

Проектирование, сооружение и эксплуатация систем трубопроводного транспорта

Designing, construction and operation of pipeline transport system

2.8.5. Строительство и эксплуатация нефтегазопроводов, баз и хранилищ
(технические науки)

УДК 662.691.4

DOI: 10.31660/0445-0108-2023-3-84-94

Определение частот свободных колебаний надземных участков трубопроводов, транспортирующих несжимаемую жидкость

Д. А. Черенцов, С. П. Пирогов*

Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

*pirogovsp@tyuiu.ru

Аннотация. При определенных условиях надземные участки трубопроводов подвергаются колебаниям. Рост амплитуд колебаний выше предельных значений может привести к разрушению объекта. Для оценки вибропрочности трубопроводов и поиска самых эффективных способов отстройки от резонансных частот возмущения необходимо определять собственные частоты колебаний и характеристики колебательных процессов. Разработана математическая модель определения частоты свободных колебаний надземных участков трубопроводов, учитывающая влияние внутреннего давления и скорости перекачиваемой жидкости. Получено численное решение на основе метода Бубнова — Галеркина, определено достаточное количество элементов ряда в приближенном решении. Проведены численные эксперименты, показано, что для каждого участка частоты должны определяться при конкретных условиях, соответствующих режиму перекачки.

Ключевые слова: частоты свободных колебаний, собственные частоты, надземный трубопровод, несжимаемая жидкость, математическая модель, численные методы

Благодарности: Авторы выражают признательность за поддержку Национальному проекту «Наука и университеты» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (грант № FEWN-2021-0012).

Для цитирования: Черенцов, Д. А. Определение частот свободных колебаний надземных участков трубопроводов, транспортирующих несжимаемую жидкость / Д. А. Черенцов, С. П. Пирогов. – DOI 10.31660/0445-0108-2023-3-84-94 // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2023. – № 3. – С. 84–94.

Determination of the natural frequencies of the above-ground sections of pipelines transporting an incompressible fluid

Dmitry A. Cherentsov, Sergey P. Pirogov*

Abstract. Under certain conditions, above-ground sections of pipelines are subject to vibration. Increasing the vibration amplitudes beyond the limits can cause the object to fail. In order to assess the vibration resistance of pipelines and to find the most effective ways of detuning from the resonant frequencies of disturbances, it is necessary to determine the natural frequencies of oscillations and the characteristics of the oscillation processes. The authors of the article developed a mathematical model to determine the frequency of free vibrations of above-ground pipeline sections, taking into account the influence of internal pressure and the velocity of the pumped fluid. As a result, a numerical solution based on the Bubnov-Galerkin method was obtained and a sufficient number of series elements in the approximate solution was determined. The authors performed numerical experiments. These showed that the frequencies should be determined for each section under specific conditions according to the pumping mode.

Keywords: frequencies of free oscillations, natural frequencies, above-ground pipeline, incompressible fluid, mathematical model, numerical methods

Acknowledgements: The authors are grateful to the National Project "Science and Universities" of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (grant No. FEWN-2021-0012) for supporting this research.

For citation: Cherentsov, D. A., & Pirogov, S. P. (2023). Determination of the natural frequencies of the above-ground sections of pipelines transporting an incompressible fluid. *Oil and Gas Studies*, (3), pp. 84-94. (In Russian). DOI: 10.31660/0445-0108-2023-3-84-94

Введение

При определенных условиях надземные участки трубопроводов подвергаются колебаниям. Рост амплитуд колебаний выше предельных значений может привести к разрушению объекта. Требования к расчетам на вибрации надземных трубопроводов представлены в нормативной документации¹. Для оценки вибропрочности трубопроводов и поиска самых эффективных способов отстройки от резонансных частот возмущения необходимо определять собственные частоты колебаний и характеристики колебательных процессов. При оценке собственных частот трубопровод рассматривается как стержень, перекачиваемая жидкость при этом учитывается только как дополнительная масса². В работах [1–11] исследовано влияние внутреннего давления и скорости перекачиваемой жидкости на частоты свободных колебаний. Предложенные зависимости получены на основе различных предпосылок и с помощью различных теорий (стержневой теории и теории тонких оболочек) и по-разному учитывают давление и скорость перекачиваемой жидкости.

¹ СА 03-003-07. Расчеты на прочность и вибрацию стальных технологических трубопроводов: нормативные документы межотраслевого применения по вопросам промышленной безопасности и охраны недр / Российская ассоциация экспертных организаций техногенных объектов повышенной опасности. – Введ. 2006-11-27. – М.: Стандартинформ, 2007. – 72 с.

² Там же. – С. 48.

В данной работе представлен подход к определению частот свободных колебаний прямолинейного участка трубопровода с учетом давления и скорости перекачиваемой несжимаемой жидкости.

Объект и методы исследования

Объектом исследования является прямолинейный участок надземного трубопровода постоянного диаметра, перекачивающего несжимаемую жидкость с постоянным начальным давлением P_H и расходом жидкости Q (рис. 1).

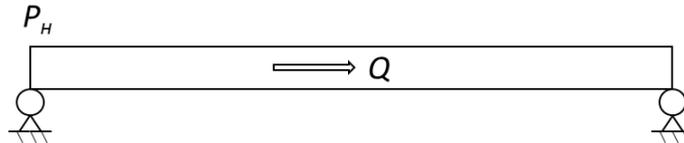


Рис. 1. Объект исследования

При моделировании колебаний трубопровод рассматривается в виде прямого стержня. В качестве уравнения, описывающего колебания, используется дифференциальное уравнение поперечных деформаций стержня при воздействии продольных усилий [12]

$$(\rho_{\text{тр}}S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}}S_{\text{ж}}) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - F \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad (1)$$

где $\rho_{\text{тр}}$, $\rho_{\text{ж}}$ — плотности материала трубопровода и жидкости; $S_{\text{тр}}$, $S_{\text{ж}}$ — площади сечения трубопровода и жидкости; E — модуль упругости материала трубопровода; J — момент инерции сечения трубопровода; F — растягивающие усилия; w — смещение оси трубопровода в поперечном направлении.

Суммарное растягивающее усилие может быть представлено в виде

$$F = (\mu\sigma_{\text{кц}} - \alpha E \Delta t + E \varepsilon_x) S_{\text{тр}}, \quad (2)$$

где μ — коэффициент Пуассона материала трубы; α — коэффициент линейного расширения материалы трубы; Δt — температурный перепад, ε_x — дополнительная деформация в продольном направлении; $\sigma_{\text{кц}}$ — кольцевые напряжения, возникающие в стенках трубопровода, определяются как $Pd_{\text{вн}}/2\delta$, где P — давление, $d_{\text{вн}}$ — внутренний диаметр трубопровода, δ — толщина стенки трубопровода.

В случае отсутствия температурного перепада и дополнительной деформации в продольном направлении уравнение, описывающее колебания трубопровода с учетом внутреннего давления, будет иметь следующий вид:

$$(\rho_{\text{тр}}S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}}S_{\text{ж}}) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - P_x \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (3)$$

Скорость перекачиваемой несжимаемой жидкости может быть учтена с помощью уравнения Бернулли для несжимаемой жидкости [13], рассмотренного для следующих сечений: в начале участка и на расстоянии x от начала рассматриваемого участка

$$\frac{P_H}{\rho_{жg}} + \frac{v_H^2}{2g} + z_H = \frac{P_x}{\rho_{жg}} + \frac{v_x^2}{2g} + z_x + \frac{dp}{dx} x, \quad (4)$$

где P_H, P_x — давление в начале участка и на расстоянии x ; v_H, v_x — скорость жидкости в начале участка и на расстоянии x ; z_H, z_x — геодезические отметки в начале участка и на расстоянии x ; $\frac{dp}{dx}$ — градиент давления.

Рассматриваемый участок является горизонтальным, поэтому гидростатическим напором в этом случае можно пренебречь ($z_H = z_x$). Согласно уравнению неразрывности потока, на участке трубопровода постоянного сечения с постоянным расходом средняя скорость потока является постоянной величиной. Таким образом, давление в каждой точке x может быть определено как

$$P_x = P_H - \frac{dp}{dx} x. \quad (5)$$

Градиент давления для трубопроводов, транспортирующих несжимаемую жидкость, определяется с помощью уравнения Дарси — Вейсбаха

$$\frac{dp}{dx} = \lambda \frac{1}{d_{вн}} \frac{v^2}{2} \rho_{ж}, \quad (6)$$

где λ — коэффициент гидравлического трения, характеризующий режим течения жидкости.

Скорость жидкости характеризует снижение начального давления по длине трубопровода, влияние давления можно представить в виде распределенной нагрузки, причем согласно уравнению (6) для несжимаемой жидкости распределенная нагрузка будет линейной.

При подстановке (5) и (6) в (3) получим уравнение для прямолинейного участка трубопровода постоянного диаметра

$$(\rho_{тр} S_{тр} + \rho_{ж} S_{ж}) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) - (P_H - \lambda \frac{\rho_{ж} v^2}{2 d_{вн}} x) \left(\mu \frac{S_{тр} d_{вн}}{2 \delta} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (7)$$

Полученное уравнение (7) учитывает внутреннее давление и скорость перекачиваемой жидкости и в совокупности с граничными условиями представляет собой математическую модель колебаний трубопровода.

Решение может быть получено с помощью метода Бубнова — Галеркина. В качестве граничных условий рассматривается жесткое защемление границ трубопровода (неподвижные опоры) $\mathcal{G} = w = 0$.

Приближенное решение задается в виде ряда

$$w(x, t) = w(x) \sin(kt + \beta), \quad (8)$$

где $w(x)$ — функция перемещений в поперечном направлении, зависящая только от координаты x ; k — круговая частота колебаний; β — сдвиг фаз.

После подстановки (8) в (7), дифференцирования и сокращения на $\sin(kt + \beta)$ получим характеристическое уравнение

$$-(\rho_{\text{тр}}S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}}S_{\text{ж}})w(x)k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} \right) \left(P_{\text{н}} - \lambda \frac{\rho v^2}{2d} x \right) \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} = 0. \quad (9)$$

Функция $w(x)$ может быть представлена в виде ряда

$$w(x) = \sum_{i=1}^n a_i w_i = a_1 w_1 + a_2 w_2 + \dots + a_n w_n. \quad (10)$$

Так как (10) не является точным решением (9), то получим невязку решения (отличие от нуля), существенно зависящую от значений неопределенных коэффициентов a_i . Базисная функция w_i представляет собой систему линейно независимых функций, удовлетворяющую главным граничным условиям, и имеет вид

$$w_i(x) = \sin \left(i\pi \frac{x}{l} \right). \quad (11)$$

Условие ортогональности невязки решения и линейно независимой функции записывается в виде

$$\begin{aligned} & -a_1 \int_0^L \left((\rho_{\text{тр}}S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}}S_{\text{ж}})k^2 w_1 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(P_{\text{н}} - \lambda \frac{\rho v^2}{2d} x \right) \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) w_1 dx + \dots \\ & -a_n \int_0^L \left((\rho_{\text{тр}}S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}}S_{\text{ж}})k^2 w_n - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(P_{\text{н}} - \lambda \frac{\rho v^2}{2d} x \right) \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \right) w_n dx = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

...

$$\begin{aligned} & -a_1 \int_0^L \left((\rho_{\text{тр}}S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}}S_{\text{ж}})k^2 w_1 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(P_{\text{н}} - \lambda \frac{\rho v^2}{2d} x \right) \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) w_n dx + \dots \\ & -a_n \int_0^L \left((\rho_{\text{тр}}S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}}S_{\text{ж}})k^2 w_n - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(P_{\text{н}} - \lambda \frac{\rho v^2}{2d} x \right) \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \right) w_n dx = 0. \end{aligned}$$

Удерживая различное количество членов в (10), получим систему уравнений порядка n относительно неизвестных a_1, \dots, a_n . Данная система уравнений имеет ненулевое решение только в том случае, если определитель матрицы этой системы равен нулю. Условие равенства нулю определителя является уравнением для определения частот колебаний k .

Оценка устойчивости решения произведена для следующих параметров перекачки и характеристик участка трубопровода:

- начальное давление — 5 МПа;
- расход жидкости — 300 м³/сут;
- длина пролета — 10 м;
- диаметр и толщина стенки — 159 × 8 мм.

Оценка устойчивости решения по первой собственной частоте колебаний показала, что с увеличением количества базисных функций значение частоты стремится к предельному значению (рис. 2).



Рис. 2. Оценка устойчивости решения

Для получения удовлетворительных результатов в приближенном решении (10) достаточно удерживать 3 члена в ряде.

Результаты

С помощью полученной математической модели возможно оценить влияние внутреннего давления и скорости перекачиваемой жидкости на частоты свободных колебаний надземных участков трубопроводов.

Сравнительный анализ частот свободных колебаний производился на примере надземного трубопровода протяженностью 1 км, для различных значений диаметров и длин пролетов. Частоты определялись для первого и последнего участков при различных режимах перекачки жидкости для следующих вариантов:

- вариант 1 — по нормативному документу³;
 - вариант 2 — по разработанной модели с учетом номинального давления P (постоянного вдоль всей длины трубопровода);
 - вариант 3 — по разработанной модели с учетом падения P .
- Результаты оценки приведены в таблицах 1–4.

Таблица 1

Сравнительный анализ частот свободных колебаний при перекачке в ламинарном режиме для первого участка

Характеристика участка	Значения свободных частот		
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
$D \times \delta$ — 114 × 7 мм Длина пролета — 4,9 м Q — 60 м ³ /сут	10,5	11,1	11,1
$D \times \delta$ — 219 × 7 мм Длина пролета — 9,9 м Q — 180 м ³ /сут	4,4	4,9	4,9
$D \times \delta$ — 426 × 10 мм Длина пролета — 17,7 м Q — 350 м ³ /сут	2,5	2,8	2,8

Таблица 2

Сравнительный анализ частот свободных колебаний при перекачке в ламинарном режиме для последнего участка

Характеристика участка	Значения свободных частот		
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
$D \times \delta$ — 114 × 7 мм Длина пролета — 4,9 м Q — 60 м ³ /сут	10,5	11,1	10,9
$D \times \delta$ — 219 × 7 мм Длина пролета — 9,9 м Q — 180 м ³ /сут	4,4	4,9	4,8
$D \times \delta$ — 426 × 10 мм Длина пролета — 17,7 м Q — 350 м ³ /сут	2,5	2,8	2,7

³СА 03-003-07. – С. 55.

Таблица 3

**Сравнительный анализ частот свободных колебаний при перекачке
в турбулентном режиме для первого участка**

Характеристика участка	Значения свободных частот		
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
D × δ — 114 × 7 мм Длина пролета — 4,9 м Q — 110 м ³ /сут	10,5	11,1	11,1
D × δ — 219 × 7 мм Длина пролета — 9,9 м Q — 700 м ³ /сут	4,4	4,9	4,9
D × δ — 426 × 10 мм Длина пролета — 17,7 м Q — 3 000 м ³ /сут	2,5	2,8	2,8

Таблица 4

**Сравнительный анализ частот свободных колебаний при перекачке
в турбулентном режиме для последнего участка**

Характеристика участка	Значения свободных частот		
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
D × δ — 114 × 7 мм Длина пролета — 4,9 м Q — 110 м ³ /сут	10,5	11,1	10,5
D × δ — 219 × 7 мм Длина пролета — 9,9 м Q — 700 м ³ /сут	4,4	4,9	4,6
D × δ — 426 × 10 мм Длина пролета — 17,7 м Q — 3 000 м ³ /сут	2,5	2,8	2,7

Обсуждение

Анализ результатов сравнения частот свободных колебаний, определенных различными способами, показал, что внутреннее давление повышает частоты на 5–10 % в зависимости от характеристик трубопровода и объемов перекачиваемой жидкости. Скорость, влияющая на снижение давления вдоль длины трубопровода, оказывает наибольшее влияние на последний участок при турбулентном режиме течения (режим, при котором наблюдаются наибольшие потери), где отклонение частот от первого участка достигает значений 3–7 %.

Таким образом, частота свободных колебаний для каждого участка должна определяться при конкретных условиях, соответствующих режиму перекачки (начальное давление и скорость перекачиваемой жидкости).

Выводы

Разработана математическая модель определения частоты свободных колебаний надземных участков трубопроводов, учитывающая влияние внутреннего давления и скорости перекачиваемой жидкости. Получено численное решение на основе метода Бубнова — Галеркина, определено достаточное количество элементов ряда в приближенном решении. Проведены численные эксперименты, показано, что для каждого участка частоты должны определяться при конкретных условиях, соответствующих режиму перекачки.

Список источников

1. Феодосьев, В. И. О колебаниях и устойчивости трубы при протекании через нее жидкости / В. И. Феодосьев. – Текст : непосредственный // Инженерный сборник. – Москва : Изд-во АН СССР. – 1951. – Т. 10. – С. 169–170.
2. Ефимов, А. А. Свободные колебания подводных нефтепроводов / А. А. Ефимов. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2008. – № 1 (67). – С. 49–55.
3. Ильин, В. П. Исследование свободных колебаний кривой трубы с потоком жидкости / В. П. Ильин, В. Г. Соколов. – Текст : непосредственный // Успехи строительной механики и теории сооружений : сборник научных статей : к 75-летию со дня рождения В. В. Петрова / Российская академия архитектуры и строительных наук, Саратовский государственный технический университет. – Саратов : СГТУ, 2010. – С. 88–93.
4. Соколов, В. Г. Уравнения движения криволинейного участка трубопровода с потоком жидкости / В. Г. Соколов, А. В. Березнев // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – Текст : непосредственный. – 2004. – № 6. – С. 76–80.
5. Соколов, В. Г. Решение задачи о свободных колебаниях криволинейных участков трубопроводов с протекающей жидкостью / В. Г. Соколов, А. В. Березнев. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2005. – № 1(49). – С. 80–84.
6. Зарипов, Д. М. Нелинейные колебания трубопровода под действием внутреннего ударного давления жидкости / Д. М. Зарипов. – Текст : непосредственный // Труды Института механики Уфимского научного центра РАН. – Уфа : Гилем, 2016. – Вып. 11. – С. 136–140.
7. Миронов, М. А. Вынужденные изгибные колебания трубы с потоком жидкости / М. А. Миронов, П. А. Пятаков, А. А. Андреев. – Текст : непосредственный // Акустический журнал. – 2010. – Т. 56, № 5. – С. 684–692.
8. Шакирьянов, М. М. Пространственные хаотические колебания трубопровода в сплошной среде под действием переменного внутреннего давления / М. М. Шакирьянов. – Текст : непосредственный // Известия Уфимского научного центра РАН. – 2016. – № 4. – С. 35–47.

9. Пространственные непериодические колебания трубопровода под действием переменного внутреннего давления / Р. Ф. Ганиев, М. А. Ильгамов, А. Г. Хакимов, М. М. Шакирьянов. – Текст : непосредственный // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2017. – № 2. – С. 3–12.

10. Черенцов, Д. А. Математическая модель манометрической пружины в вязкой среде / Д. А. Черенцов, С. П. Пирогов, С. М. Дорофеев. – Текст : непосредственный // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2014. – № 7. – С. 234–241.

11. Чуба, А. Ю. Определение собственных частот колебаний изогнутых труб некругового поперечного сечения / А. Ю. Чуба, Н. И. Смолин, С. П. Пирогов. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2007. – № 1 (61). – С. 77–82.

12. Пирогов, С. П. Уравнения математической физики в задачах трубопроводного транспорта нефти и газа : учебное пособие / С. П. Пирогов, Д. А. Черенцов, К. С. Воронин ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Тюменский индустриальный университет. – Тюмень : ТИУ, 2019. – 96 с. – Текст : непосредственный.

13. Рабинович, Е. З. Гидравлика : учебник / Е. З. Рабинович. – Москва : Недра. – 1974. – 296 с. – Текст : непосредственный.

References

1. Feodos'ev, V. I. (1951). O kolebaniyakh i ustoychivosti truby pri protekaniy cherez nee zhidkosti. Inzhenernyy sbornik. Tom 10. Moscow, AN SSSR Publ., pp. 169-170. (In Russian).

2. Efimov, A. A. (2008). Svobodnye kolebaniya podvodnykh nefteprovodov. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz, (1(67)), pp. 49-55. (In Russian).

3. Il'in, V. P., & Sokolov, V. G. (2010). Issledovanie svobodnykh kolebaniy krivoy truby s potokom zhidkosti. Uspekhi stroitel'noy mekhaniki i teorii sooruzheniy: sbornik nauchnykh statey: k 75-letiyu so dnya rozhdeniya V. V. Petrova. Saratov, Saratov State Technical University Publ., pp. 88-93. (In Russian).

4. Sokolov, V. G., & Bereznev, A. V. (2004). Uravneniya dvizheniya krivolineynogo uchastka truboprovoda s potokom zhidkosti. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz, (6), pp. 76-80. (In Russian).

5. Sokolov, V. G., & Bereznev, A. V. (2005). Reshenie zadachi o svobodnykh kolebaniyakh krivolineynykh uchastkov truboprovodov s protekayushchey zhidkost'yu. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz, (1(49)), pp. 80-84. (In Russian).

6. Zari'pov, D. M. (2016). Nelineynye kolebaniya truboprovoda pod deystviem vnutrennego udarnogo davleniya zhidkosti. Trudy Instituta mekhaniki Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN. Vyp. 11. Ufa, Gilem Publ., pp. 136-140. (In Russian).

7. Mironov, M. A., Pyatakov, P. A., & Andreev, A. A. (2010). Forced flexural vibrations of a pipe with a liquid flow. Acoustical Physics, 56(5), pp. 739-747. (In English).

8. Shakiry'yanov, M. M. (2016). Spatial chaotic vibrations of a pipeline in the continuous medium under the impact of alternating internal pressure. Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN, (4), pp. 35-47. (In Russian).

9. Ganiev, R. F., P'gamov, M. A., Khakimov, A. G., & Shakiryanov, M. M. (2017). Spatial aperiodic vibrations of the pipelines under transient internal pressure. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 46(2), pp. 87-95. (In English).
10. Cherentsov, D. A., Pirogov, S. P., & Dorofeyev, S. M. (2014). Mathematical model of manometric spring in a viscous medium. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, (7), pp. 234-241. (In Russian).
11. Chuba, A. Yu., Smolin, N. I., & Pirogov, S. P. (2007). Opredelenie sobstvennykh chastot kolebaniy izognutykh trub nekrugovogo poperechnogo secheniya. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz*, (1(61)), pp. 77-82. (In Russian).
12. Pirogov, S. P., Cherentsov, D. A., & Voronin, K. S. (2019). Uravneniya matematicheskoy fiziki v zadachakh truboprovodnogo transporta nefi i gaza. *Tyumen, Industrial University of Tyumen Publ.*, 96 p. (In Russian).
13. Rabinovich, E. Z. (1974). *Gidravlika*. Moscow, Nedra Publ., 296 p. (In Russian).

Информация об авторах

Information about the authors

Черенцов Дмитрий Андреевич, кандидат технических наук, доцент кафедры транспорта углеводородных ресурсов, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

Пирогов Сергей Петрович, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной механики, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, pirogovsp@tyuiu.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5171-8942>

Dmitry A. Cherentsov, Candidate of Engineering, Associate Professor at the Department of Transportation of Hydrocarbon Resources, Industrial University of Tyumen

Sergey P. Pirogov, Doctor of Engineering, Professor at the Department of Applied Mechanics, Industrial University of Tyumen, pirogovsp@tyuiu.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5171-8942>

Статья поступила в редакцию 22.05.2023; одобрена после рецензирования 01.06.2023; принята к публикации 05.06.2023.

The article was submitted 22.05.2023; approved after reviewing 01.06.2023; accepted for publication 05.06.2023.