

2. Токарев М. А., Чинаров А. С., Вагизов А. М. Реализация системного подхода при обработке низкопродуктивных коллекторов с целью повышения продуктивности // Севергеоэкотех — 2005: материалы VI Междунар. молодежной науч. конф. — Ухта: УГТУ, 2005.
3. Регулирование разработки заглинизированных коллекторов с помощью реагентной разглинизации / М. А. Токарев [и др.] // Нефтегазовое дело. — 2007. — № 1. — С. 63–71.
4. Пат. РФ № 2162146. Способ обработки заглинизированных пластов / Токарев М. А., Исламов Р. Г., Смирнов В. Б., Токарев Г. М., заявл. 01.06.99; опубл. 20.01.01, Бюл. № 2.
5. Токарева Т. В., Токарева Н. М. Статистическое моделирование результатов ввода в эксплуатацию боковых стволов скважин // Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. — 2011. — № 1 (83). — С. 32–41.
6. Токарева Т. В. Опыт и эффективность бурения, эксплуатации боковых стволов на завершающей стадии разработки нефтяных месторождений // Нефтегазовое дело. — 2011. — № 2. — С. 457–468.
7. Моделирование процесса нефтеизвлечения при регулировании разработки гидродинамическими методами с помощью бурения боковых стволов / Н. М. Токарева [и др.] // Научные исследования: информация, анализ, прогноз: моногр. / Под общей ред. О. И. Кирикова. — Книга 33. — Воронеж: ВГПУ, 2011. — С. 246–267.
8. Смирнов В. Б., Токарев М. А. Продуктивность и структурные особенности нефтегазоносных коллекторов терригенной толщи северо-запада Башкирии // Уфим. гос. нефт. техн. ун-т. — Уфа, 1994. — С. 14–18.
9. Токарев Г. М., Техника, технология и эффективность вторичного вскрытия продуктивных пластов с помощью гидромеханической шелевой перфорации // Научные исследования: информация, прогноз: моногр. / Под ред. О. И. Кирикова. — Книга 40. — М.: Наука информ; Воронеж: ВГПУ, 2013. — С. 248–277.
10. Токарев Г. М., Токарева Н. М., Токарев М. А. Совершенствование вскрытия продуктивных пластов в сложных технологических условиях // Нефтегазовое дело. — 2013. — № 1. — С. 232–239.
11. Патент на изобретение № 23002522. Способ обработки заглинизированных пластов / Токарев М. А., Чинаров А. С., Токарев Г. М., Чинарова О. А., Вытовтов В. Ю., Токарева Н. М.; опубл. 10.07.07, Бюл. № 19.
12. Патент на изобретение № 216146. Способ обработки заглинизированных пластов / Токарев М. А., Исламов Р. Г., Смирнов В. Б., Токарев Г. М.; опубл. 20.01.01, Бюл. № 2.

#### *Сведения об авторах*

**Токарева Надежда Михайловна**, к. т. н., доцент кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газо-нефтяных месторождений, Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, тел. 8(347)2431771, e-mail: tokareva\_n\_m@mail.ru

**Зейгман Юрий Вениаминович**, д. т. н., заведующий кафедрой разработки и эксплуатации нефтяных и газо-нефтяных месторождений, Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, тел. 8(347)2431771 e-mail: jvzeigman@mail.ru

**Токарев Михаил Андреевич**, д. г.-м. н., профессор кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газо-нефтяных месторождений, Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, тел. 8(347)2609871, e-mail: tma40@yandex.ru

#### *Information about the authors*

**Tokareva N. M.**, Candidate of Engineering, Associate Professor at the Department of the Development and Operation of Oil and Oil-Gas Fields, Ufa State Petroleum Technical University, phone: 8(347)2431771, e-mail: tokareva\_n\_m@mail.ru

**Zeigman Yu. V.**, Doctor of Engineering, Head of the Department of the Development and Operation of Oil and Oil-Gas Fields, Ufa State Petroleum Technical University, phone: 8(347)2431771, e-mail: jvzeigman@mail.ru

**Tozarev M. A.**, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor at the Department of the Development and Operation of Oil and Oil-Gas Fields, Ufa State Petroleum Technical University, phone: 8(347)2609871, e-mail: tma40@yandex.ru

УДК 622.276

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДУКТИВНОСТИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ С ТРЕЩИНОЙ КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ PRIDITION OF THE PRODUCTIVITY OF HYDRAULIC FRACTURED VERTICAL WELL WITH FINITE CONDUCTIVITY FRACTURE**

**С. А. Фаик**  
S. A. Faiq

*Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень*

*Ключевые слова: гидроразрыв пласта; продуктивность скважины  
Key words: hydraulic fracturing; well efficiency*

Массированный гидроразрыв пласта (ГРП) успешно реализован на Ярайнерском, Повховском, Приобском, Приразломном, Уренгойском месторождениях. При этом параметры трещин в несколько раз выше стандартных ГРП. На многих месторождениях реализованы ГРП с глубоко проникающими трещинами и закачкой проппанта более 200 тонн. Однако на практике достаточно часто встречаются случаи, когда прогнозная оценка повышения продуктивности скважины после массированного ГРП не соответствует фактическим значениям. Таким образом, совершенствование методов прогнозирования продуктивности в вертикальных

скважинах после массивированного ГРП продолжает оставаться актуальной проблемой для нефтегазовой отрасли.

Решение для безразмерного давления псевдо-стационарного состояния при работе скважины с трещиной ГРП в замкнутой системе (в прямоугольном пласте с непроницаемыми кровлей, подошвой и боковыми границами) может быть записано в виде [1]

$$p_D = 2\pi t_{DA} + 1/J_D, \quad (1)$$

$$1/J_D = 1/2 \ln \left( \frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_w^2} \right), \quad (2)$$

где  $p_D$  — безразмерное давление,  $t_{DA} = \frac{kt}{c_t \phi \mu A}$  — безразмерное время на основе площади;  $J_D$  — безразмерный коэффициент продуктивности;  $A$  — площадь дренирования, м<sup>2</sup>;  $\gamma$  — постоянная Эйлера,  $\gamma = 0,5772156649$ ;  $C_A$  — коэффициент формы,  $r_w$  — эффективный радиус ствола скважины, м.

Этот общий вид коэффициента продуктивности применим для скважин с ГРП или без ГРП.

Математическая формулировка задачи о работе нефтяной скважины с вертикальной трещиной конечной проводимости в замкнутом прямоугольном пласте основана на двухзонной модели удельного сопротивления, показанной на рисунке 1.

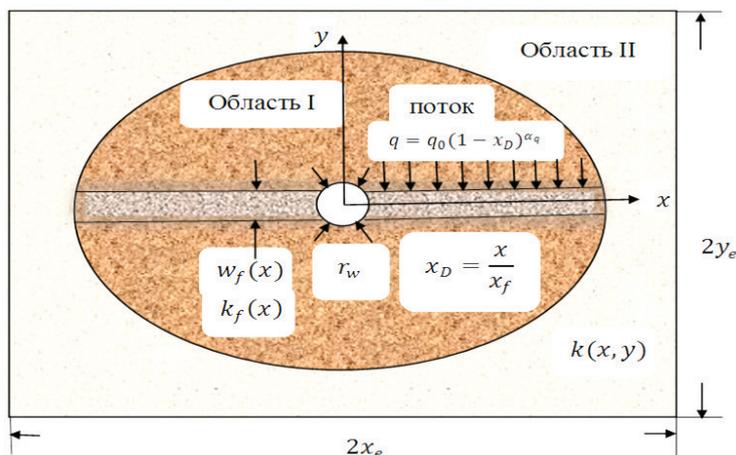


Рис. 1. Схема трещины конечной проводимости в прямоугольном пласте [2]

Модель псевдо-стационарного притока к трещине ГРП основана на законе Дарси

$$q = vA = A \left( -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{d\xi} \right), \quad (3)$$

где  $\xi$  — контрольная координата для случая распределенного потока

$$q(\xi) = q(0)\omega(\xi), \quad (4)$$

где  $q(0)$  — дебит скважины.

$$\omega(\xi) = \left( 1 - \xi/x_f \right)^{\alpha_q}, \quad (5)$$

если мы предполагаем, что

$$\rho(\xi) = -\frac{2\pi kh}{\mu q} \frac{dp}{d\xi}. \quad (6)$$

Удельное сопротивление от уравнений (3) и (4) выглядит следующим образом:

$$\rho(\xi) = \frac{\omega(\xi)}{\frac{A}{2\pi h} \frac{k(\xi)}{k}}. \quad (7)$$

В соответствии с законом Дарси и законом Ома мы предполагаем, что система «пласт — трещина» представляет собой электрическую цепь сопротивлений параллельно сопротивлению пласта и сопротивлению трещины. Источником напряжения являются границы пласта [2]

$$\rho_r(\xi) = 1/\left(\xi \frac{k(\xi)}{k}\right), \quad (8)$$

$$\rho_f(\xi) = \frac{\omega(\xi)}{2\pi \frac{w_f k_f(\xi)}{k}}, \quad (9)$$

где  $k_f(\xi)$  — проницаемость трещины;  $w_f(\xi)$  — ширина трещины как функция координаты в трещине  $\xi$ .

Суммарная система удельного сопротивления в регионе трещины  $r'_w \cdot r'_w/\lambda$  (или радиальная область трещины  $\xi \leq r'_w$ ) для пласта и трещины, действующих параллельно, равна

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\bar{\rho}_f} + \frac{1}{\rho_r}, \quad (10)$$

где  $\rho_r$  — пластовое удельное сопротивление и  $\bar{\rho}_f$  — среднее сопротивление интегрированы по стволу скважины в некоторой координате трещины  $\xi$ .

$$\frac{1}{J_D} = \int_{\xi_0}^{\xi} \rho(\xi) d\xi + c, \quad (11)$$

где  $\rho$  — эффективное сопротивление области.

Мы смогли рассчитать коэффициент продуктивности скважин с трещиной конечной проводимости с помощью коэффициента продуктивности для бесконечной трещины как функции безразмерной проводимости  $C_{fD}$ , безразмерной полудлины трещины  $I_x$  и соотношения сторон участка пласта  $\lambda$ , потому что на границах пласта поддерживается постоянное давление, для которого не имеет значения проводимость трещины, так как движущей силой является перепад давлений между границами и трещиной.

$$I_x = \frac{x_f}{x_e}, \lambda = \frac{x_e}{y_e}.$$

На рисунках 2–5 показан коэффициент продуктивности скважины с трещиной ГРП как функция безразмерной проводимости  $C_{fD}$ , безразмерной полудлины трещины  $I_x$  и соотношения сторон участка пласта  $\lambda$ .

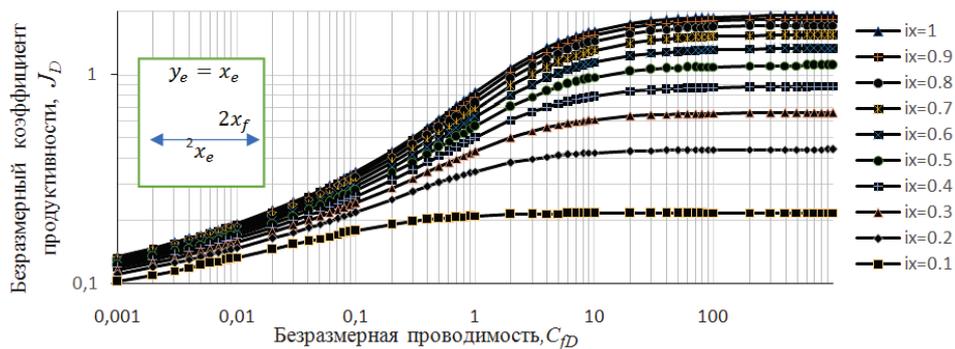


Рис. 2. Безразмерный коэффициент продуктивности  $J_D$  как функция безразмерной проводимости и соотношения сторон для квадратного участка при  $\lambda = 1$

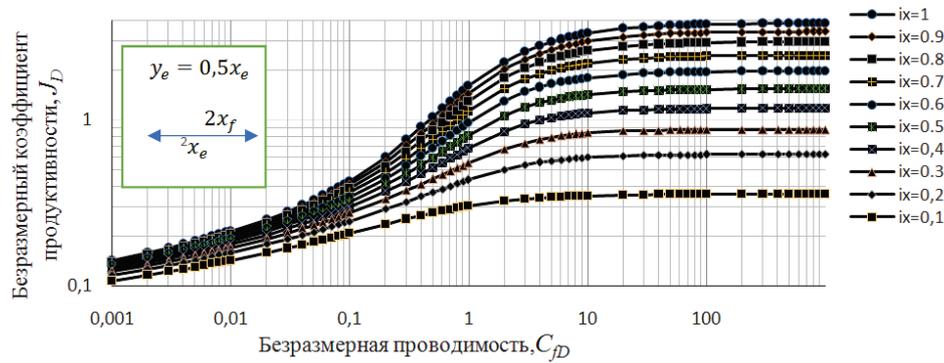


Рис. 3. Безразмерный коэффициент продуктивности  $J_D$  как функция безразмерной проводимости и соотношения сторон прямоугольного участка пласта при  $\lambda = 2$

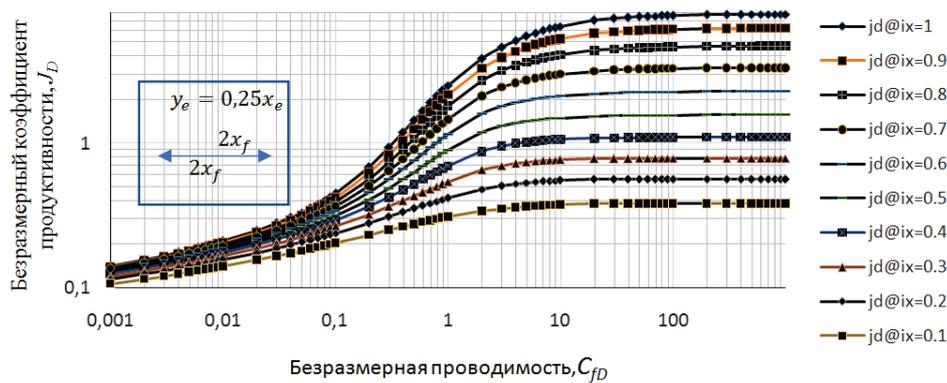


Рис. 4. Безразмерный коэффициент продуктивности  $J_D$  как функция безразмерной проводимости и соотношения сторон прямоугольного участка пласта при  $\lambda = 4$

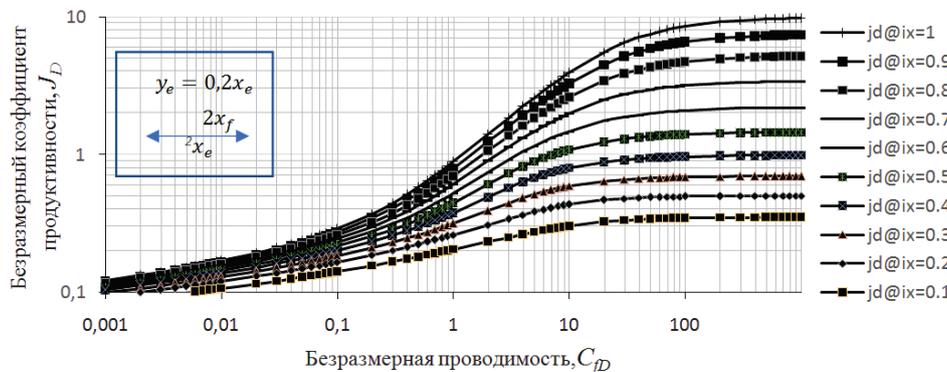


Рис. 5. Безразмерный коэффициент продуктивности  $J_D$  как функция безразмерной проводимости и соотношения сторон прямоугольного участка пласта при  $\lambda = 5$

В настоящее время представлено сравнение этой модели для трещины конечной проводимости в бесконечном однородном пласте с растворами псевдо-стационарного состояния [1, 3–9]. Управляющее безразмерное уравнение падения давления для бесконечной системы в терминах псевдо-скин функции  $f$  [3] имеет вид

$$p_D = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4}{e\gamma} t_{Dx_f} \right) + f(C_{FD}). \quad (12)$$

Псевдо-скин функции представлен в работе [10] для равномерного потока и бесконечной проводимости трещины  $f = 1$  и  $f = \ln 2$  в указанном порядке. Псевдо-скин функции  $f$  и обратный эффективный радиус ствола скважины  $x_f/r'_w$  можно вычислить следующим образом:

$$f = \ln(\pi/C_{fD} + 2), \quad (13)$$

$$x_f/r'_w = \pi/C_{fD} + 2. \quad (14)$$

В работе [11] осуществлен подбор кривой и данных с помощью этого уравнения для псевдо-скин функции

$$f = \frac{1.65 - 0.328 \ln C_{fD} + 0.11 (\ln C_{fD})^2}{1 + 0.18 \ln C_{fD} + 0.06 (\ln C_{fD})^2 + 0.005 (\ln C_{fD})^3}.$$

М. Экономидес [11] отметил, что это простое приближение кривых, их численных результатов справедливо только для  $0,1 < C_{fD} < 1\,000$ . М. Ф. Райли и др. [9] разработали точное аналитическое решение для эллиптических трещин с конечной проводимостью в бесконечном пласте. Формула Райли [9] для эквивалентного радиуса ствола скважины (псевдо-стационарное состояние) для эллиптических трещин как функции проводимости на основе бесконечной суммы равна

$$r'_w/x_f = \frac{1}{2} \exp\left(-\Omega\left(\frac{1+FE}{FE}\right)\right), \quad (15)$$

где

$$\Omega(x) = -\frac{1}{x} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x}{k(x+k)}.$$

Эллиптическая безразмерная проводимость  $FE$  определяется М. Ф. Райли [9] как

$$FE = \frac{k_f b_f}{k x_f},$$

где  $b_f = w_f(0)$  — максимальная ширина эллипсоидальной трещины в стволе скважины.

Хотя приведенное решение точное, оно неприменимо для замкнутых прямоугольных систем. Отличное приближение к точному эллиптическому решению [9] для конечной проводимости трещин в бесконечных пластах выглядит следующим образом:

$$x_f/r'_w \cong \frac{2e^\gamma}{FE} + 2, \quad (16)$$

$$f = \ln\left(\frac{2e^\gamma}{FE} + 2\right), \quad (17)$$

где максимальная погрешность для эффективного радиуса ствола скважины составляет менее 2,4 % (то есть ошибка 2,4 % при  $FE \cong 1,5$ ).

$$x_f/r'_w = \frac{\pi e^\gamma / 2}{C_{fD}} + 2 = \frac{\pi}{C_{fD}|_e} + 2. \quad (18)$$

Эквивалентная проводимость  $C_{fD}|_e$  в уравнении (18) для эллиптической трещины примерно на 12 % больше, чем средняя проводимость трещины (то есть,  $C_{fD}|_e / C_{fD} = 2/e^\gamma \cong 1,12$ ). Это неудивительно, поскольку скорость потока в трещине возрастает по мере приближения к стволу скважины.

Рисунок 6 показывает эффективный безразмерный радиус ствола скважины в функции проводимости трещины. Сравнение нашего аналитического решения (с учетом постоянного потока трещины, то есть  $\kappa(1) = 2$ ) с работами [1, 3–7, 9, 11] иллюстрирует прекрасное соглашение. На рисунке 6 также показано, что наше решение постоянной проводимости более тесно связано с результатами Баркера [7] и Экономидеса [11], а эллипсоидальная форма нашего решения лучше соответствует результатам Синко-Лей [3–6] и Райли [9].

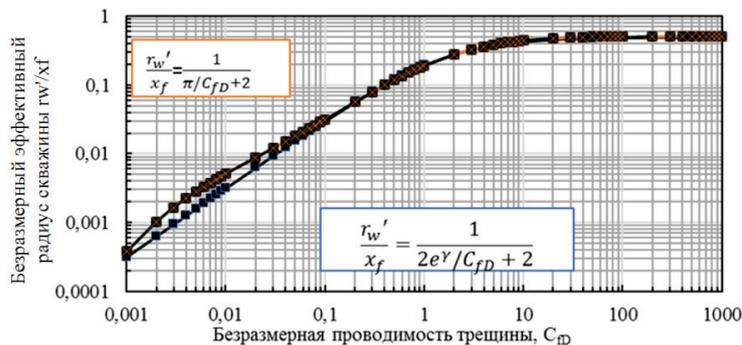


Рис. 6. Безразмерный эффективный радиус ствола скважины для конечной проводимости трещины

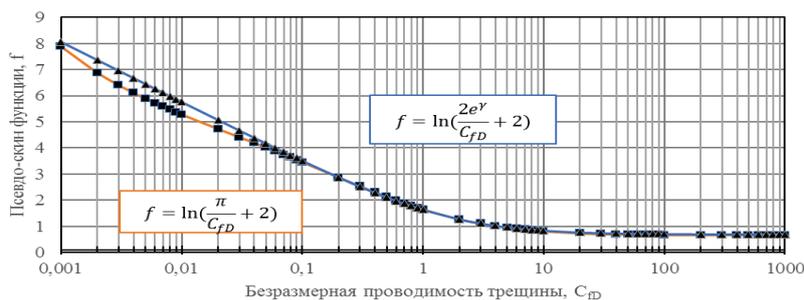


Рис. 7. Псевдо-скин функция от безразмерной проводимости

Рисунок 7 показывает безразмерный псевдо-скин для постоянной проводимости и эллипсоидальную формулировку в функции безразмерной проводимости трещины в сравнении с работами [1, 6, 7, 9, 11].

В работах [3–6, 12–14] показано, что эффективный радиус ствола скважины не зависит от длины трещины для низкой проводимости трещин (то есть, для  $C_{fD} < 0,1, r'_w/x_f \propto C_{fD}$ ). Анализ Синко-Лей основывается на работе Маскета и показывает, что эффективный радиус ствола скважины с низкой проводимостью трещины ГРП (эллипсоидальной формы) был задан формулой

$$r'_w = 0,2807 \frac{k_f b_f}{k}. \quad (19)$$

Азари [14] показал аналогичный результат, но с константой 0,18 вместо 0,2807 (то есть,  $r'_w = 0,18 k_f b_f/k$ ). Эти же результаты можно получить из уравнения для трещин с низкой проводимостью, как указано,

$$r'_w \cong \frac{1}{e^\gamma} \left( \frac{k_f b_f}{k} \right) \cong 0,2807 \frac{k_f b_f}{k} \quad (\text{для } FE \ll e^\gamma). \quad (20)$$

Соответствующее решение для постоянной низкой проводимости трещины

$$r'_w \cong \frac{1}{\pi} \left( \frac{k_f w_f}{k} \right) \cong 0,3183 \frac{k_f w_f}{k} \quad (\text{для } C_{fD} \ll \pi/2).$$

Вышеприведенные решения для эффективного радиуса ствола скважины являются академическими, так как для указанных выше уравнений также присуще, что радиус ствола скважины предполагается значительно меньшим, чем эффективный радиус ствола (то есть,  $r_w \ll w_f \left( \frac{k_f}{k} - 1 \right) / \pi$ ), общий эффективный радиус ствола скважины для равномерной проводимости трещины в бесконечном пласте имеет вид

$$r'_w/x_f = \left( \frac{\pi}{C_{fD}} \frac{r_w}{x_f} + 1 \right) / \left( \frac{\pi}{C_{fD}} + 2 \right). \quad (21)$$

Рисунок 8 показывает общий вид уравнения (21) для ряда отношений  $r_w/x_f$  в функции безразмерной проводимости. Как показано, эффективный радиус ствола скважины асимптотически приближается к радиусу ствола скважины, когда проводимость трещины приближается к нулю.

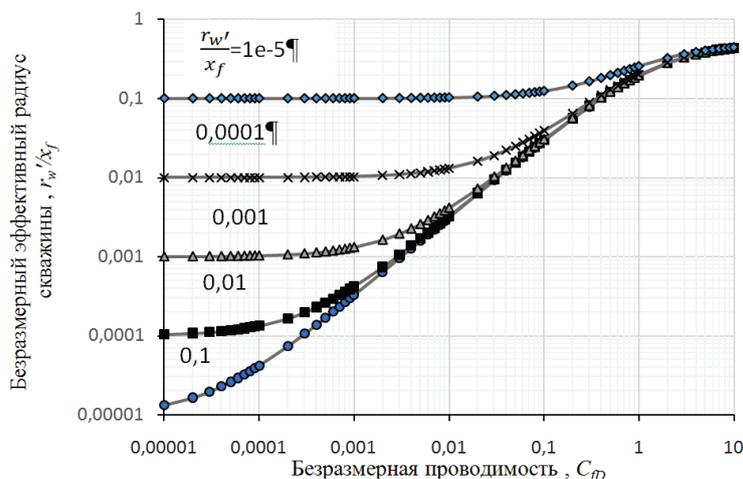


Рис. 8. Безразмерный эффективный радиус ствола скважины для различного радиуса скважины по отношению к полудлине трещины и безразмерной проводимости

#### Выводы

- Разработана модель для оценки продуктивности скважин с трещиной конечной проводимости в прямоугольном пласте.
- Определены эффективный радиус скважин и псевдо-скин функции после ГРП, с трещиной конечной проводимости.

#### Библиографический список

1. Ramey H. J., Cobb W. M. A General Pressure Buildup Theory for a Well in a Close Drainage Area // JPT. – 1971. – December. – P. 1493–1505.
2. Bird R. B., Stewart W. E., Lightfoot E. N. Transport Phenomena. – New York: John Wiley and Sons, 1960. – 780 p.
3. Cinco-Ley H., Samaniego-V F. Transient Pressure Analysis: Finite Conductivity Fracture Case versus Damaged Fracture Case // SPE 10179. – (October 1981).
4. Cinco-Ley H. Evaluation of Hydraulic Fracturing by Transient Pressure Analysis Methods // SPE 10043. – (March 1982).
5. Cinco-Ley H., Samaniego-V F., Dominguez A. N. Transient Pressure Behavior for a Well with a Finite-Conductivity Vertical Fracture // SPEJ. – (August 1978).
6. Behavior of Wells with Low-Conductivity Vertical Fractures / H. Cinco-Ley [and etc.] // SPE 16776. – (September 1987).
7. Barker B. J., Ramey H. J. Transient Flow to Finite Conductivity Vertical Fractures // SPE 7489. – (October 1978).
8. Valko P. P., Economides M. J. Heavy Crude Production from Shallow Formations: Long Horizontal Wells Versus Horizontal Fractures // SPE 50421. – (November 1998).
9. Riley M. F., Brigham W. E., Horne R. N. Analytical Solutions for Elliptical Finite-Conductivity Fractures // SPE 22656. – (October 1991).
10. Gringarten A. C., Ramey H. J., Raghavan R. Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well with a Single Infinite-Conductivity Fracture // SPEJ. – (August 1974). – P. 347–360.
11. Economides M., Olgney, R., Valko P. Unified Fracture Design, Texas: Orsa Press, 2002.
12. Raghavan R., Hadinoto N. Analysis of Pressure Data for Fractured Wells: The Constant-Pressure Outer Boundary // SPEJ. – (April 1978).
13. Raghavan R. Pressure Behavior of Wells Intercepting Fractures // Proceedings, Invitational Well-Testing Symposium. – (October 1977). – P. 117–160.
14. Azari M., Knight L. E., Soliman M. Y. Low-Conductivity and Short Fracture Half-Length Type Curves and Analysis for Hydraulically Fractured Wells Exhibiting Near Radial Flow Profile // SPE 23630.

#### Сведения об авторе

**Файк Саад Алаельдин**, аспирант кафедры моделирования и управления процессами нефтегазодобычи, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, Университет технологий, г. Багдад, Ирак, тел. 89199428514, e-mail: saadfaiq1979@hotmail.com

#### Information about the author

**Faiq C. A.**, Postgraduate at the Department of Modeling and Control of Oil and Gas Production Processes, Industrial University of Tyumen, University of Technology, Baghdad, Iraq, phone: 89199428514, e-mail: saad-faiq1979@hotmail.com