УДК 622.692.4
DOI 10.31660/0445-0108-2025-1-100-112

Оценка влияния параметров многофазной жидкости на собственные частоты колебаний надземных промысловых трубопроводов

Д. А. Черенцов [1], С. П. Пирогов*[1, 2]

[1]Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия
[2]Государственный аграрный университет Северного Зауралья, Тюмень, Россия
**pirogovsp@tyuiu.ru*

Аннотация. Наиболее распространенным способом строительства промысловых трубопроводов на вечной мерзлоте является надземная прокладка на опорах. Величина пролета между опорами должна определяться с учетом условия отстройки от резонансных частот при вихревом возбуждении от ветровой нагрузки. Определению собственных частот посвящено большое количество исследований, однако влияние многофазной жидкости не рассматривалось.

Цель работы — определение влияния параметров многофазной жидкости на собственные частоты колебаний надземных промысловых трубопроводов.

В качестве ведущего метода используется решение дифференциального уравнения математической модели поперечных деформаций стержня при воздействии продольных усилий.

Результаты исследования показали, что изменение собственных частот при изменении параметров транспортируемой многофазной жидкости не выходит за границы значений частот, учитывающих перекачиваемую жидкость как дополнительную массу без учета давления и с учетом максимально допустимого давления, на которое был рассчитан трубопровод. Также изменение обводненности и газового фактора влияет на плотность общего потока и, как следствие, изменяется масса перекачиваемой жидкости, которая по сравнению с внутренним давлением оказывает большее воздействие.

Практическая значимость работы заключается в необходимости правильного расчета частот колебаний для определения оптимальной расстановки опор наземных трубопроводов.

Ключевые слова: частоты свободных колебаний, собственные частоты, надземный трубопровод, многофазная жидкость, математическая модель, численные методы, численные эксперименты

Благодарности: авторы выражают признательность за поддержку Национальному проекту «Наука и университеты» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (грант № FEWN-2021-0012).

Для цитирования: Черенцов, Д. А. Оценка влияния параметров многофазной жидкости на собственные частоты колебаний надземных промысловых трубопроводов / Д. А. Черенцов, С. П. Пирогов. – DOI 10.31660/0445-0108-2025-1-100-112 // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2025. – № 1. – С. 100–112.

Evaluation of the influence of multiphase fluid parameters on the natural frequencies of above-ground field pipelines

Dmitry A. Cherentsov[1], Sergey P. Pirogov[1, 2]*

[1]*Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia*
[2]*State Agrarian University of the Northern Trans-Urals, Tyumen, Russia*
**pirogovsp@tyuiu.ru*

Annotation. The most common method for constructing field pipelines on permafrost is above-ground installation on supports. The span between these supports must be determined to avoid resonance frequencies caused by vortex excitation from wind loads. While many studies have aimed to determine natural frequencies, the impact of multiphase fluids has not been thoroughly explored.

The purpose of the study is to determine how the parameters of multiphase fluids influence the natural frequencies of oscillations in above-ground field pipelines.

As a leading method, we use solution of the differential equation of the mathematical model of transverse deformations of a rod under the influence of longitudinal forces.

The study found that changes in natural frequencies resulting from changes in the parameters of the transported multiphase fluid remain within a manageable range. This assessment considers the fluid solely as an additional mass, both under no pressure conditions and at the maximum allowable pressure for which the pipeline was designed. Additionally, changes in water cut and gas factor affect the density of the overall flow, which, in turn, alters the mass of the transported fluid. This change in mass has a greater influence on natural frequencies than internal pressure.

It is demonstrated that, when determining the placement of supports for above-ground field pipelines, it is essential to use the natural frequencies that account for the additional mass, considering both no-pressure and maximum-allowable-pressure conditions.

Keywords: frequencies of free vibrations, natural frequencies, above-ground pipeline, multiphase fluid, mathematical model, numerical methods, numerical experiments

Acknowledgements: the authors express their gratitude to the National Project "Science and Universities" of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation. (grant No. FEWN-2021-0012) for their support in this research.

For citation: Cherentsov, D. A., & Pirogov, S. P. (2025). Evaluation of the influence of multiphase fluid parameters on the natural frequencies of above-ground field pipelines. Oil and Gas Studies, (1), pp. 100-112. (In Russian). DOI: 10.31660/0445-0108-2025-1-100-112

Введение

Наиболее распространенным способом строительства промысловых трубопроводов на вечной мерзлоте является надземная прокладка на опорах. Величина пролета между опорами должна определяться с учетом условия отстройки от резонансных частот при вихревом возбуждении от ветровой нагрузки по [1, 2], где необходимо определение собственных частот колебаний трубопроводов. Определению собственных частот посвящено большое количество исследований [3–15], однако влияние многофазной жидкости не рассматривалось.

В [3] также предложена математическая модель, позволяющая учесть влияние параметров многофазной жидкости трубопровода:

$$\left(\rho_{\text{тр}} S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}} S_{\text{ж}}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) - P_x \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \qquad (1)$$

где w — прогиб оси трубопровода в поперечном направлении, P_x — внутреннее давление в координате x, E — модуль упругости материала трубопровода, J — момент инерции сечения трубопровода, μ — коэффициент Пуассона, $d_{вн}$ — внутренний диаметр трубопровода, δ — толщина стенки трубы, $S_{тр}$, — площадь сечения трубопровода, $\rho_{тр}$ — плотность материала трубы, $S_{ж}$ — площадь сечения занимаемая жидкостью, $\rho_{ж}$ — плотность многофазной жидкости.

Давление в сечении x при известном начальном давлении — $P_н$ может быть определено как

$$P_x = P_{\text{н}} - \frac{dP}{dx}x, \tag{2}$$

где dP/dx — градиент давления (потеря давления на единицу длины трубопровода).

Выражение для определения градиента давления для многофазного потока получено из условия представления флюида в виде однородной смеси:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\lambda \rho_{\text{ж}} \upsilon_{\text{ж}}^2}{2d_{\text{вн}}} + \rho_{\text{ж}} g \sin\theta + \rho_{\text{ж}} \upsilon_{\text{ж}} \frac{d\upsilon_{\text{ж}}}{dx}, \tag{3}$$

где λ — двухфазный коэффициент гидравлического сопротивления потока, $\rho_{ж}$ — плотность многофазной смеси, $\upsilon_{ж}$ — усредненная скорость многофазной смеси, которая зависит от объемного содержания жидкой и газообразной фаз, θ — угол отклонения трубопровода от вертикали.

Неизвестные параметры в (3) могут быть определены, например, по корреляции Беггза и Брилла, позволяющей учесть эффект проскальзывания фаз и режим течения многофазной жидкости [16, 17]. Решение уравнения (1) может быть получено с помощью метода Бубнова — Галеркина, путем решения характеристического уравнения [3].

С помощью этой математической модели возможно оценить влияние характеристик многофазного потока на частоты свободных колебаний и, как следствие, на величину пролета надземных участков трубопроводов.

Исследование

Оценка влияния параметров многофазного потока, таких как расход перекачиваемой жидкости — Q_{liq}, обводненность жидкости — W_{cut} и газовый фактор — GOR, на собственные частоты производилась для первого и последнего пролета трубопровода.

Частоты определялись по следующим вариантам расчета:

- вариант 1 — по разработанной модели, где перекачиваемая жидкость учитывается только как дополнительная масса;

- вариант 2 — по разработанной модели с учетом максимально допустимого давления из условия прочности P (постоянного вдоль всей длины трубопровода);
- вариант 3 — по разработанной модели с учетом изменения давления вдоль длины трубопровода.

Параметры трубопровода для исследования: внешний диаметр — 114 мм, толщина стенки — 7 мм, протяженность — 3 км, максимально допустимое давление из условия прочности — 40 кгс/см^2, длина пролета, определенная по [1, 2], — 4,9 м.

Результаты

При исследовании влияния расхода перекачиваемой жидкости получено распределение давления приведенных скоростей жидкой и газовой фаз для различных значений Q_{liq} при фиксированных значениях W_{cut} — 30 % об., GOR — 70 м^3/м^3(представлено на рис. 1–3).

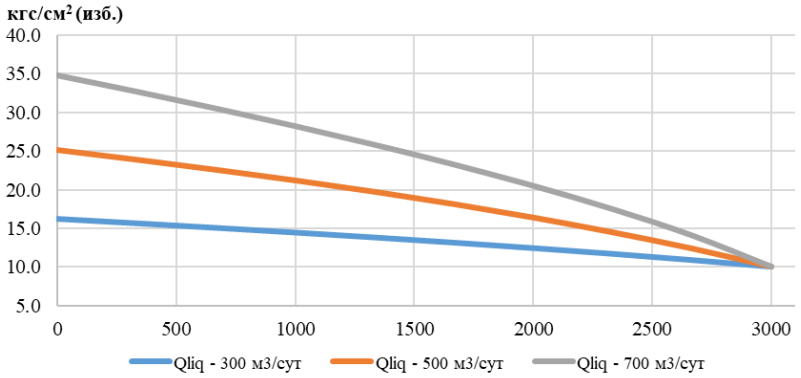

Рис. 1. ***Распределение давления вдоль трассы трубопровода при различных значениях расхода перекачиваемой жидкости***

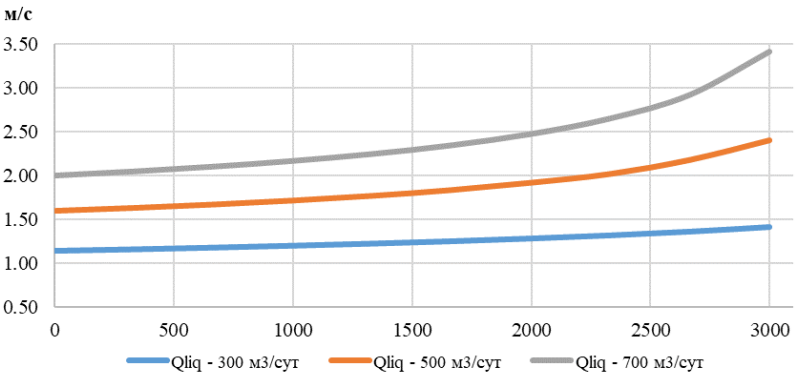

Рис. 2. ***Распределение приведенной скорости жидкости вдоль трассы трубопровода при различных значениях расхода перекачиваемой жидкости***

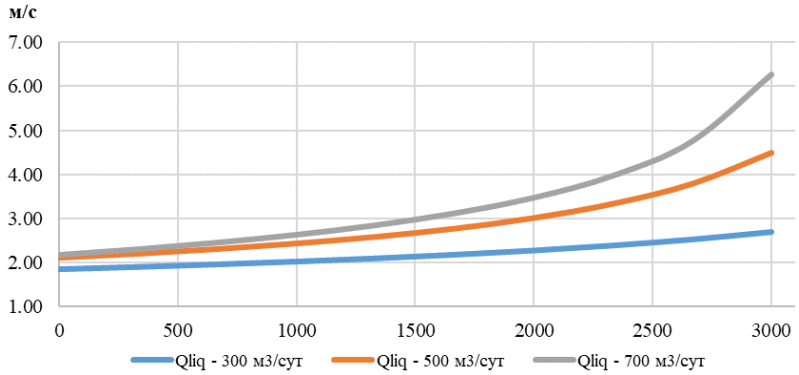

Рис. 3. ***Распределение приведенной скорости газа вдоль трассы трубопровода при различных значениях расхода перекачиваемой жидкости***

Результаты определения распределения давления показали, что расчетные значения не превышают максимально допустимого значения — 40 кгс/см^2, приведенная скорость жидкости при Q_{liq} — 700 м^3/сут. превышает максимально допустимое значение скорости жидкости, приведенная скорость газа находится в допустимых для эксплуатации пределах.

Собственные частоты для первого и последнего пролета трубопровода приведены в таблице 1.

Таблица 1

Собственные частоты при изменении расхода жидкости

№	Расход перекачиваемой жидкости	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
Для первого пролета трубопровода				
1	Q_{liq} — 300 м^3/сут.	12,4709	12,9153	12,6393
2	Q_{liq} — 500 м^3/сут.	12,4709	12,9153	12,7504
3	Q_{liq} — 700 м^3/сут.	12,4709	12,9153	12,8606
Для последнего пролета трубопровода				
4	Q_{liq} — 300 м^3/сут.	12,4709	12,9153	12,5834
5	Q_{liq} — 500 м^3/сут.	12,4709	12,9153	12,5834
6	Q_{liq} — 700 м^3/сут.	12,4709	12,9153	12,5834

Результаты определения частот показали, что по вариантам 1 и 2 для первого и для последнего участка частоты являются постоянными значениями, так как характеристики потока не учитываются. Это будет справедливо и при сравнении остальных параметров многофазной жидкости.

При увеличении расхода жидкости частоты по вариантам 1 и 2 не изменяются, так как плотность смеси, занимаемая сечение трубопровода, остается постоянной (пропорционально увеличивается объем воды и газа, так как GOR и W_{cut} не подвергаются изменениям). Разница между частотами в вариантах 1 и 2 получена за счет учета максимально допустимого давления в варианте 2, отклонение составляет порядка 3,5 %.

При увеличении объема перекачиваемой многофазной жидкости значения частот для первого участка трубопровода увеличиваются, что связано с повышением внутреннего давления, однако находятся в пределах значений, рассчитанных по вариантам 1 и 2. Для последнего участка частоты остаются низменными, так как внутреннее давление постоянно и находится в пределах значений по вариантам 1 и 2.

При исследовании влияния обводненности жидкости получено распределение давления приведенных скоростей жидкой и газовой фаз для различных значений W_{cut}. При фиксированных значениях Q_{liq} — 300 м^3/сут, GOR — 70 м^3/м^3 результаты представлены на рисунках 4–6.

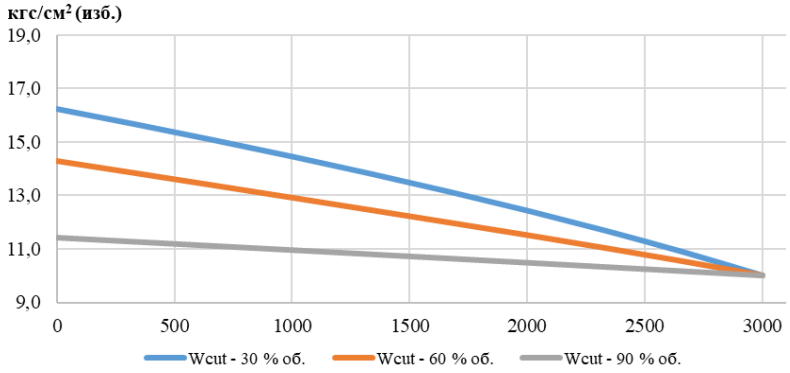

Рис. 4. ***Распределение давления вдоль трассы трубопровода при различных значениях обводненности жидкости***

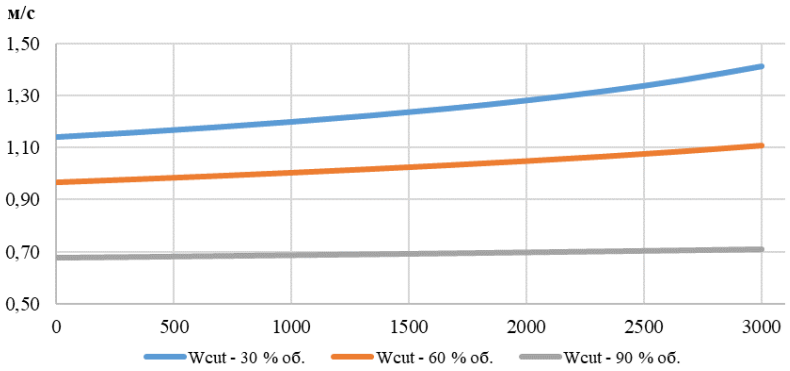

Рис. 5. ***Распределение приведенной скорости жидкости вдоль трассы трубопровода при различных значениях обводненности жидкости***

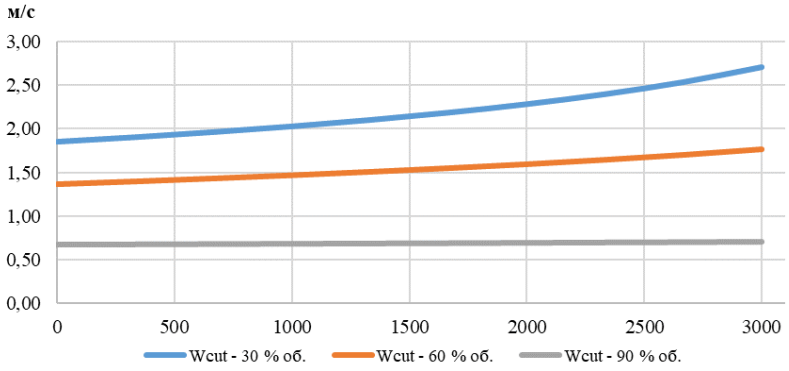

Рис. 6. ***Распределение приведенной скорости газа вдоль трассы трубопровода при различных значениях обводненности жидкости***

Распределение давлений показывает, что расчетные значения давления не превышают максимально допустимого и снижаются при увеличении обводненности — это связано с тем, что при постоянном газовом факторе при снижении объема нефти уменьшается и объем газа, транспортирующегося по трубопроводу. Приведенные скорости жидкости и газа находятся в допустимых для эксплуатации пределах.

Собственные частоты для первого и последнего пролета трубопровода приведены в таблице 2.

Таблица 2

Собственные частоты при изменении обводненности

№	Расход перекачиваемой жидкости	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
Для первого пролета трубопровода				
1	W_{cut} — 30 % об.	12,4709	12,9153	12,6505
2	W_{cut} — 60 % об.	12,4325	12,8755	12,5893
3	W_{cut} — 90 % об.	12,2004	12,6351	12,3269
Для последнего пролета трубопровода				
4	W_{cut} — 30 % об.	12,4709	12,9153	12,5834
5	W_{cut} — 60 % об.	12,4325	12,8755	12,5447
6	W_{cut} — 90 % об.	12,2004	12,6351	12,3105

Результаты определения частот показали, что при увеличении обводненности частоты по вариантам 1 и 2 изменяются в связи с изменением плотности смеси, занимающей сечение трубопровода. Разница между ча-

стотами в вариантах 1 и 2 получена за счет учета максимально допустимого давления в варианте 2, отклонение составляет порядка 3,5 %.

При увеличении обводненности многофазной жидкости для начального участка плотность общей смеси увеличивается, а внутреннее давление уменьшается. Для последнего участка внутреннее давление является постоянной величиной, а плотность общей смеси увеличивается. Значение частот для начального и конечного участка трубопровода уменьшается, что свидетельствует о большем влиянии плотности многофазной смеси. Данные значения частот не выходят за пределы значений, полученных по вариантам 1 и 2.

При исследовании влияния газового фактора получено распределение давления приведенных скоростей жидкой и газовой фаз для различных значений GOR при фиксированных значениях Q_{liq} — 300 м^3/сут, W_{cut} — 30 % об. (рис. 7–9).

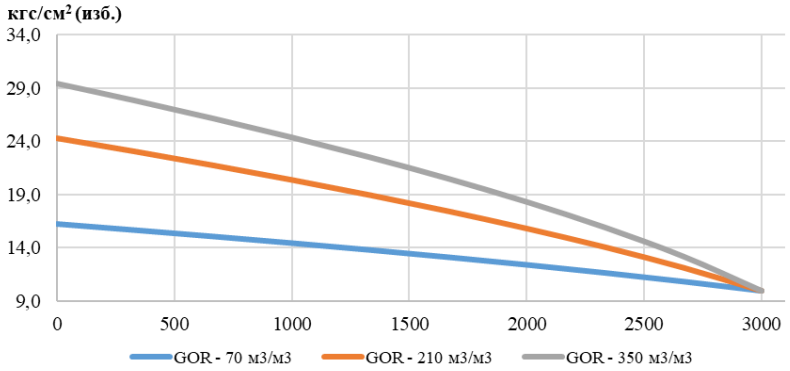

Рис. 7. ***Распределение давления вдоль трассы трубопровода при различных значениях газового фактора***

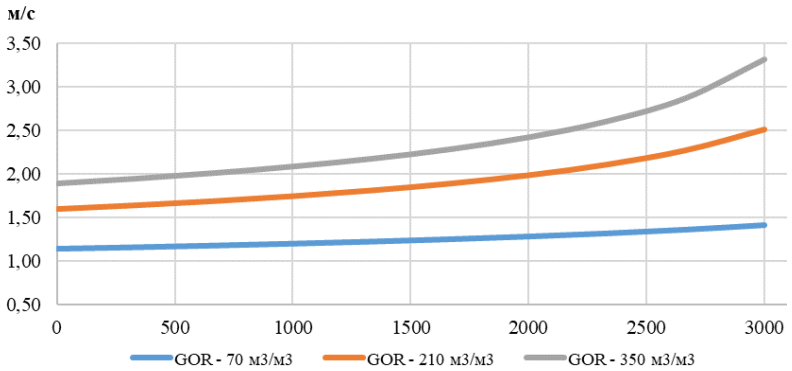

Рис. 8. ***Распределение приведенной скорости жидкости вдоль трассы трубопровода при различных значениях газового фактора***

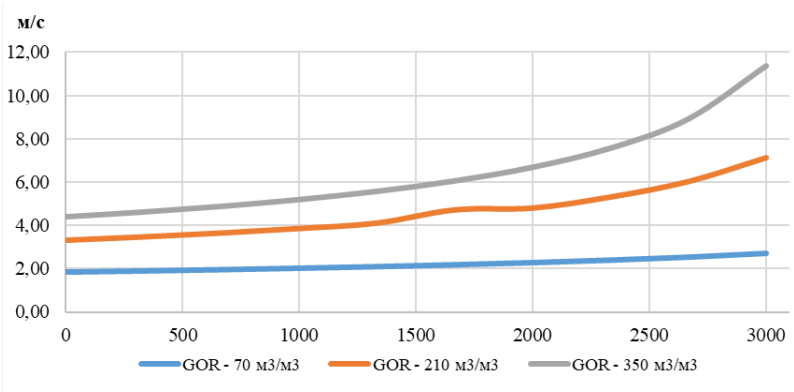

Рис. 9. ***Распределение приведенной скорости газа вдоль трассы трубопровода при различных значениях газового фактора***

Распределение давления показало, что при увеличении газового фактора повышается внутреннее давление на начальном участке. Приведенные скорости газа находятся в допустимых для эксплуатации пределах. Приведенные скорости жидкости при значении GOR — 350 м^3/м^3 находятся выше предельного значения (3 м/с). Это связано с тем, что в трубе — большое количество газа и жидкость течет по меньшему поперечному сечению.

Собственные частоты для первого и последнего пролета трубопровода приведены в таблицах 5 и 6.

Таблица 5

Собственные частоты при изменении газового фактора

№	Расход перекачиваемой жидкости	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
Для первого пролета трубопровода				
1	GOR — 70 м^3/м^3	12,4709	12,9153	12,6506
2	GOR — 210 м^3/м^3	12,5010	12,9465	12,7702
3	GOR — 350 м^3/м^3	12,5072	12,9529	12,8318
Для последнего пролета трубопровода				
4	GOR — 70 м^3/м^3	12,4709	12,9153	12,5834
5	GOR — 210 м^3/м^3	12,5010	12,9465	12,6108
6	GOR — 350 м^3/м^3	12,5072	12,9529	12,6201

Результаты определения частот показали, что при увеличении газового фактора частоты по вариантам 1 и 2 изменяются в связи с изменением плотности смеси, занимающей сечение трубопровода. Разница между ча-

стотами в вариантах 1 и 2 получена за счет учета максимально допустимого давления в варианте 2, отклонение составляет порядка 3,5 %.

При увеличении газового фактора для начального участка плотность общей смеси уменьшается, а внутреннее давление увеличивается. Для последнего участка внутреннее давление является постоянной величиной, а плотность общей смеси уменьшается. Значение частот для начального и конечного участка трубопровода увеличивается, что свидетельствует о большем влиянии плотности многофазной смеси. Данные значения частот не выходят за пределы значений, полученных по вариантам 1 и 2.

Выводы

Изменение собственных частот трубопроводов при изменении параметров транспортируемой многофазной жидкости не выходит за границы значений частот, учитывающих перекачиваемую жидкость как дополнительную массу без учета давления и с учетом максимально допустимого давления, на которое был рассчитан трубопровод. Для рассматриваемого трубопровода 114×7 мм, рассчитанного на максимальное давление 40 кгс/см^2, отклонение частот между этими границами не превысило 3,5 %.

При изменении обводненности и газового фактора изменяется плотность общего потока и, как следствие, изменяется дополнительная масса от перекачиваемой жидкости, которая оказывает большее влияние по сравнению с внутренним давлением.

При определении собственных частот колебаний надземных промысловых трубопроводов для определения расстановки опор по [1] необходимо использовать 2 значения собственных частот с учетом дополнительной массы без учета давления и с учетом максимально допустимого давления.

Список источников

1. СА 03-003-07. Расчеты на прочность и вибрацию стальных технологических трубопроводов : нормативные документы межотраслевого применения по вопросам промышленной безопасности и охраны недр : дата введения 2006-11-27 / Российская ассоциация экспертных организаций техногенных объектов повышенной опасности. – Изд. официальное. – Москва : Стандартинформ, 2007. – 72 с. – Текст : непосредственный.

2. СТАРТ-ПРОФ (версия R 4.87). – Текст : электронный // НТП Трубопровод : сайт. – URL: https://www.truboprovod.ru/software/start

3. Черенцов, Д. А. Определение частот свободных колебаний надземных участков трубопроводов, транспортирующих несжимаемую жидкость / Д. А. Черенцов, С. П. Пирогов. – DOI 10.31660/0445-0108-2023-3-84-94. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2023. – № 3 (159). – С. 84–94.

4. Феодосьев, В. И. О колебаниях и устойчивости трубы при протекании через нее жидкости / В. И. Феодосьев. – Текст : непосредственный // Инженерный сборник. – Москва : Изд-во АН СССР. – 1951. – Т.10 – С. 169–170.

5. Ефимов, А. А. Свободные колебания подводных нефтепроводов / А. А. Ефимов. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2008. – № 1 (67). – С. 49–55.

6. Ильин, В. П. Исследование свободных колебаний кривой трубы с потоком жидкости / В. П. Ильин, В. Г. Соколов. – Текст : непосредственный // Успехи строительной механики и теории сооружений : сборник научных статей : к 75-летию со дня рождения В. В. Петрова / Российская академия архитектуры и строительных наук, Саратовский государственный технический университет. – Саратов : СГТУ, 2010. – С. 88–93.

7. Соколов, В. Г. Уравнения движения криволинейного участка трубопровода с потоком жидкости / В. Г. Соколов, А. В. Березнев // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – Текст : непосредственный. – 2004. – № 6. – С. 76–80.

8. Соколов, В. Г. Решение задачи о свободных колебаниях криволинейных участков трубопроводов с протекающей жидкостью / В. Г. Соколов, А. В. Березнёв. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2005. – № 1(49). – С. 80–84.

9. Зарипов, Д. М. Нелинейные колебания трубопровода под действием внутреннего ударного давления жидкости / Д. М. Зарипов. – Текст : непосредственный // Труды Института механики Уфимского научного центра РАН. – Уфа : Гилем, 2016. – Вып. 11. – С. 136–140.

10. Миронов, М. А. Вынужденные изгибные колебания трубы с потоком жидкости / М. А. Миронов, П. А. Пятаков, А. А. Андреев. – Текст : непосредственный // Акустический журнал. – 2010. – Т. 56, № 5. – С. 684–692.

11. Шакирьянов, М. М. Пространственные хаотические колебания трубопровода в сплошной среде под действием переменного внутреннего давления / М. М. Шакирьянов. – Текст : непосредственный // Известия Уфимского научного центра РАН. – 2016. – № 4. – С. 35–47.

12. Пространственные непериодические колебания трубопровода под действием переменного внутреннего давления / Р. Ф. Ганиев, М. А. Ильгамов, А. Г. Хакимов, М. М. Шакирьянов. – Текст : непосредственный // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2017. – № 2. – С. 3–12.

13. Черенцов, Д. А. Математическая модель манометрической пружины в вязкой среде / Д. А. Черенцов, С. П. Пирогов, С. М. Дорофеев. – Текст : непосредственный // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2014. – № 7. – С. 234–241.

14. Чуба, А. Ю. Определение собственных частот колебаний изогнутых труб некругового поперечного сечения / А. Ю. Чуба, Н. И. Смолин, С. П. Пирогов. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2007. – № 1 (61). – С. 77–82.

15. Пирогов, С. П. Уравнения математической физики в задачах трубопроводного транспорта нефти и газа : учебное пособие / С. П. Пирогов, Д. А. Черенцов, К. С. Воронин ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Тюменский индустриальный университет. – Тюмень : ТИУ, 2019. – 96 с. – Текст : непосредственный.

16. Брилл, Дж. П. Многофазный поток в скважинах / Дж. П. Брилл, Х. Мукерджи ; перевод с английского Ю. В. Русских ; под редакцией М. Н. Кравченко. – Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2006. – 384 с. – (Библиотека нефтяного инжиниринга). – Перевод изд.: Multiphase flow in wells / James P. Brill, Hemanta Mukherjee. Richardson, 1999. – Текст : непосредственный.

17. Рабинович, Е. З. Гидравлика : учебник / Е. З. Рабинович. – Москва : Недра. – 1974. – 296 с. – Текст : непосредственный.

References

1. SA 03-003-07. Raschety na prochnost' i vibratsiyu stal'nykh tekhnologicheskikh truboprovodov: normativnye dokumenty mezhotraslevogo primeneniya po voprosam promyshlennoy bezopasnosti i okhrany nedr (2007). Moscow, Standartinform Publ., 72 p. (In Russian).

2. START-PROF (versiya R 4.87). (In Russian). Available at: https://www.truboprovod.ru/software/start

3. Cherentsov, D. A., & Pirogov, S. P. (2023). Determination of the natural frequencies of the above-ground sections of pipelines transporting an incompressible fluid. Oil and Gas Studies, (3), pp. 84-94. (In Russian). DOI: 10.31660/0445-0108-2023-3-84-94

4. Feodos'ev, V. I. (1951). O kolebaniyakh i ustoychivosti truby pri protekanii cherez nee zhidkosti. Inzhenernyy sbornik. Tom 10. Moscow, AN SSSR Publ., pp. 169-170. (In Russian).

5. Efimov, A. A. (2008). Svobodnye kolebaniya podvodnykh nefteprovodov. Oil and Gas Studies, (1(67)), pp. 49-55. (In Russian).

6. Il'in, V. P., & Sokolov, V. G. (2010). Issledovanie svobodnykh kolebaniy krivoy truby s potokom zhidkosti. Uspekhi stroitel'noy mekhaniki i teorii sooruzheniy: sbornik nauchnykh statey: k 75-letiyu so dnya rozhdeniya V. V. Petrova. Saratov, Saratov State Technical University Publ., pp. 88-93. (In Russian).

7. Sokolov, V. G., & Bereznev, A. V. (2004). Uravneniya dvizheniya krivolineynogo uchastka truboprovoda s potokom zhidkosti. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz, (6), pp. 76-80. (In Russian).

8. Sokolov, V. G., & Bereznev, A. V. (2005). Reshenie zadachi o svobodnykh kolebaniyakh krivolineynykh uchastkov truboprovodov s protekayushchey zhidkost'yu. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz, (1(49)), pp. 80-84. (In Russian).

9. Zaripov, D. M. (2016). Nelineynye kolebaniya truboprovoda pod deystviem vnutrennego udarnogo davleniya zhidkosti. Trudy Instituta mekhaniki Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN. Vyp. 11. Ufa, Gilem Publ., pp. 136-140. (In Russian).

10. Mironov, M. A., Pyatakov, P. A., & Andreev, A. A. (2010). Forced flexural vibrations of a pipe with a liquid flow. Acoustical Physics, 56(5), pp. 739-747. (In English).

11. Shakiryanov, M. M. (2016). Spatial chaotic vibrations of a pipeline in the continuous medium under the impact of alternating internal pressure. Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN, (4), pp. 35-47. (In Russian).

12. Ganiev, R. F., Il'gamov, M. A., Khakimov, A. G., & Shakiryanov, M. M. (2017). Spatial aperiodic vibrations of the pipelines under transient internal pressure. Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 46(2), pp. 87-95. (In English).

13. Cherentsov, D. A., Pirogov, S. P., & Dorofeyev, S. M. (2014). Mathematical model of manometric spring in a viscous medium. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, (7), pp. 234-241. (In Russian).

14. Chuba, A. Yu., Smolin, N. I., & Pirogov, S. P. (2007). Opredelenie sobstvennykh chastot kolebaniy izognutykh trub nekrugovogo poperechnogo secheniya. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz, (1(61)), pp. 77-82. (In Russian).

15. Pirogov, S. P., Cherentsov, D. A., & Voronin, K. S. (2019). Uravneniya matematicheskoy fiziki v zadachakh truboprovodnogo transporta nefti i gaza. Tyumen, Industrial University of Tyumen Publ., 96 p. (In Russian).

16. Brill, J. P., Mukherjee, H. (1999). Multiphase flow in wells. Richardson, 384 p. (In English).

17. Rabinovich, E. Z. (1974). Gidravlika. Moscow, Nedra Publ., 296 p. (In Russian).

Информация об авторах / Information about authors

Черенцов Дмитрий Андреевич, *кандидат технический наук, доцент кафедры транспорта углеводородных ресурсов, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень*

Пирогов Сергей Петрович, *доктор технических наук, профессор кафедры прикладной механики, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, pirogovsp@tyuiu.ru*

Dmitry A. Cherentsov, *Candidate of Engineering, Associate Professor at the Department of Transportation of Hydrocarbon Resources, Industrial University of Tyumen*

Sergey P. Pirogov, *Doctor of Engineering, Professor at the Department of Applied Mechanics, Industrial University of Tyumen, pirogovsp@tyuiu.ru*

Статья поступила в редакцию 10.05.2024; одобрена после рецензирования 04.06.2024; принята к публикации 05.08.2024.

The article was submitted 10.05.2024; approved after reviewing 04.06.2024; accepted for publication 05.08.2024.