

УДК 519.63+533.6

РАСЧЕТ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОСХОДЯЩЕГО ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА С ПЯТЬЮ ИСТОЧНИКАМИ НАГРЕВА CALCULATION OF THERMODYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE ASCENDING SWIRLING FLOW WITH FIVE SOURCES OF HEATING

Д. Д. Баранникова, А. Г. Обухов

D. D. Barannikova, A. G. Obukhov

Тюменский государственный университет, г. Тюмень

Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

Ключевые слова: система уравнений газовой динамики; полная система уравнений Навье — Стокса; краевые условия; разностные методы

Key words: system of equations of gas dynamics; complete system of Navier — Stokes equations; boundary conditions; difference methods

Основная идея предложенной в [1] схемы возникновения восходящего закрученного потока заключается в том, что в результате локального прогрева поверхности суши или водной поверхности появляется восходящий поток воздуха. Заменяющее его радиальное течение, направленное к центру области нагрева, под действием силы инерции Кориолиса в Северном полушарии приобретает осевую закрутку в положительном направлении.

В работе [2] предложенная схема получила экспериментальное подтверждение. В экспериментах, описанных в [2], свободный вихрь инициировался нагревом снизу металлической круглой плиты газовой горелкой.

Попытка математически и численно смоделировать возникновение и развитие восходящего закрученного потока с использованием локального нагрева подстилающей поверхности в трехмерном нестационарном случае была предпринята в работе [3]. Численные расчеты и детальный анализ возникающих сложных течений вязкого сжимаемого теплопроводного газа на начальной стадии формирования восходящего закрученного потока, вызванного локальным прогревом подстилающей поверхности, показали, что газ в начале нагрева движется в двух встречных направлениях. Одно из них, радиальное, направлено от центра пятна нагрева к его границе, а другое, также радиальное, но направленное в противоположном направлении — от периферии к границе пятна нагрева.

Поскольку движущиеся вдоль горизонтальной поверхности потоки газа под действием силы Кориолиса отклоняются вправо в Северном полушарии, то встречные потоки на границе области нагрева имеют противоположное направление закрутки. Это неизбежно приводит к возникновению в этой области нескольких локальных вихрей с противоположной направленностью вращения. Что, собственно говоря, и видно из проведенных расчетов.

Наряду с торнадо и тропическими циклонами в природе наблюдаются [4] и так называемые огненные вихри, закрутка которых имеет другое направление: отрицательное в Северном полушарии и положительное в Южном. В работе [5] строго математически описано решение системы уравнений газовой динамики, передающее следующее свойство течений идеального газа: если в первоначально покоящемся в поле тяжести газе, начиная с некоторого момента времени, плавно нагревается поверхность находящегося в газе вертикального цилиндра ненулевого радиуса, то наряду с радиальным движением газа под действием силы Кориолиса возникает и закрутка газа, которой в исходном течении не было. Направление этой закрутки отрицательное в Северном полушарии и положительное в Южном, то есть противоположное направлению закрутки торнадо и тропических циклонов.

В экспериментах [6] удалось создать течения, близкие к наблюдаемым в природе огненным вихрям, причем без использования принудительной закрутки. В работе [6] продемонстрирована принципиальная возможность физического моделирования свободных концентрированных огненных вихрей в лабораторных условиях без использования закручивающих устройств от нескольких источников нагрева. Подробно описана экспериментальная установка для генерирования свободных огненных вихрей, и проведен детальный анализ особенностей их возникновения. Покадровая фиксация позволяет получать информацию об основных параметрах процесса генерации огненных вихрей и их интегральных характеристиках.

Цель данной работы — численное моделирование и детальный анализ термодинамических характеристик возникающих сложных течений вязкого сжимаемого теплопроводного газа на начальной стадии формирования восходящего закрученного потока, вызванного локальным прогревом подстилающей поверхности пятью источниками нагрева.

Для описания сложных трехмерных нестационарных течений сжимаемого полнотропного газа, обладающего диссипативными свойствами вязкости и теплопроводности, используется полная система уравнений Навье — Стокса, которая, будучи записанной в безразмерных переменных с учетом действия сил тяжести и Кориолиса в векторной форме, имеет следующий вид [7]:

$$\begin{cases} \rho_t + \vec{V} \cdot \nabla \rho + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0, \\ \vec{V}_t + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \frac{T}{\gamma \rho} \nabla \rho + \frac{1}{\gamma} \nabla T = \vec{g} - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \frac{\mu_0}{\rho} \left[\frac{1}{4} \nabla (\operatorname{div} \vec{V}) + \frac{3}{4} \Delta \vec{V} \right], \\ T_t + \vec{V} \cdot \nabla T + (\gamma - 1) T \operatorname{div} \vec{V} = \frac{\kappa_0}{\rho} \Delta T + \frac{\mu_0 \gamma (\gamma - 1)}{2\rho} \left\{ [(u_x - v_y)^2 + \right. \\ \left. + (u_x - w_z)^2 + (v_y - w_z)^2] + \frac{3}{2} [(u_y + v_x)^2 + (u_z + w_x)^2 + (v_z + w_y)^2] \right\}, \end{cases} \quad (1)$$

где постоянные значения безразмерных коэффициентов вязкости и теплопроводности следующие: $\mu_0 = 0,001$, $\kappa_0 \approx 1,46\mu_0$. Эта система в дифференциальной форме передает законы сохранения массы, импульса и энергии в движущейся сплошной среде.

В системе (1): t — время; x, y, z — декартовы координаты; ρ — плотность газа; $\vec{V} = (u, v, w)$ — вектор скорости газа с проекциями на соответствующие декартовы оси; T — температура газа; $\vec{g} = (0, 0, -g)$ — вектор ускорения силы тяжести; $\gamma = 1,4$ — показатель политропы для воздуха; $-2\vec{\Omega} \cdot \vec{V} = (av - bw, -au, bu)$ — вектор ускорения Кориолиса, где $a = 2\Omega \sin \psi$, $b = 2\Omega \cos \psi$, $\Omega = |\vec{\Omega}|$; $\vec{\Omega}$ — вектор угловой скорости вращения Земли; ψ — широта точки O — начала декартовой системы координат $xzyO$, вращающейся вместе с Землей; ∇ и div — операторы градиента и дивергенции по декартовым пространственным переменным, точкой обозначено скалярное произведение векторов.

В качестве начальных условий при описании соответствующих течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа в случае постоянных значений коэффициентов вязкости и теплопроводности принимаются функции, задающие точное решение [8] системы (1)

$$\begin{aligned} u = 0, v = 0, w = 0, T_0(z) = 1 - kz, k = \frac{lx_{00}}{T_{00}}, \\ l = 0,0065 \text{ К/м}, x_{00} = 5 \text{ м}, T_{00} = 288^\circ \text{ К} \\ \rho_0(z) = (1 - kz)^{\gamma-1}; \quad v = \frac{\gamma g}{k} = \text{const} > 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Расчетная область представляет собой куб с длинами сторон $x^0 = y^0 = z^0 = 1$.

На нижней грани $z = 0$ расчетной области вертикальная составляющая скорости газа полагалась равной нулю, то есть $w = 0$. Постепенный же нагрев до температуры 300° К в пяти областях моделировался следующей функциональной зависимостью температуры от координат точек и времени нагрева:

$$T(x, y, t) = 1 + T^* (1 - \exp(-10t)) \exp\left(-\frac{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2}{r_0^2}\right), \quad (4)$$

где $T^* = 0,99$ — превышение максимального безразмерного значения температуры над масштабным единичным значением; $r_0 = 0,025$ — безразмерное значение эффективных радиусов областей нагрева; $x_n, y_n, n = 1, 2, 3, 4, 5$ — координаты пяти центров нагрева нижней грани расчетной области, расположенных на диагоналях квадрата и в точке их пересечения. Две другие составляющие скорости газа и плотность на нижней грани расчетной области значения брались из условия непрерывности потока газа. На остальных пяти гранях расчетной области для всех пяти газодинамических характеристик — плотности, температуры и трех компонент вектора — скорости брались из условия непрерывности [9].

Другими словами, выбранные граничные условия моделируют процесс возникновения трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа при локальном нагреве пятью источниками нижней грани с возможностью свободного движения газа через все грани, кроме нижней.

Расчетная область заполняется трехмерной сеткой узлов пересечения трех семейств плоскостей $x = x_i$, $y = y_j$, $z = z_k$, где $x_i = i \cdot \Delta x$, $y_j = j \cdot \Delta y$, $z_k = k \cdot \Delta z$, $0 \leq i \leq L$, $0 \leq j \leq M$, $0 \leq k \leq N$. Разностные шаги по трем пространственным пе-

ременным $\Delta x = x^0 / L$, $\Delta y = y^0 / M$, $\Delta z = z^0 / N$. Расчеты проводились при следующих масштабных размерных значениях плотности, скорости, расстояния и времени: $\rho_{00} = 1,29 \text{ кг/м}^3$, $u_{00} = 333 \text{ м/с}$, $x_{00} = 5 \text{ м}$, $t_{00} = x_{00} / u_{00} = 0,015 \text{ с}$.

Разностные шаги по трем пространственным переменным $\Delta x = \Delta y = 0,005$, $\Delta z = 0,05$, а шаг по времени $\Delta t = 0,001$. Численное построение решений полной системы уравнений Навье — Стокса с поставленными начальными и краевыми условиями позволяет по явной разностной схеме найти значения искомых функций во всех узлах расчетной области на произвольном расчетном шаге по времени.

На рисунках 1–12 представлены результаты расчета термодинамических характеристик возникающего при нагреве нижней грани расчетной области потока воздуха для среднего значения высоты 2,5 м в конкретные фиксированные моменты времени: 0,5; 1; 2; 3 минуты. Эти моменты времени соответствуют выполнению 2 000 000, 4 000 000, 8 000 000 и 12 000 000 расчетных шагов. По осям Ox и Oy отложены номера узлов расчетной сетки.

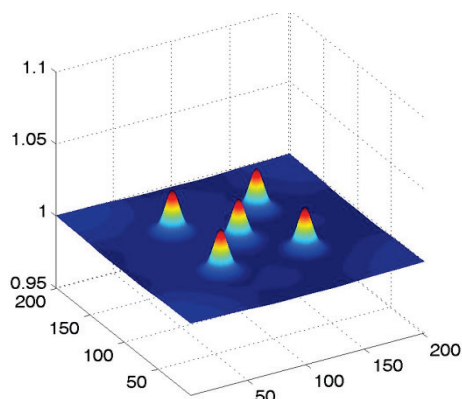


Рис. 1. Температура при $t_1 = 0,5 \text{ мин}$

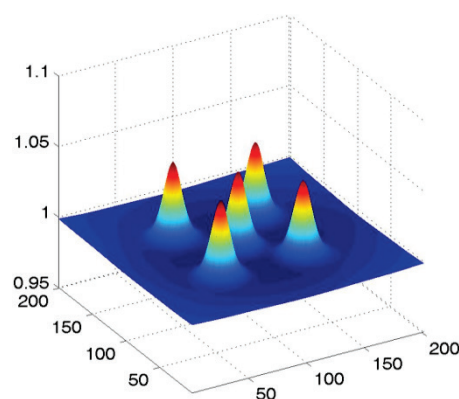


Рис. 2. Температура при $t_2 = 1 \text{ мин}$

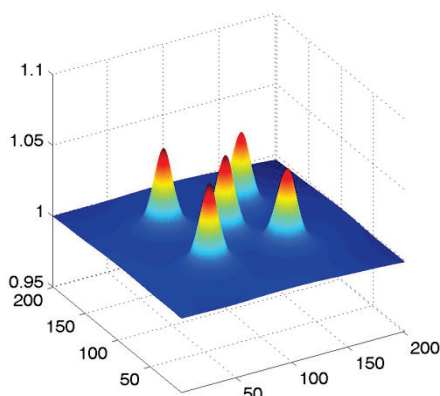


Рис. 3. Температура при $t_3 = 2 \text{ мин}$

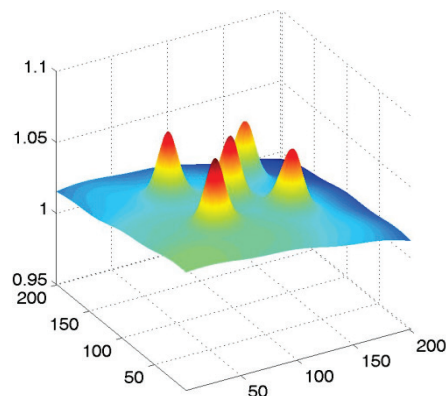


Рис. 4. Температура при $t_4 = 3 \text{ мин}$

На рисунках 1–4 представлены рассчитанные распределения температуры в указанные моменты времени. Видно, что в начале нагрева температура имеет повышенные значения в области источников нагрева. С течением времени области с повышенными значениями температуры распределяются по горизонтальной поверхности. Наблюдаются также общие колебания значений температуры, которые постепенно затухают.

На рисунках 5–8 приведены графики рассчитанных плотностей газа в соответствующих моментах времени.

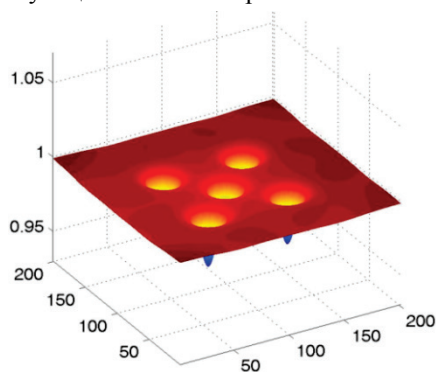


Рис. 5. Плотность при $t_1 = 0,5$ мин

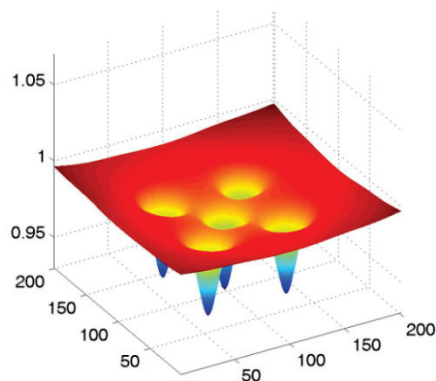


Рис. 6. Плотность при $t_2 = 1$ мин

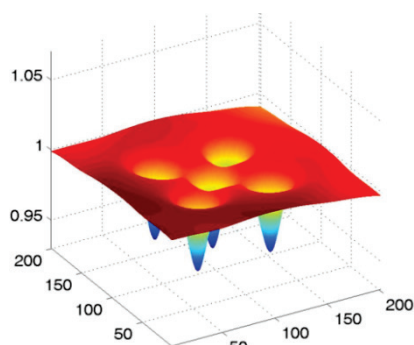


Рис. 7. Плотность при $t_3 = 2$ мин

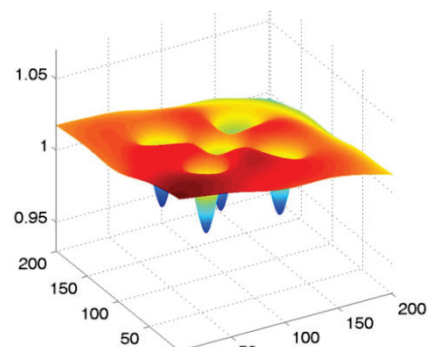


Рис. 8. Плотность при $t_4 = 3$ мин

В начальные моменты времени плотность газа имеет пониженные значения в виде воронок, расположение которых локализовано в областях нагрева. Результаты расчетов свидетельствуют о том, что значения плотности, так же как и температуры, в начальные моменты времени претерпевают колебательные изменения относительно фиксированного среднего значения (см. рис. 5–8).

На рисунках 9–12 приведены результаты расчетов давления для указанных выше моментов времени.

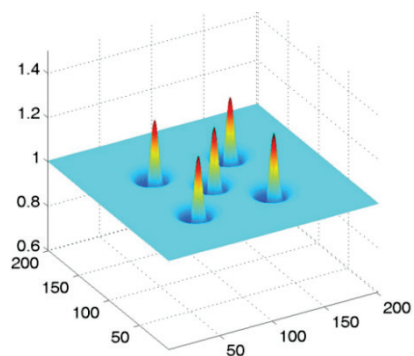


Рис. 9. Давление при $t_1 = 0,5$ мин

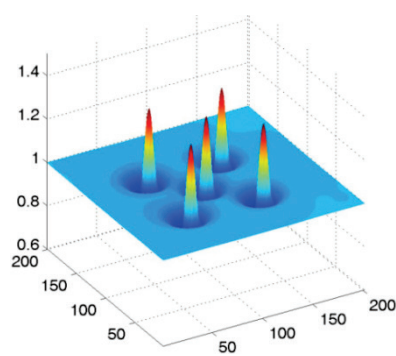


Рис. 10. Давление при $t_2 = 1$ мин

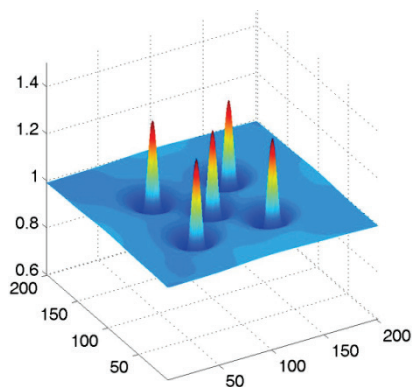


Рис. 11. Давление при $t_1 = 0,5$ мин

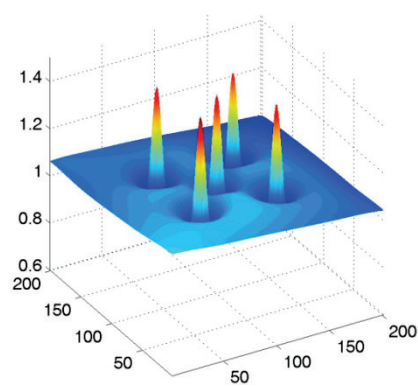


Рис. 12. Давление при $t_2 = 1$ мин

Проведенные расчеты выявили наличие локальных максимумов давления, расположенных в местах источников нагрева. С течением времени вокруг каждой из областей повышенного давления образуются кольцеобразные, постепенно расширяющиеся области с пониженными значениями давления. Кроме того, в начальной стадии нагрева периферические значения давления соответствуют первоначальным значениям стационарного распределения. В процессе нагрева периферическое давление начинает повышаться. Так же как температура и плотность, значения давления совершают периодические колебания относительно среднего значения в начальной стадии процесса нагрева. Такие периодические изменения температуры, плотности и давления являются следствием происходящих при нагреве переходных процессов. С течением времени эти колебания постепенно затухают.

Таким образом, проведенные расчеты термодинамических характеристик потоков воздуха при нагреве подстилающей поверхности несколькими локальными источниками показали, что выбранная математическая модель — полная система уравнений Навье — Стокса — при соответствующем выборе начальных и краевых условий позволяет провести численные эксперименты по описанию возникающих сложных нестационарных трехмерных течений. Выявленные в процессе расчетов изменяющиеся локальные перепады давления должны приводить к соответствующим течениям газа, как в горизонтальных, так и в вертикальных плоскостях.

Список литературы

1. Баутин С. П. Торнадо и сила Кориолиса. — Новосибирск: Наука, 2008. — 96 с.
2. Варакин А. Ю., Ромаш М. Э., Копейцев В. Н. Торнадо. — М.: Физматлит, 2011. — 312 с.
3. Обухов А. Г., Баранникова Д. Д. Особенности течения газа в начальной стадии формирования теплового восходящего закрученного потока // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. — 2014. — № 6. — С. 65–70.
4. Наливкин Д. В. Смерчи. — М.: Наука, 1984. — 112 с.
5. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г. Закрутка огненного вихря при учете сил тяжести и Кориолиса // Теплофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, № 6. — С. 961–964.
6. О возможной генерации огненных вихрей без использования принудительной закрутки / Варакин А. Ю. [и др.] // Доклады Академии наук. — 2014. — Т. 456, № 2. — С. 159–161.
7. Баутин С. П. Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. — Новосибирск: Наука, 2009. — 368 с.
8. Баутин С. П., Обухов А. Г. Одно точное стационарное решение системы уравнений газовой динамики // Известия вузов. Нефть и газ. — 2013. — № 4. — С. 81–86.
9. Баутин С. П., Обухов А. Г. Об одном виде краевых условий при расчете трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа // Известия вузов. Нефть и газ. — 2013. — № 5. — С. 55–63.

Сведения об авторах

Баранникова Дарья Дмитриевна, старший преподаватель кафедры алгебры и математической логики, Тюменский государственный университет, г. Тюмень, тел. 89220700408, e-mail: lusy_and_jam@mail.ru

Information about the authors

Barannikova D. D., senior lecturer of the chair «Algebra and mathematical; logics», Tyumen State University, phone: 89220700408, e-mail: lusy_and_jam@mail.ru

Обухов Александр Геннадьевич, д. ф.-м. н., профессор кафедры бизнес-информатики и математики», Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень тел. 89220014998, e-mail: aobukhov@tsogu.ru

Obukhov A. G., Doctor of Physics and Mathematics, professor at the Department of «Business-informatics and mathematics», Industrial University of Tyumen, phone: 89220014998, e-mail: aobukhov@tsogu.ru