

Научная статья / Original research article
УДК 62-235
DOI:10.31660/0445-0108-2025-4-78-86
EDN: OTOCJQ



Определение собственных частот колебаний самоустанавливающихся колес адаптивной зубчатой передачи с арочными зубьями

В.В. Пивень*, Д. А. Трубкин

Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

* pivenvv@yandex.ru

Аннотация. С помощью зубчатых передач обеспечивается передача вращающего момента в большинстве современных машин. Для создания машин с высокими техническими характеристиками необходимо улучшение нагрузочных характеристик зубчатых передач. Одним из перспективных направлений повышения нагрузочных характеристик зубчатых передач является применение цилиндрических зубчатых колес с арочными зубьями. В этих передачах отсутствуют осевые усилия, обеспечивается плавность зацепления, зубья имеют большую изгибную прочность по сравнению с прямыми зубьями. Такие передачи в сравнении с прямозубыми и косозубыми позволяют также увеличить долговечность, снизить вибрацию, шумовые характеристики. Передачи с арочными зубьями требуют высокой точности при их установке. Перекосы осей, возникающие при неточной установке, износе, температурных деформациях отрицательно сказываются на их эксплуатационных характеристиках. Цель работы — установление математических зависимостей частоты собственных колебаний самоустанавливающихся колес адаптивной зубчатой передачи. В исследовании использовались аналитические методы механики. Расчеты проводились для арочной зубчатой передачи с полуколесами, установленными и работающими параллельно. Получены математические выражения для определения собственных частот в зависимости от жесткости упругих элементов и массовых характеристик входящих в зацепления шестерни и полуколес.

Ключевые слова: зубчатая передача, арочные зубья, собственные частоты, самоустанавливающиеся полуколеса

Для цитирования: Пивень, В. В. Определение собственных частот колебаний самоустанавливающихся колес адаптивной зубчатой передачи с арочными зубьями / В. В. Пивень, Д. А. Трубкин. – DOI 10.31660/0445-0108-2025-4-78-86 // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2025. – № 4. – С. 78–86. – EDN: OTOCJQ

Determination of the natural oscillation frequencies of self-aligning wheels of an adaptive gear drives with arched teeth

Valeriy V. Piven*, Danil A. Trubkin

Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

* pivenvv@yandex.ru

Abstract. Gears drives are the primary means of transmitting torque in most modern machines. To enhance the performance of these machines, it is essential to improve the load-bearing characteristics of gear drives. One of the promising approaches is the use of cylindrical gears with arched teeth. These gears eliminate axial forces, ensure smooth meshing, and provide higher bending strength compared to straight-tooth gears.

When compared to spur and helical gears, curved-tooth gears offer increased durability, reduced vibration, and lower noise levels. However, they require precise installation. Shaft misalignment due to assembly errors, wear, or thermal deformation can negatively affect performance. They demand precise installation. Shaft misalignment resulting from assembly errors, wear, or thermal deformation can adversely affect performance characteristics. The aim of this study is to establish mathematical relationships for calculating the natural frequencies of self-aligning wheels in an adaptive gear drive. The authors of the paper used analytical mechanics methods. They did calculations for a gear system with arched teeth and self-aligning half-wheels operating in parallel. The result is a set of mathematical expressions for determining natural frequencies based on the stiffness of elastic elements and the mass properties of the meshing gear and half-wheels.

Keywords: gears drives, arched teeth, natural frequencies, self-aligning half-wheels

For citation: Piven, V. V. & Trubkin, D. A. (2025). Determination of the natural oscillation frequencies of self-aligning wheels of an adaptive gear train with arched teeth. Oil and Gas Studies, (4), pp. 78-86. (In Russian). DOI: 10.31660/0445-0108-2025-4-78-86

Введение

Передача вращающего момента в большинстве современных машин обеспечивается с помощью зубчатых передач. Улучшение их нагрузочных характеристик необходимо для создания машин с высокими техническими характеристиками. Одним из перспективных направлений повышения нагрузочных характеристик зубчатых передач является применение цилиндрических зубчатых колес с арочными зубьями. Примерами таких передач выступают редуктор привода станков-качалок в нефтедобыче, приводы прокатных станов, конечные передачи трансмиссии тракторов и локомотивов [1].

В передачах с арочными зубьями отсутствуют осевые усилия, обеспечивается плавность зацепления, зубья имеют большую изгибную прочность по сравнению с прямыми зубьями. Такие передачи, в сравнении с прямозубыми и косозубыми, позволяют увеличить долговечность, снизить вибрацию, шумовые характеристики. [1, 2]. Передачи с арочными зубьями требуют высокой точности при их установке. Перекосы осей, возникающие при неточной установке, износе, температурных деформациях, отрицательно сказываются на их эксплуатационных характеристиках.

В то же время неточности изготовления арочных зубьев, допускаемая несоосность валов при монтаже, температурные деформации корпусных деталей могут приводить к выходу площадок контакта в зацеплении на край зуба. Это, в свою очередь, приводит к концентрации контактных напряжений, преждевременному выходу передачи из строя [1–8].

Объект и методы решения

Для решения проблемы смещения рабочей линии зацепления по поверхности арочного зуба предложено техническое решение — адаптивная зубчатая передача с арочными зубьями (рис. 1) [9]. Эта передача позволяет обеспечить две зоны контакта. Зубчатые полуколеса установлены на валу и подпружинены в осевом направлении упругими элементами. Используя

такую установку, можно настроить оптимальное пятно контакта рабочей поверхности зубьев.

В данной зубчатой передаче вращающий момент через ведущий вал 1 с шестерней 2, имеющей на своей поверхности зубья арочной формы, передается через два параллельно установленных арочных полуколеса 4 и 5 на ведомый вал 3 (см. рис. 1).

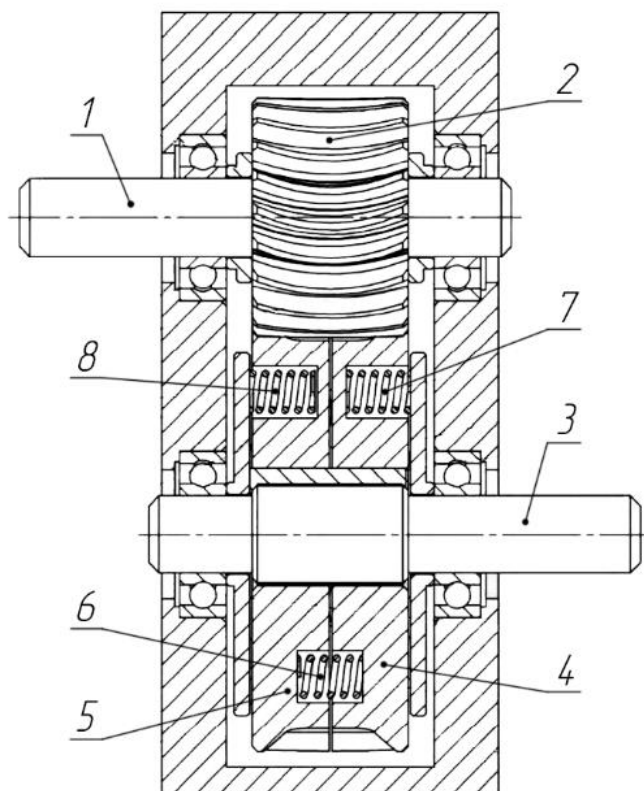


Рис. 1. Адаптивная цилиндрическая передача с арочными зубьями [9]:
1 — ведущий вал; 2 — шестерня с зубьями арочной формы; 3 — ведомый вал;
4, 5 — полуколеса с зубьями арочной формы; 6, 7, 8 — упругие элементы

Зубчатые полуколеса установлены с возможностью перемещения в осевом направлении и подпружинены упругими элементами 6, 7 и 8.

Упругие элементы 6, 7 и 8 имеют увеличивающиеся при сжатии осевые усилия и ограничивают перемещение полуколес 4 и 5 в осевом направлении. Таким образом, самоустановка полуколес 4 и 5 обеспечивается в зависимости от геометрических погрешностей изготовления и установки, а также от внешнего силового потока.

При работе вышеприведенной зубчатой передачи (рис. 1) в зацеплении могут реализовываться следующие виды контактов арочных зубьев: линейный, локально-линейный и точечный.

Использование различных по жесткости упругих элементов 6, 7 и 8, а также возможное регулирование их характеристик позволяет настраивать их к различным случайным изменениям вращающего момента.

Настройка пятна контакта в зубчатом зацеплении позволяет обеспечить оптимальное распределение напряжений по пятну контакта, повысить контактную прочность и выносливость.

При работе зубчатой передачи с упругими элементами, ограничивающими осевое движение полуколес (см. рис. 1), возможно возникновение резонансных колебаний, амплитудных и частотных модуляций. Для предотвращения этих нежелательных процессов необходимо теоретическое описание колебательных процессов, происходящих в передаче. В частности, требуется определение частот собственных колебаний полуколес, имеющих возможность осевого перемещения и взаимодействующих с шестерней и упругими элементами.

Рассмотрим схему взаимодействия шестерни с полуколесом. Данное зацепление смоделируем с помощью двухмассовой динамической системы (рис. 2, 3). Учитывая, что конструкция симметричная, жесткости c_2 и c_3 равны, при определении собственных частот рассмотрим только взаимодействие левой половины шестерни 1 с полуколесом 2 (рис. 2).

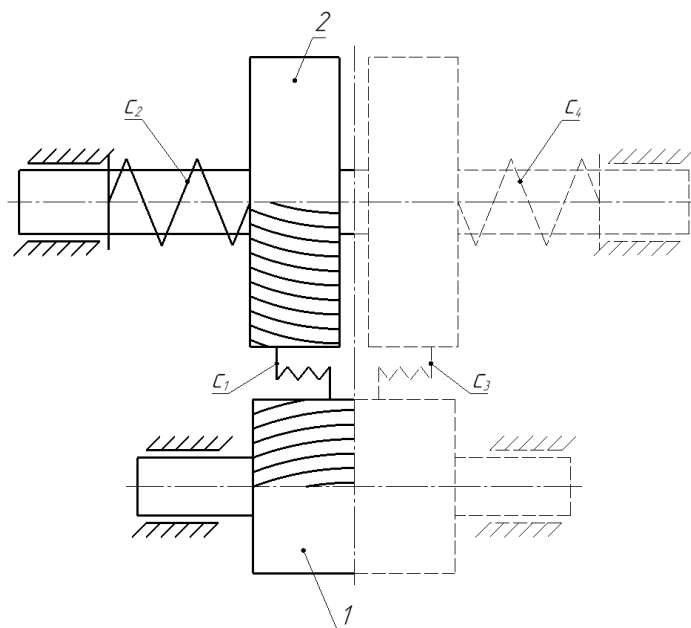


Рис. 2. Расчетная схема взаимодействия шестерни, полуколеса и упругого элемента: 1 — шестерня; 2 — полуколесо; $c_{1,3}$ — коэффициенты жесткости зубчатого зацепления, Н/м; $c_{2,4}$ — коэффициенты эквивалентных жесткостей упругих элементов полуколес, Н/м.

Двухмассовая динамическая система представлена на рисунке 3.

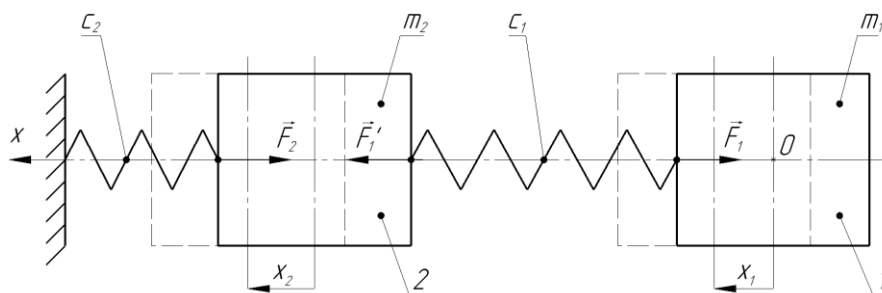


Рис. 3. Двухмассовая динамическая схема зубчатой передачи:

1 — шестерня; 2 — полуколесо; F_1 — сила упругости, действующая на шестерню в зубчатом зацеплении со стороны полуколеса; F_1' — сила упругости, действующая на полуколесо в зубчатом зацеплении со стороны шестерни; F_2 — сила упругости, действующая на полуколесо со стороны упругого элемента, Н/м; x_1 — перемещение точки контакта зубьев в осевом направлении при возникшем перекосе, м; x_2 — перемещение полуколеса в осевом направлении, м; c_1 — коэффициент жесткости зубчатого зацепления, Н/м; c_2 — коэффициент эквивалентной жесткости упругого элемента полуколеса, Н/м; $m_{1,2}$ — приведенные массы шестерни и полуколеса, кг

Приведенные массы шестерни и полуколеса определяются с помощью выражений

$$m_{1,2} = \frac{J_{1,2}}{r_{1,2}^2}, \quad (1)$$

где $J_{1,2}$ — моменты инерции половины шестерни и полуколеса относительно осей вращения, кг · м²; $r_{1,2}$ — радиусы основных окружностей шестерни и полуколеса, м.

Силы F_1 и F_1'

$$F_1 = F_1' = c_1(x_1 - x_2), \quad (2)$$

Сила F_2

$$F_2 = c_2(x_1 - x_2). \quad (3)$$

При составлении дифференциальных уравнений движения механической системы наведем ось X влево (рис. 3). Начало отсчета совместим с положением статического равновесия шестерни и полуколеса.

Согласно второму закону Ньютона для шестерни умножим ее массу на ускорение

$$m_1 \ddot{x}_1 = -c_1(x_1 - x_2). \quad (4)$$

Для полуколеса дифференциальное уравнение его движения в положительном направлении отсчета по оси X

$$m_2 \ddot{x}_2 = -c_2 x_2 + c_1 (x_1 - x_2). \quad (5)$$

Таким образом, после преобразования дифференциальные уравнения движения двухмассовой системы представим в следующем виде:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 (x_1 - x_2) = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 x_2 - c_1 (x_1 - x_2) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Разделив все слагаемые уравнений системы (6) на m_1 и m_2 , вводим подстановки

$$\omega_1^2 = \frac{c_1}{m_1}; \quad \omega_2^2 = \frac{c_2}{m_2} \quad (7)$$

Общее решение системы однородных дифференциальных уравнений (6) имеет вид:

$$\begin{cases} x_1 = u_1 \sin \omega t \\ x_2 = u_2 \sin \omega t \end{cases} \quad (8)$$

После подстановок система уравнений частот имеет следующий вид:

$$\begin{cases} (c_1 - m_1 \omega^2) u_1 - c_1 u_2 = 0 \\ -c_1 u_1 + (c_2 - m_2 \omega^2) u_2 = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} (c_1 - m_1 \omega^2) u_1 - c_1 u_2 = 0 \\ -c_1 u_1 + (c_2 - m_2 \omega^2) u_2 = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Откуда

$$m_1 m_2 \omega^4 - (c_2 m_1 - c_1 m_2) \omega^2 - (c_1^2 - c_1 c_2) = 0. \quad (12)$$

Делая подстановку, получаем

$$\omega^2 = x. \quad (13)$$

Результаты

Решая квадратное уравнение, получаем следующие формулы для вычисления корней уравнения (8):

$$\begin{cases} x_1 = \frac{c_2 m_1 - c_1 m_2 + (c_2 m_1 - c_1 m_2)^2 + 4 m_1 m_2 (c_1^2 - c_1 c_2)}{2 m_1 m_2} \\ x_2 = \frac{c_2 m_1 - c_1 m_1 + (c_2 m_1 - c_1 m_2)^2 + 4 m_1 m_2 (c_1^2 - c_1 c_2)}{2 m_1 m_2} \end{cases} \quad (14)$$

В итоге получаем выражения для определения частот собственных колебаний полуколес в осевом направлении:

$$\omega_1 = \sqrt{x_1}; \quad \omega_2 = \sqrt{x_2}. \quad (15)$$

Обсуждение

В результате проведенных исследований получены математические выражения (14) и (15) для определения частот собственных колебаний самоустанавливающихся полуколес для адаптивной зубчатой передачи с арочными зубьями.

Собственные частоты колебаний полуколес зависят от характеристики упругих элементов, ограничивающих осевое перемещение полуколес, упругих характеристик зубчатого зацепления, а также приведенных масс деталей, входящих в зацепление.

Полученные математические выражения позволяют определять собственные частоты при известных характеристиках механической системы и подбирать свойства упругих элементов, исключающих резонансные явления, в зависимости от рабочих частот вращающихся деталей передачи.

При установке в редукторе с рассмотренной передачей упругих элементов с регулируемой жесткостью полученные зависимости позволяют производить отстройку от резонанса.

Выводы

1. Арочные зубчатые передачи имеют повышенную нагрузочную способность за счет отсутствия осевых сил, плавности зацепления, повышенной изгибной прочности зубьев арочной формы по сравнению с прямыми.
2. Неточности изготовления арочных зубьев, допускаемая несоосность валов при монтаже, температурные деформации корпусных деталей могут приводить к выходу площадок контакта в зацеплении на край зуба. Это, в свою очередь, приводит к концентрации контактных напряжений, преждевременному выходу передачи из строя.
3. Арочные зубчатые передачи требуют обеспечения возможности осевой самоустановки колес.
4. Наиболее перспективным техническим решением самоустановки арочных зубчатых колес является применение двух полуколес с упругими элементами, ограничивающими их перемещение в осевом направлении.

5. При работе зубчатой передачи с упругими элементами, ограничивающими осевое движение полукозес, возможно возникновение резонансных колебаний, амплитудных и частотных модуляций.

6. В результате проведенных исследований получены математические выражения для определения частот собственных колебаний самоустанавливающихся полукозес для адаптивной зубчатой передачи с арочными зубьями.

Список источников

1. Сызранцев, В. Н. Синтез адаптивной цилиндрической передачи с арочными зубьями с двумя зонами контакта / В. Н. Сызранцев, А. И. Стариков. – DOI 10.25206/1813-8225-2023-188-38-45. – Текст : непосредственный // Омский научный вестник. – 2023. – № 4 (188). – С. 38–45.
2. Паршин, А. Н. Изготовление цилиндрических козес с арочными зубьями резовыми головками на станках с ЧПУ и опыт их внедрения / А. Н. Паршин. – Текст : непосредственный // Теория и практика зубчатых передач: сб. тр. междунар. симп.; под ред. В. И. Гольдфарба. – Ижевск : Изд-во Ижевского государственного технического университета им. М. Т. Калашникова. – 2014. – С. 151–159.
3. Fuentes-Aznar, A. Comparison of spur, helical and curvilinear gear drives by means of stress and tooth contact analyses / A. Fuentes-Aznar, R. Ruiz-Orzaez, I. Gonzalez-Perez. – Text : direct // Meccanica. – 2017. – Vol. 52. – P. 1721–1738.
4. Сызранцев, В. Н. Цилиндрические зубчатые передачи с арочными зубьями: геометрия, прочность, надежность: монография / В. Н. Сызранцев, К. В. Сызранцева. – Тюмень : Тюменский индустриальный университет, 2021. – 170 с. – Текст : непосредственный.
5. Syzrantsev V. N. Cylindrical arc gears: History, Achievements, and Problems // Gears in Design, Production and Education: A Tribute to Prof. Veniamin Goldfarb. – Cham : Springer International Publishing, 2021. – P. 131–151. – Text : direct.
6. Плахтин, В. Д. Анализ зацепления цилиндрических козес с арочными зубьями / В. Д. Плахтин, А. П. Давыдов, А. Н. Паршин. – Текст : непосредственный // Вестник машиностроения. – 2006. – № 11. – С. 3–7.
7. Плахтин, В. Д., Паршин, А. Н. Синтез зацепления цилиндрических зубчатых козес с арочными бочкообразными зубьями / В. Д. Плахтин, А. Н. Паршин. – Текст : непосредственный // Технология машиностроения. – 2007. – № 2. – С. 46–53.
8. Плахтин, В. Д. Синтез цилиндрических зубчатых передач с арочными бочкообразными зубьями / В. Д. Плахтин, А. Н. Паршин. – Текст : непосредственный // Тез. докл. междунар. конф. по теории механизмов и механике машин, Краснодар. – 2006. – С. 79–80.
9. Патент на изобретение № 2721579 Российская Федерация, МПК F 16 H1/06. Адаптивная цилиндрическая передача с арочными зубьями : № 2019136799; заявл. 15.11.2019; опубл. 20.05.2020 / Сызранцев В. Н., Сызранцева К. В., Вибе В. П., Денисов Ю. Г.: патентообладатель Общество с ограниченной ответственностью Фирма «СТЭК» (RU). – Текст : непосредственный.

References

1. Syzrantcev, V. N. & Starikov, A. I. (2023). Synthesis of an adaptive cylindrical gear with arched teeth with two contact zones spaced along the length of the tooth. Omsk Scientific Bulletin, 4 (188), pp. 38-45. (In Russian). DOI: 10.25206/1813-8225-2023-188-38-45.

2. Parshin, A. N. (2014). Izgotovlenie cilindricheskikh koles s arochnymi zub'yami rezcovymi golovkami na stankah s ChPU i opyt ih vnedreniya. Teoriya i praktika zubchatykh peredach: sb. tr. mezhdunar. simp. Izhevsk. Izd-vo Izhevskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. M. T. Kalashnikova Publ., pp. 151-159. (In Russian).
3. Fuentes-Aznar, A., Ruiz-Orzaez, R., & Gonzalez-Perez, I. (2017). Comparison of spur, helical and curvilinear gear drives by means of stress and tooth contact analyses. Meccanica, (52), pp. 1721-1738. (In English).
4. Syzrantsev, V. N. & Syzrantseva, K. V. (2021). Cilindricheskie zubchatye peredachi s arochnymi zub'yami: geometriya, prochnost', nadezhnost'. Tyumen, Industrial University of Tyumen Publ., 170 p. (In Russian).
5. Syzrantsev, V. N. (2021). Cylindrical arc gears: History, Achievements, and Problems. In Gears in Design, Production and Education: A Tribute to Prof. Veniamin Goldfarb, pp. 131-151. Cham: Springer International Publishing. (In English).
6. Platin, V. D., Davydov, A. P. & Parshin, A. N. (2006). Analiz zacepleniya cilindricheskikh kolyos s arochnymi zub'yami. Vestnik mashinostroeniya. (11), pp. 3-7. (In Russian).
7. Platin, V. D. & Parshin, A. N. (2007). Sintez zacepleniya cilindricheskikh zubchatykh kolyos s arochnymi bochkobraznymi zub'yami. Tekhnologiya mashinostroeniya, (2), pp. 46-53. (In Russian).
8. Platin, V. D. & Parshin, A. N. (2006). Sintez cilindricheskikh zubchatykh peredach s arochnymi bochkobraznymi zub'yami. Tez. dokl. mezhdunarod. konf. po teorii mekhanizmov i mekhanike mashin. Krasnodar, pp. 79-80. (In Russian).
9. Syzrantsev, V. N., Syzrantseva, K. V., Vibe, V. P. & Denisov, Yu. G. Adaptivnaya cilindricheskaya peredacha s arochnymi zub'yami Pat. RF 2721579. NO 2019136799. MPK F 16 H1/06. Published: 20.05.2020. (In Russian).

Информация об авторах / Information about the authors

Пивень Валерий Васильевич,
доктор технических наук, профессор
кафедры машин и оборудования
нефтяной и газовой промышленности,
Тюменский индустриальный университет,
г. Тюмень

Valeriy V. Piven, Doctor of
Engineering, Professor at the Department
of Machinery and Equipment for the Oil
and Gas Industry, Industrial University of
Tyumen

Трубкин Данил Александрович,
аспирант кафедры машин и оборудова-
ния нефтяной и газовой промыш-
ленности, Тюменский индустриальный
университет, г. Тюмень

Danil A. Trubkin, Postgraduate
Student at the Department of Machinery
and Equipment for the Oil and Gas
Industry, Industrial University of Tyumen

Статья поступила в редакцию 02.02.2025; одобрена после рецензирования 26.02.2025; принята к публикации 10.03.2025.

The article was submitted 02.02.2025; approved after reviewing 26.02.2025; accepted for publication 10.03.2025.