3$	0,210; 0,0515	0,207; 0,0518	0,242; 0,0457	0,342; 0,0322
$I_4$	0,152; 0,0929	0,260; 0,0529	0,192; 0,0770	0,396; 0,0397
$I_5$	0,124; 0,1525	0,137; 0,1449	0,291; 0,0691	0,448; 0,0567
$\tau_j$	43,25; 0,0735	41,31 (41,32); 0,0727	43,94 (43,95); 0,0583	38,71; 0,0330

Для определения эффективности алгоритмов оптимизации замеряется время их работы при построении модели с уникальным набором параметров. Технические характеристики используемого компьютера: процессор *AMD Ryzen 5 4600H*, оперативная память — 2 модуля *8 ГБ DDR4-3200 SDRAM (24-22-22-52)*. Записываются номера вызовов этими алгоритмами целевой функции (2). Фиксируются соответствующие вызовам значения функции (2). Использование вызовов целевой функции вместо номеров итерации связано со сложностями в получении этих значений.

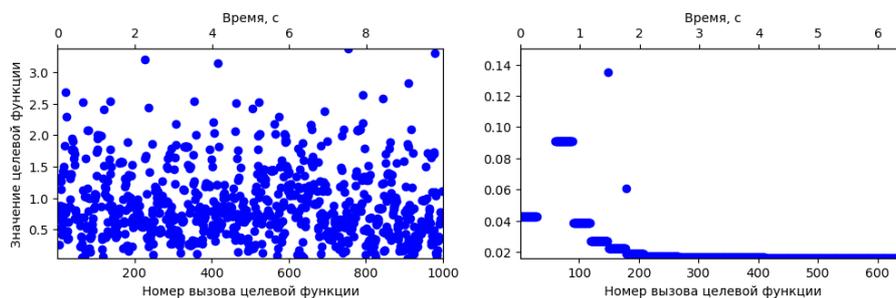
Для оптимизации используются значения по умолчанию метода *optimize.minimize* библиотеки *SciPy* версии 1.9.3 со значением именованного аргумента *method="SLSQP"* и аргумента *options* с переданным словарем *'ftol': 10<sup>-7</sup>, 'disp': True, 'maxiter': 50*. Данный метод принимает любые ограничения, указанные в неравенствах (3)–(6). Начальное приближение искомого параметров для алгоритма *SLSQP* находится алгоритмом имитации отжига. Этому соответствует вызов метода *optimize.dual\_annealing* с переданными значениями аргументов *maxfun = 1 000, no\_local\_search = True*. Данный метод принимает все ограничения из неравенств (3)–(6), кроме правого неравенства в (3). Поэтому после применения алгоритма *SLSQP* значение минимума (2) может быть несколько больше, чем по результатам работы алгоритма имитации отжига.

Кроме ограничения (3), в данной работе используется наблюдение из [4]. Анализируя то, как быстро добывающие скважины достигают пиков добычи из-за перераспределения к ним части притока после остановки одной из скважин на рисунке 4, выбирается ограничение (5). Коэффициенты  $\tau_j$  ограничиваются в пределах от 35 до 55 суток (шаг по времени 30 суток).

### Результаты

На рисунке 5 представлен процесс получения одной модели. По нему можно судить о скорости построения модели и порядках соответствующих значений целевой функции (2). При обучении модели используются 73 наблюдения ( $T_o = 3T_e$ ), которые взяты из  $T_{all}$  в хронологическом порядке. По графику можно судить о том, что на построение 100 моделей с уникальными значениями искомого параметров потребуется около получаса, а на построение 10 000 моделей примерно 2 дня. Этот факт демонстри-

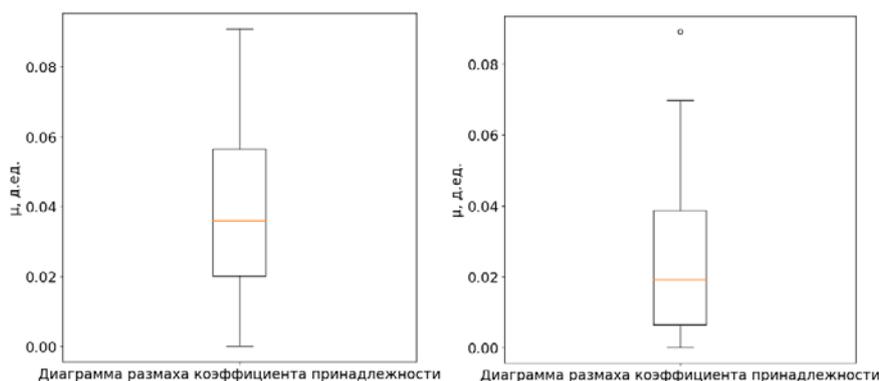
рует нерациональность методов расчета доверительных интервалов, основанных на построении значительного числа моделей [7].



**Рис. 5. Процесс получения модели с уникальными параметрами алгоритмом имитации отжига (слева) и алгоритмом последовательного квадратичного программирования (справа)**

С помощью последовательности на рисунке 5 создается 100 моделей, лучшая из которых выбирается по наибольшему значению выражения (7). При расчете  $J_{all}$  значение  $\gamma$  выбирается равным 3 из учета  $T_o = 3T_e$ . При построении моделей для алгоритма имитации отжига задается и записывается значение *seed* с помощью метода *random.randint*. Запись этих значений необходима для воспроизводимости значений начального приближения и, как следствие, для воспроизводимости параметров конкретной модели. Это свойство используется для исключения влияния случайных факторов на построение доверительных интервалов, так как для сокращенных моделей используется то же значение *seed*, что и для полной модели.

Полученные графики на рисунке 6 демонстрируют устойчивость решения к влиянию генератора псевдослучайных чисел. Разброс значений  $\mu$  в пределах примерно 8 % позволяет сделать вывод, что решение устойчивое. С другой стороны, незначительная разница между лучшей и худшей моделями обусловлена единой структурой построенных моделей.



**Рис. 6. Графики устойчивости для сценариев 1 (слева) и 2 (справа).**  
При построении графиков использовались значения по умолчанию метода *ruplot.boxplot*

Параметры выбранных моделей для сценариев 1 и 2 представлены в таблицах 2 и 3, соответственно. Границы доверительных интервалов указаны в левой и правой частях неравенств. Если значения границ интервалов совпадают с расчетными значениями параметров (в центре), значит их настоящие значения меньше выбранного шага перебора параметров. Шаг выбирается равным 0,01 для коэффициентов взаимовлияния скважин и 1 для констант времени. После получения значения  $\tau_j$ , при котором значение вероятности  $p$  опускалось ниже 0,025, алгоритм возвращается на один шаг назад и перебирает значения с шагом 0,1. При расчете моделей с ограничениями на один из параметров используется тот же подход (см. рис. 5).

Таблица 2

**Модельные параметры для сценария 1**

$f_{ij}$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$I_1$	$0,30 \leq 0,30 \leq 0,30$	$0,26 \leq 0,29 \leq 0,31$	$0,16 \leq 0,16 \leq 0,16$	$0,24 \leq 0,24 \leq 0,24$
$I_2$	$0,24 \leq 0,25 \leq 0,25$	$0,13 \leq 0,13 \leq 0,16$	$0,24 \leq 0,24 \leq 0,24$	$0,28 \leq 0,35 \leq 0,35$
$I_3$	$0,20 \leq 0,20 \leq 0,21$	$0,17 \leq 0,20 \leq 0,20$	$0,21 \leq 0,22 \leq 0,23$	$0,33 \leq 0,33 \leq 0,33$
$I_4$	$0,16 \leq 0,16 \leq 0,16$	$0,25 \leq 0,25 \leq 0,26$	$0,16 \leq 0,18 \leq 0,21$	$0,37 \leq 0,37 \leq 0,37$
$I_5$	$0,11 \leq 0,13 \leq 0,14$	$0,13 \leq 0,13 \leq 0,14$	$0,31 \leq 0,31 \leq 0,31$	$0,44 \leq 0,44 \leq 0,44$
$\tau_j$	$42,2 \leq 42,3 \leq 43,3$	$29,2 \leq 38,3 \leq 42,4$	$31,9 \leq 36,3 \leq 46,2$	$43,6 \leq 46,8 \leq 46,8$

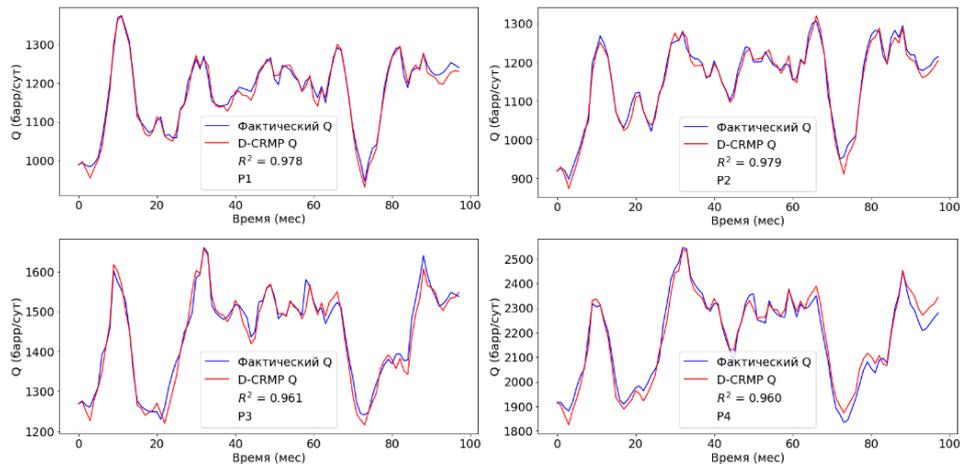
Таблица 3

**Модельные параметры для сценария 2**

$f_{ij}$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$I_1$	$0,28 \leq 0,28 \leq 0,35$	$0,27 \leq 0,27 \leq 0,27$	$0,14 \leq 0,14 \leq 0,15$	$0,28 \leq 0,31 \leq 0,36$
$I_2$	$0,27 \leq 0,29 \leq 0,31$	$0,04 \leq 0,10 \leq 0,11$	$0,24 \leq 0,24 \leq 0,25$	$0,18 \leq 0,36 \leq 0,39$
$I_3$	$0,14 \leq 0,17 \leq 0,22$	$0,20 \leq 0,25 \leq 0,27$	$0,22 \leq 0,24 \leq 0,24$	$0,30 \leq 0,35 \leq 0,39$
$I_4$	$0,11 \leq 0,14 \leq 0,22$	$0,27 \leq 0,29 \leq 0,32$	$0,07 \leq 0,19 \leq 0,24$	$0,35 \leq 0,36 \leq 0,41$
$I_5$	$0,13 \leq 0,16 \leq 0,24$	$0,06 \leq 0,08 \leq 0,08$	$0,32 \leq 0,32 \leq 0,41$	$0,36 \leq 0,41 \leq 0,54$
$\tau_j$	$43,5 \leq 49,5 \leq 105,7$	$31,9 \leq 35,5 \leq 59,8$	$35,3 \leq 42,7 \leq 61,8$	$34,6 \leq 52,9 \leq 85,2$

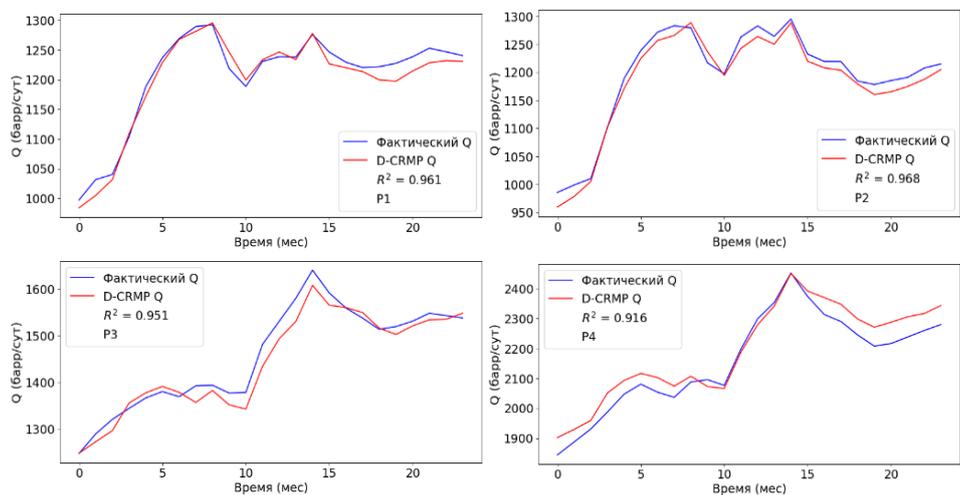
При проведении  $F$ -теста в уравнении (8) используются значения функции (2) для интервала наблюдений  $T_{all}$  со степенями свободы 73 (то есть  $97 - 24$ ) и 74 (то есть  $97 - 23$ ), соответственно. Использование функции (2) вместо определения (9) обусловлено тем, что знаменатели (2) сокращаются в уравнении (8) и в числителях остаются (9). Таким образом, в знаменатель уравнения (8) подставляется значение (2) лучшей модели, построенной без ограничений, в числитель — разность значения (2) модели с ограничением со значением (2) для лучшей модели.

На рисунке 7 представлены графики сравнения дебитов, полученных по модели  $D-CRMP$ , по параметрам, полученным в данной работе, с фактическими данными для сценария 1 за период  $T_{all}$ . Значения  $R^2$  изменяются в пределах от 0,960 до 0,979.

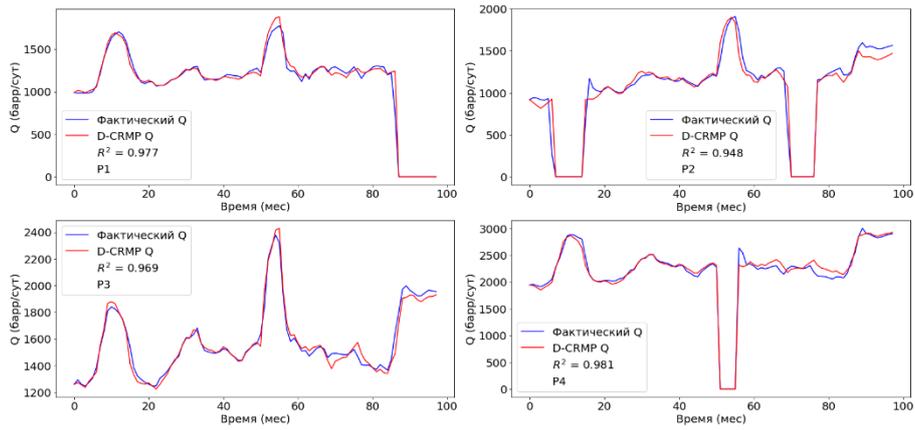


**Рис. 7. Сравнение исходных данных о дебитах добывающих скважин сценария 1 за период  $T_{all}$  с модельными значениями D-CRMP**

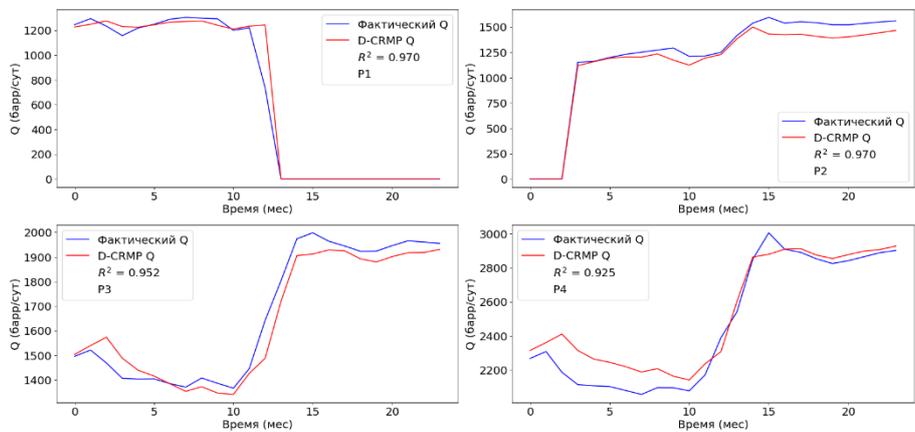
На рисунке 8 представлены графики сравнения дебитов, полученных по модели *D-CRMP*, по параметрам, полученным в данной работе, с фактическими данными для сценария 1 за период  $T_e$ . Значения  $R^2$  изменяются в пределах от 0,916 до 0,968. На рисунке 9 представлено сравнение дебитов, полученных по модели *D-CRMP*, по параметрам, полученным в данной работе, с фактическими данными для сценария 2 за период  $T_{all}$ ; значения  $R^2$  изменяются в пределах от 0,948 до 0,981. На рисунке 10 представлены графики сравнения дебитов, полученных по модели *D-CRMP*, с фактическими данными для сценария 2 за период  $T_e$ . Значения  $R$  изменяются в пределах от 0,925 до 0,970.



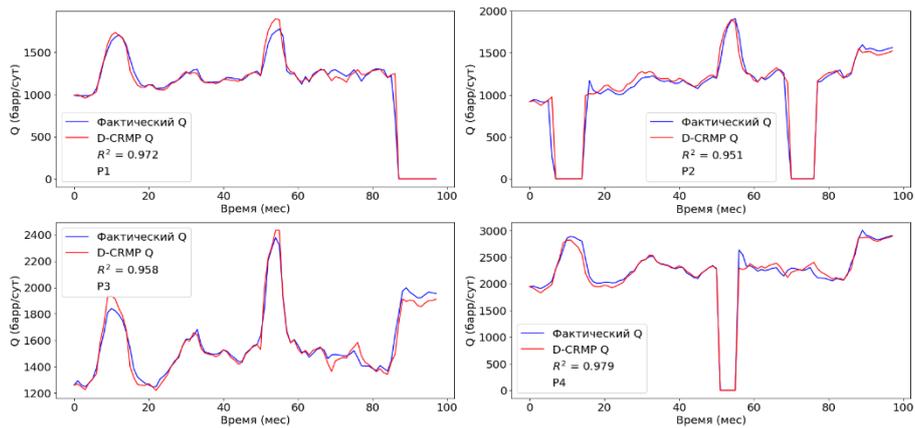
**Рис. 8. Сравнение исходных данных о дебитах добывающих скважин сценария 1 за период  $T_e$  с модельными значениями D-CRMP**



**Рис. 9. Сравнение исходных данных о дебитах добывающих скважин сценария 2 за период  $T_{all}$  с модельными значениями D-CRMP**



**Рис. 10. Сравнение исходных данных о дебитах добывающих скважин сценария 2 за период  $T_e$  с модельными значениями D-CRMP**



**Рис. 11. Сравнение исходных данных о дебитах добывающих скважин сценария 2 за период  $T_{all}$  с модельными значениями D-CRMP по параметрам, полученным в данной работе с помощью данных сценария 1**

На рисунке 11 представлены графики сравнения дебитов, полученных по модели *D-CRMP*, с использованием модельных параметров из сценария 1, с фактическими данными для сценария 2 за период  $T_{all}$ ; значения  $R^2$  изменяются от 0,951 до 0,979. На рисунке 12 представлены карты распределений коэффициентов взаимовлияния для сценариев 1 и 2, соответственно. Распределения соответствуют параметрам из таблиц 2 и 3.

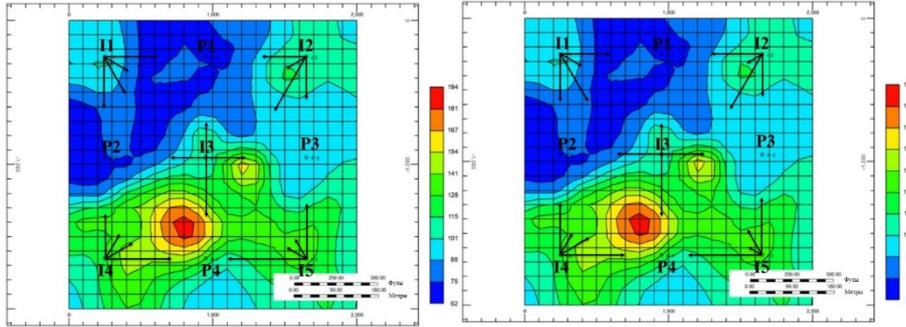


Рис. 12. Распределение коэффициентов взаимовлияния в первом и втором сценариях, соответственно. Обозначения аналогичны рисунку 2

### Обсуждение

Для решения обратной задачи с помощью обозначенных алгоритмов был опробован ряд целевых функций, среди которых, помимо выражения (2), были:

$$\min \left\{ \sum_{k=1}^{n_T} \sum_{j=1}^{n_P} (q_{j_{obs}}(t_k) - q_j(t_k))^2 \right\}, \quad (10)$$

$$\min \left\{ \sqrt{\sum_{k=1}^{n_T} \sum_{j=1}^{n_P} (q_{j_{obs}}(t_k) - q_j(t_k))^2} \right\}, \quad (11)$$

$$\min \left\{ \sum_{k=1}^{n_T} \sum_{j=1}^{n_P} \left( \frac{q_{j_{obs}}(t_k) - q_j(t_k)}{q_{j_{obs}}(t_k)} \right)^2 \right\}. \quad (12)$$

В алгоритме *SLSQP* целевая функция (10) выдает ошибку "*positive directional derivative for linesearch*", которая, вероятнее всего, возникает из-за невозможности данного оптимизатора работать с очень большими значениями. Функции (11) и (12) возможно использовать для поиска решения, однако алгоритм сходится медленнее, чем с функцией (2). Например, при ограничении в 50 итераций с функциями (11) и (12) работа оптимизационного алгоритма прерывается с сообщением "*Iteration limit reached*", чего не происходит при использовании функции (2). Функция (2), по сути, является отклонением коэффициента детерминации от 1, если мысленно представить график работы одной псевдоскважины за время в  $n_P$  раз большее, чем число наблюдений, используемых при обучении модели.

Замечанием, касающимся уравнения (1) из [1], является невозможность получить ровную линию, как, например, на рисунке 4, при изменении значения  $\Gamma_j(t_k)$  с 0 на 1, то есть при выходе скважины из простоя, используя уравнение как есть. Это связано с тем, что прирост дебита обусловлен выходом из простоя, а не с изменением расходов нагнетательных скважин, поэтому в силу природы  $\tau_j$  значение дебита по (1) будет возвращаться медленнее, чем на самом деле. Чтобы избежать такой ситуации, для расчета дебита на шаге, следующем после периода простоя, можно принять дебит предыдущего шага равным дебиту до остановки.

Значения  $R^2$  во всех рассмотренных случаях говорят о приемлемом качестве реализации модели *D-CRMP*. В каждом рассмотренном случае, включая результаты работы [1], подтверждается факт того, что значения коэффициентов взаимовлияния скважин зависят от неоднородности пласта и расстояния в паре нагнетательная — добывающая скважина. Меньшее расстояние в обозначенной паре и больший коэффициент проницаемости в пространстве пласта вокруг добывающей скважины соответствует большому коэффициенту взаимовлияния. Об этом свидетельствуют распределения коэффициентов на рисунках 2 и 12. Также данный факт подтверждается тем, что доверительные интервалы пересекаются в 16 из 24 случаев, то есть распределение коэффициентов воспроизводимо, как видно из таблиц 2 и 3. Исключительно для коэффициентов взаимовлияния доверительные интервалы пересекаются в 13 из 20 случаях, причем, даже если они не пересекаются, значения расположены достаточно близко.

Можно заметить, что доверительные интервалы, а следовательно, неопределенности, больше в случае 2, что особенно характерно для коэффициентов  $\tau_j$ . Действительно, эти коэффициенты, как показывает *F*-тест, могут меняться в большом диапазоне значений, незначительно влияя на  $R^2$ . Большие неопределенности в случае 2 связаны, очевидно, с тем, что неработающие скважины фактически уменьшают интервал обучения, так как не несут сведений о реакции добывающих скважин на нагнетательные.

На основе уже имеющейся информации невозможно сделать вывод о том, связаны ли настолько близкие значения найденных параметров в [1] с большим интервалом обучения, чем в данной работе, или, вероятно, с используемым подходом к решению обратной задачи. Даже для сценария 1 возможные решения (параметры моделей и результаты расчета динамики добычи), хотя и остаются качественно похожими (в частности, по коэффициентам взаимовлияния и  $R^2$ ), варьируются в некоторых пределах.

Меньшие значения доверительных интервалов в [1] могут быть связаны с нахождением параметров, которые дают более глубокий минимум, с использованием другого оптимизационного алгоритма или с особенностями построения доверительных интервалов. Другим фактором могут являться погрешности при оцифровке данных. Не используя аналогичный подход к решению обратной задачи, проверять доверительные интервалы по значениям из [1] логически неверно. Тем не менее использование

найденных параметров из [1] с реализованным в текущей программе кодом дает результаты, сопоставимые с использованием параметров, найденных с помощью алгоритмов имитации отжига и *SLSQP*. Об этом можно судить по рисункам 2 и 12 и по близким значениям  $R^2$  на рисунках 4 и 9. Несложно заметить, что существует множество похожих моделей, которые не отвергаются  $F$ -тестом, и имеют близкие  $R^2$  и распределения коэффициентов взаимовлияния, что может говорить о том, что доверительные интервалы действительно значительно больше, чем указанные в [1].

В результатах [1] указано, что найденные параметры для сценариев 1 и 2 почти идентичны, что подтверждается и в данной работе по рисунку 11, так как использование параметров, найденных по данным сценария 1, в сценарии 2 тоже приводит к высоким значениям  $R^2$ . Наконец, полученные в данном исследовании данные не могут ни подтвердить, ни опровергнуть вывод в [1] о том, что меньшие расстояния в парах нагнетательная — добывающая скважина и большие коэффициенты проницаемости в зонах пласта, прилегающих к добывающим скважинам, приводят к меньшим неопределенностям.

### **Выводы**

В ходе исследования проведено тестирование программы, реализующей модель *D-CRMP*. Подтверждена эффективность при решении поставленной оптимизационной задачи алгоритмов имитации отжига (*SA*) и последовательного квадратичного программирования методом наименьших квадратов (*SLSQP*), которые реализованы в библиотеке *SciPy*. Алгоритм *SLSQP* на данный момент является одним из двух в *SciPy* с возможностью учитывать при оптимизации правую часть условия (8). Программа проверена с помощью расчетов на синтетической модели пласта для двух сценариев: с остановками добывающих скважин в рассматриваемый период разработки и без них. Выявлены особенности использования указанных алгоритмов и уравнения (1). В частности, произведен выбор целевой функции, обозначен вид используемых ограничений, а также представлено дополнительное условие для расчета дебита добывающей скважины сразу после ее вывода из простоя. Подтверждена связь между коэффициентами взаимовлияния скважин и расстояниями в парах нагнетательная — добывающая скважина, а также неоднородностью пласта в местах расположения забоев добывающих скважин. Подтверждено влияние на неопределенности при нахождении параметров, выражающиеся в размерах доверительных интервалов, размере обучающей выборки: периоды простоев ряда скважин увеличивают неопределенность. Объяснен порядок выбора лучшей модели при использовании оптимизационного алгоритма, работающего с генератором псевдослучайных чисел. Приведено описание последовательности расчета доверительных интервалов при помощи  $F$ -теста.

*Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации 121030500156-6).*

#### **Список источников**

1. Salehian, M. Reservoir Characterization Using Dynamic Capacitance-Resistance Model with Application to Shut-in and Horizontal Wells / M. Salehian, M. Çınar. – DOI 10.1007/s13202-019-0655-4. – Direct text // Journal of Petroleum Exploration and Production Technology. – 2019. – Vol. 9. – P. 2811–2830.
2. Al-Yousef, A. A. Investigating Statistical Techniques to Infer Interwell Connectivity from Production and Injection Rate Fluctuations : PhD dissertation / A. A. Al-Yousef. – Austin : University of Texas, 2006. – 540 p. – Direct text.
3. State-of-the-Art Literature Review on Capacitance Resistance Models for Reservoir Characterization and Performance Forecasting / R. W. Holanda, E. Gildin, J. L. Jensen [et al.]. – DOI 10.3390/en11123368. – Direct text // Energies. – 2018. – Vol. 11, Issue 12. – P. 33–68.
4. Сопровождение разработки нефтяных месторождений с использованием моделей CRM : монография / С. В. Степанов, А. Д. Бекман, А. А. Ручкин, Т. А. Поспелова. – Текст : непосредственный. – Тюмень : ИПЦ «Экспресс», 2021. – 300 с.
5. Мусакаев, Э. Н. Эффективное решение задач идентификации моделей пластовых систем и управления заводнением нефтяных месторождений : специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» : диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук / Мусакаев Эмиль Наильевич ; Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина. – Москва, 2021. – 111 с. – Текст : непосредственный.
6. Tsallis, C. Generalized Simulated Annealing / C. Tsallis, D. A. Stariolo. – DOI 10.1016/S0378-4371(96)00271-3. – Direct text // Physica A : Statistical Mechanics and its Applications. – 1996. – Vol. 233. – P. 395–406.
7. Weber, D. B. The Use of Capacitance-Resistance Models to Optimize Injection Allocation and Well Location in Water Floods : PhD dissertation / D. B. Weber. – Austin : University of Texas, 2009. – 275 p. – Direct text.
8. Bonamente, M. Statistics and Analysis of Scientific Data / M. Bonamente. – DOI 10.1007/978-1-4939-6572-4. – USA : Springer, 2013. – 301 p. – Direct Text.
9. Ekstrøm, C. T. Introduction to Statistical Data Analysis for the Life Sciences / C. T. Ekstrøm, H. Sørensen. – 2<sup>nd</sup> edition. – Boca Raton : Taylor & Francis Group, 2015. – 506 p. – Direct Text.

#### **References**

1. Salehian, M., & Çınar, M. (2019). Reservoir Characterization Using Dynamic Capacitance-Resistance Model with Application to Shut-in and Horizontal Wells. Journal of Petroleum Exploration and Production Technology, 9, pp. 2811-2830. (In English). DOI: 10.1007/s13202-019-0655-4
2. Yousef, A. A. (2006). Investigating Statistical Techniques to Infer Interwell Connectivity from Production and Injection Rate Fluctuations: PhD dissertation. Austin, University of Texas, 540 p. (In English).

3. Holanda, R. W., Gildin, E., Jensen, J. L., Lake, L. A. & Kabir., C. S. (2018). State-of-the-Art Literature Review on Capacitance Resistance Models for Reservoir Characterization and Performance Forecasting. *Energies*, 11(12), pp. 33-68. (In English). DOI: 10.3390/en11123368
4. Stepanov, S. V., Bekman, A. D., Ruchkin, A. A., & Pospelova, T. A. (2021). Soprovozhdenie razrabotki neftyanykh mestorozhdeniy s ispol'zovaniem modely CRM. Tyumen, IPC "Ekspress" Publ., 300 p. (In Russian).
5. Musakaev, E. N. (2021). Effektivnoe reshenie zadach identifikatsii modeley plastovykh sistem i upravleniya zavodneniem neftyanykh mestorozhdeniy. Diss. ... kand. techn. nauk. Moscow, 111 p. (In Russian).
6. Tsallis, C. D. & Stariolo, A. (1996). Generalized Simulated Annealing. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 233, pp. 395-406. DOI: 10.1016/S0378-4371(96)00271-3. (In English).
7. Weber, D. B. (2009). The Use of Capacitance-Resistance Models to Optimize Injection Allocation and Well Location in Water Floods: PhD dissertation. Austin, University of Texas, 275 p. (In English).
8. Bonamente, M. (2013). *Statistics and Analysis of Scientific Data*. USA, Springer, 301 p. (In English). DOI: 10.1007/978-1-4939-6572-4
9. Ekstrøm, C. T., & Sørensen, H. (2015). *Introduction to Statistical Data Analysis for the Life Sciences*. 2<sup>nd</sup> edition. Boca Raton, Taylor & Francis Group, 506 p. (In English).

#### **Информация об авторах**

#### **Information about the authors**

**Мусакаев Наиль Габсалямович**, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, профессор кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

**Nail G. Musakaev**, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Chief Researcher, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Professor at the Department of Development and Exploitation of Oil and Gas Fields, Industrial University of Tyumen

**Родионов Сергей Павлович**, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, г. Тюмень

**Sergey P. Rodionov**, Doctor of Physics and Mathematics, Chief Researcher, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS

**Лебедев Владимир Иванович**, инженер-исследователь, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, аспирант, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, vilebedev.72@gmail.com

**Vladimir I. Lebedev**, Research Engineer, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Postgraduate, Industrial University of Tyumen, vilebedev.72@gmail.com

*Мусакаев Эмиль Наилевич, кандидат технических наук, научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, специалист по интегрированному моделированию, ООО «НефтьГазИсследование», г. Тюмень*

*Emil N. Musakaev, Candidate of Engineering, Researcher, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Integrated Modeling Specialist, NS Digital LLC, Tyumen*

Статья поступила в редакцию 17.03.2023; одобрена после рецензирования 30.03.2023; принята к публикации 03.04.2023.

The article was submitted 17.03.2023; approved after reviewing 30.03.2023; accepted for publication 03.04.2023.