# Проектирование, сооружение и эксплуатация систем трубопроводного транспорта

УДК 519.63+533.6

ТРЕХМЕРНЫЕ МГНОВЕННЫЕ ЛИНИИ ТОКА ТЕЧЕНИЙ ГАЗА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ВЫХОДА НА СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ ЛАБОРАТОРНОГО ТОРНАДО

THREE-DIMENSIONAL INSTANTANEOUS STREAMLINES
OF GAS FLOWS FOR SIMULATION THE STEADY-STATE OUTPUT
OF AN ARTIFICIAL TORNADO

Р. Е. Волков, А. Г. Обухов

R. E. Volkov, A. G. Obukhov

Тюменский государственный университет, г. Тюмень Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

Ключевые слова: полная система уравнений Навье — Стокса; краевые условия; параллельные вычисления; скоростные характеристики; мгновенные линии тока Key words: a complete system of Navier — Stokes equations; boundary conditions; parallel computations; speed characteristics; instantaneous streamlines

Восходящие закрученные потоки воздуха могут быть получены с помощью вертикального продува через трубу соответствующего диаметра [1–5], что успешно подтверждено экспериментально [6, 7]. В работе [6] описано экспериментальное получение восходящего закрученного потока воздуха при продуве через трубу малого диаметра, а в работе [7] — через трубу диаметром 2 метра.

При численном моделировании возникающих при холодном вертикальном продуве сложных закрученных течений [8] в предложенной модели газа, как движущейся сжимаемой сплошной среды с диссипативными свойствами вязкости и теплопроводности, основные газодинамические характеристики совпадают с данными натурных экспериментов [9]. Сопоставление рассчитанных и измеренных численных значений геометрических размеров и кинетических энергий [10] позволило сделать следующий важный вывод. Энергия вращательного движения, полученная от энергии вращения Земли вокруг своей оси, превосходит половину кинетической энергии всего потока только для диаметра трубы продува не менее 5 м и скорости продува не менее 15 м/с. Основной вклад в общую кинетическую энергию восходящего закрученного потока — порядка 97 % — вносит кинетическая энергия вращательного движения.

Следовательно, для получения достаточно больших значений скоростей окружного движения воздуха и достижения выхода на стационарный самоподдерживающийся режим необходимо использовать трубу большего диаметра и большую скорость продува. Речь идет о проведении более масштабного натурного эксперимента.

В данной работе методика распараллеливания алгоритма численного решения полной системы уравнений Навье — Стокса используется для проведения численных экспериментов по исследованию изменений во времени характеристик восходящего закрученного потока воздуха. В частности, целью работы является численное построение мгновенных линий тока течений газа и исследование характера их изменений в формирующемся закрученном потоке воздуха при выходе его на стационарный режим.

Математическая модель. Для математического моделирования сложных течений воздуха, как сжимаемой сплошной среды, обладающей диссипативными свойствами вязкости и теплопроводности, используется полная система уравнений Навье — Стокса, которая в безразмерных переменных с учетом действия сил тяжести и Кориолиса в векторной форме имеет вид [10]

$$\begin{cases} \rho_{t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho + \rho div \mathbf{V} = 0, \\ \mathbf{V}_{t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} + \frac{T}{\gamma \rho} \nabla \rho + \frac{1}{\gamma} \nabla T = \mathbf{g} - 2\Omega \times \mathbf{V} + \frac{\mu_{0}}{\rho} \left[ \frac{1}{4} \nabla (div \mathbf{V}) + \frac{3}{4} \Delta \mathbf{V} \right] \\ T_{t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T + (\gamma - 1) T div \mathbf{V} = \frac{\kappa_{0}}{\rho} \Delta T + \frac{\mu_{0} \gamma (\gamma - 1)}{2 \rho} \left\{ \left[ (u_{x} - v_{y})^{2} + (u_{x} - w_{z})^{2} + (v_{y} - w_{z})^{2} \right] + \frac{3}{2} \left[ (u_{y} + v_{x})^{2} + (u_{z} + w_{x})^{2} + (v_{z} + w_{y})^{2} \right] \right\}, \end{cases}$$

$$(1)$$

где  $\mu_0=0{,}001$  и  $\kappa_0\approx 1{,}46\mu_0$  — значения безразмерных коэффициентов вязкости и теплопроводности.

В системе (1): t — время; x,y,z — декартовы координаты;  $\rho$  — плотность газа; V=(u,v,w) — вектор скорости газа с проекциями на соответствующие декартовы оси; T — температура газа; g=(0,0,-g) — вектор ускорения силы тяжести, а g=const>0;  $-2\Omega\times V=(av-bw,-au,bu)$  — вектор ускорения силы Кориолиса, где  $a=2\Omega sin\psi$ ,  $b=2\Omega cos\psi$ ,  $\Omega=|\Omega|$ ;  $\Omega$  — вектор угловой скорости вращения Земли;  $\psi$  — широта точки O — начала декартовой системы координат Oxyz, вращающейся вместе с Землей.

Начальные условия при описании течений вязкого сжимаемого теплопроводного газа при постоянных значениях коэффициентов вязкости и теплопроводности представляют собой функции, задающие точное решение [11] системы (1)

$$u = 0, v = 0, w = 0, T_0(z) = 1 - kz,$$

$$k = \frac{lx_{00}}{T_{00}}, l = 0.0065 \frac{K}{M}, x_{00} = 50 M, T_{00} = 288^{\circ} K$$
(2)

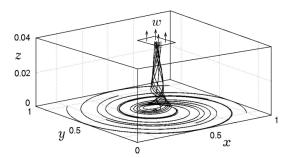
$$\rho_0(z) = (1 - kz)^{\nu - 1}, \quad \nu = \frac{\gamma g}{k} = const > 0.$$
 (3)

Расчетная область представляет собой прямоугольный параллелепипед с длинами сторон  $x^0 = 1$ ,  $y^0 = 1$  и  $z^0 = 0.04$  вдоль осей Ox, Oy и Oz соответственно (рис. 1). Для плотности на всех шести гранях параллелепипеда ставится условие непрерывности потока [12], которое предусматривает вычисление значений плотности на гранях расчетной области линейной интерполяцией значений плотности в ближайших внутренних узлах расчетной области. Нормальная компонента вектора скорости газа на боковых гранях соответствует условиям непрерывности. Две другие компоненты вектора скорости удовлетворяют условиям симметрии, то есть значения этих компонент вектора скорости на боковых гранях рассчитываются из условия равенства нулю производной по нормали к соответствующей грани в ближайших внутренних узлах расчетной сетки. На нижней и верхней гранях нормальная составляющая скорости соответствует условиям непротекания (она принимается равной нулю), а две другие компоненты вектора скорости — условиям симметрии. Для температуры на боковых гранях значения задаются из начального стационарного распределения, а на нижней и верхней гранях они соответствуют условиям симметрии. Продув газа через вертикальную трубу моделируется заданием вертикальной скорости течения газа в зависимости от времени t в виде

$$w(t) = M \cdot [1 - exp(-10t)] \tag{4}$$

через квадратное отверстие размером  $0.1 \times 0.1$  в центре верхней грани расчетной области, M — максимальная скорость продува.

Рис. 1. Расчетная область



Расчеты проводились при следующих входных параметрах: масштабные размерные значения плотности, скорости, расстояния и времени равны соответственно  $\rho_{00}$  = 1,29 кг/м³,  $u_{00}$  = 333 м/с,  $x_{00}$  = 50 м,  $t_{00}$  =  $x_{00}$  /  $x_{00}$  = 0,15 с.

Разностные шаги по трем пространственным переменным  $\Delta x = \Delta y = 0,005$  (размерное значение 0,25 м),  $\Delta z = 0,004$  (размерное значение 0,2 м), а шаг по времени  $\Delta t = 0,001$  (размерное значение 0,00015 с). Максимальная скорость продува в расчетах принималась равной M = 0,06 (размерное значение 20 м/с).

Результаты расчетов. С помощью явной разностной схемы и метода распараллеливания расчетного алгоритма были рассчитаны газодинамические характеристики течений воздуха в лабораторно созданном торнадо. В частности, определены все три компоненты вектора скорости в каждом узле расчетной области в произвольные моменты времени  $u_{i,j,k}$ ,  $v_{i,j,k}$ ,  $w_{i,j,k}$ . Это позволило численно построить мгновенные линии тока течений воздуха при моделировании постепенного выхода всего потока на стационарный режим. Мгновенные линии тока в некотором смысле отражают характер течений частиц воздуха в созданном закрученном потоке и позволяют более наглядно и детально проследить за динамикой и особенностями изменения таких течений.

На рисунках 2 и 3 приведены результаты численного построения мгновенных линий тока, выпущенных из точек, близких к нижней плоскости, для шести фиксированных моментов времени в центральной части расчетной области, лежащей в пределах от 0,4 до 0,6 (размерные значения от 20 до 30 м).

На рисунке 2 представлены мгновенные линии тока для трех моментов времени  $t_1 = 2.5$  мин,  $t_2 = 4$  мин,  $t_3 = 5$  мин. Эти моменты времени соответствуют формированию радиального течения воздушных масс (см. рис. 2 а), положительной закрутке потока (см. рис. 2 b) и началу разгона закрученного потока (см. рис. 2 с) при продуве воздуха через вертикальную трубу.

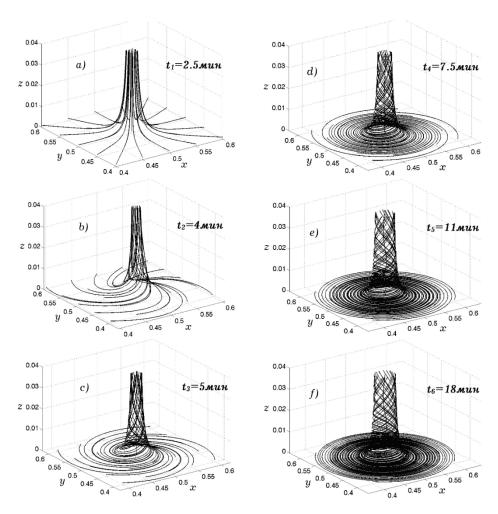
На рисунке 3 представлены мгновенные линии тока для трех последующих фиксированных моментов времени  $t_4 = 7.5$  мин,  $t_5 = 11$  мин,  $t_6 = 18$  мин. Эти моменты времени соответствуют возрастанию скорости вращения потока воздуха (см. рис. 3 d), постепенному выходу его на стационарный режим (см. рис. 3 e) и собственно стационарному режиму его функционирования (см. рис 3 f).

Следует отметить, что количество выпускаемых линий тока на всех представленных рисунках одно и то же. Тем не менее на рисунках отчетливо видно значительное возрастание плотности спиральных мгновенных линий тока с увеличением расчетного времени. Это однозначно говорит об увеличении скорости враща-

тельного движения закрученного потока воздуха. Кроме того, из рисунков видно, как все большее число линий тока закрученного потока попадает в вертикальную часть вихря. При этом также заметно постепенное уменьшение шага винтового движения в вертикальной части за счет увеличения скорости вращения по сравнению с постоянной вертикальной скоростью продува.

Нельзя не сказать еще об одном эффекте, который проявляется в расчетах. Хорошо заметно, что в начальной стадии формирования восходящего закрученного потока вертикальная часть мгновенных линий тока представляет собой конусообразную поверхность с отсутствием линий тока внутри, верхний срез которой имеет форму квадрата (как и у отверстия продува). С течением времени поверхность вертикальной части потока по всей высоте приобретает форму прямого кругового цилиндра. По-видимому, такое поведение мгновенных линий тока с течением времени связано с существенным ростом влияния центробежной силы при увеличении скорости вращательного движения газа.

Таким образом, приведенные на рисунках 2 и 3 рассчитанные мгновенные линии тока позволяют наглядно представить течение воздуха в возникающем восходящем закрученном потоке от момента его возникновения до выхода на стационарный режим.



 $Puc.\ 2.\ M$ гновенные линии тока для  $t_1,\,t_2,\,t_3$   $Puc.\ 3.\ M$ гновенные линии тока для  $t_4,\,t_5,\,t_6$ 

На рисунках 4 и 5 приведены результаты численного построения мгновенных линий тока для тех же фиксированных моментов времени, но выпущенных с пяти различных высот расчетной области. Размерные значения высот выпуска мгновенных линий тока следующие: z = 0.2 м; z = 0.6 м; z = 1 м; z = 1.4 м; z = 1.8 м.

На приведенных рисунках следует отметить несколько особенностей смоделированного течения воздуха в искусственно созданном восходящем закрученном потоке. Исходя из вида мгновенных линий тока в начале формирования течения, газ движется горизонтально во всем объеме расчетной области вдоль радиусов к центру. По мере приближения к вертикальной области под отверстием продува воздух начинает изменять траекторию своего движения, устремляясь вверх к отверстию продува (см. рис. 2 а). Радиальное течение воздуха под действием силы Кориолиса приобретает положительную закрутку (см. рис. 2 b), которая передается в вертикальную часть с возрастанием скорости вращения (см. рис. 2 с). Дальнейшее развитие закрученного потока характеризуется увеличением скорости вращательного движения всех воздушных масс, попавших в расчетную область, и формированием вертикальной цилиндрической области с быстро вращающейся граничной поверхностью (см. рис. 3). Внутри этой поверхности находится область относительно покоящегося воздуха с пониженными давлением и плотностью.

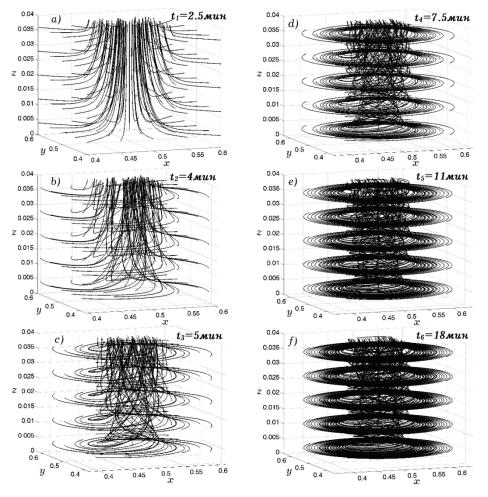


Рис. 4. Мгновенные линии тока, выпущенные с разной высоты для  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ 

 $Puc\ 5.\ M$ гновенные линии тока, выпущенные с разной высоты для  $t_4,\ t_5,\ t_6$ 

### Выводы

Методика распараллеливания алгоритма численного решения полной системы уравнений Навье — Стокса позволила в данной работе провести расчет трех компонент вектора скорости газа во всех узлах прямоугольной расчетной сетки при моделировании сложного течения воздуха в предполагаемом натурном эксперименте по созданию восходящего закрученного потока. В работе также численно построены мгновенные линии тока для различных фиксированных моментов времени, выпущенные с различных высот расчетной области. Анализ результатов расчетов еще раз показал справедливость схемы возникновения причин положительного направления закрутки и длительного существования восходящих закрученных потоков воздуха, инициированных холодным вертикальным продувом через трубу большого диаметра. Показано, что во вращательном движении участвует весь движущийся в расчетной области газ, а в создании вертикальной части восходящего закрученного потока участвуют только течения, близкие к центральной области вертикального продува. Результаты исследования имеют принципиальное значение для формулирования конкретных предложений проведения масштабного натурного эксперимента по созданию восходящего закрученного потока, инициированного вертикальным продувом газа.

Исследования поддержаны Министерством образования и науки РФ (проект № 1.4539.2017/8.9).

#### Библиографический список

- 1. Абдубакова Л. В., Обухов А. Г. Численный расчет скоростных характеристик трехмерного восходящего закрученного потока газа // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2014. – № 3. – С. 88–94.
- 2. Обухов А. Г., Абдубакова Л. В. Численный расчет термодинамических характеристик трехмерного восходящего закрученного потока газа // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2014. – № 7. – С. 157–165.

  3. Абдубакова Л. В., Обухов А. Г. Численный расчет термодинамических параметров закрученного потока газа,
- инициированного холодным вертикальным продувом // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2014. № 5. – Č. 57–62.
- 4. Абдубакова Л. В., Обухов А. Г. Расчет плотности, температуры и давления трехмерного восходящего закру-
- ченного потока газа при вертикальном продуве // Нефтегазовое дело. 2014. Т. 12, № 3. С. 116–122. 5. Обухов А. Г., Абдубакова Л. В. Численный расчет скоростных характеристик закрученного потока газа, инициированного холодным вертикальным продувом // Вестник Тюменского государственного университета. Физикоматематическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2015. – Т. 1, № 2 (2). – С. 124–130.
- 6. Баутин С. П., Баутин К. В., Макаров В. Н. Экспериментальное подтверждение возможности создания потока воздуха, закрученного силой Кориолиса // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2013. - № 2 (18). - C. 27-33.
- 7. Баутин С. П., Макаров В. В. Создание потока воздуха, закрученного силой Кориолиса при использовании трубы двухметрового диаметра Кориолиса // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2016. - № 4 (32). - C. 39-45.
- 8. Волков Р. Е., Обухов А. Г. Параллельные вычисления в исследованиях зависимости газодинамических параметров восходящего закрученного потока газа от скорости продува // Известия высших учебных заведений. Нефть и
- 9. Волков Р. Е., Обухов А. Г. Метод распараллеливания алгоритма численного решения полной системы уравнений Навье — Стокса // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2016. – № 2. – С. 92–98.
- 10. Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси / С. П. Баутин [и др.] Екатеринбург: УрГУПС, 2017. – 336 с.
- 11. Баутин С. П., Обухов А. Г. Одно точное стационарное решение системы уравнений газовой динамики // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2013. – № 4. – С. 81–86.
- 12. Баутин С. П., Обухов А. Г. Об одном виде краевых условий при расчете трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2013. – № 5. -C. 55-63.

## Сведения об авторах

Волков Роман Евстафьевич, аспирант кафедры алгебры и математической логики, Тюменский государственный университет, г. Тюмень, тел. 89129211245, еmail: email@romanvolkov.ru

Обухов Александр Геннадьевич, д. ф.-м. н., профессор кафедры бизнес-информатики и математики, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, тел. 89220014998, e-mail: aobukhov@tsogu.ru

## Information about the authors

Volkov R. E., Postgraduate at the Department of Algebra and Mathematical Logics, Tyumen State University, phone: 89129211245, e-mail: email@romanvolkov.ru

Obukhov A. G., Doctor of Physics and Mathematics. Professor at the Department of Business Informatics and Mathematics, Industrial University of Tyumen, phone: 89220014998, e-mail: aobukhov@tsogu.ru