

#### Библиографический список

1. Белов М. С. Термогазодинамическая диагностика трехвалвных приводных газотурбинных двигателей: дис. ... канд. техн. наук. – Тюмень, 2010. – 128 с.
2. Чекардовский С. М., Борисов А. Ю. Развитие методов анализа энергоэффективности основного оборудования газокompрессорных станций // Нефтегазовый терминал. Выпуск 7: сб. науч. ст. памяти профессора Н. А. Малюшина / Под. общ. ред. Ю. Д. Земенкова. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2015. – С. 24–26.
3. Чекардовский М. Н. Методология контроля и диагностики энергетического оборудования системы теплогазоснабжения. – СПб.: Недра, 2001. – 145 с.
4. Илюхин К. Н. и [др.] Контроль и диагностика оборудования в системе теплогазоснабжения / под общ. ред. проф. М. Н. Чекардовского. – СПб.: Недра, 2015. – 200 с.
5. Методика определения номинальных параметров газотурбинного привода ГТЭ-6,3/МС теплоэлектростанции собственных нужд Тямкинского месторождения [Электронный ресурс] / М. Н. Чекардовский и [др.] // Современные проблемы науки и образования. 2015. – № 2–3. – Режим доступа: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=23678>.

#### Сведения об авторе

**Михайленко Алексей Игоревич**, аспирант кафедры теплогазоснабжения и вентиляции, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, тел. 8(3452)256970, e-mail: [Mikhaylenko.AI@tmn.gazprom-neft.ru](mailto:Mikhaylenko.AI@tmn.gazprom-neft.ru)

#### Information about the author

**Mikhaylenko A. I.**, Postgraduate at the Department of Heat and Gas Supply and Ventilation, Industrial University of Tyumen, phone: 8(3452)256970, e-mail: [Mikhaylenko.AI@tmn.gazprom-neft.ru](mailto:Mikhaylenko.AI@tmn.gazprom-neft.ru)

УДК 697(075)

### ВТОРИЧНОЕ МОРОЗНОЕ ПУЧЕНИЕ ВОКРУГ ХОЛОДНЫХ ТРУБ (МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ) SECONDARY FROST HEAVING AROUND COLD PIPELINE (MATHEMATICAL MODEL)

**О. А. Степанов, Б. Г. Аксенов, В. В. Фомина**  
O. A. Stepanov, B. G. Aksenov, V. V. Fomina

Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

*Ключевые слова: низкотемпературный трубопровод; вторичное морозное пучение; краевая задача; процесс образования прослоев льда*

*Key words: low temperature pipeline; secondary frost heaving; boundary problem; process of ice layers formation*

#### Введение

Морозное пучение тонкодисперсных грунтов обуславливается миграцией влаги к фронту промерзания или внутри мерзлого слоя под действием градиента температуры. При этом формируется криогенная текстура грунта: слои мерзлого грунта перемежаются с прослоями (шпирами) практически чистого льда. При промерзании грунта влага в талой зоне мигрирует относительно быстро, и рост шпиров происходит за время, измеряемое сутками и неделями. В мерзлой зоне свободная влага замерзает на фронте фазового перехода, а связанная — в широком диапазоне минусовых температур. Коэффициент теплопроводности связанной воды мал, но в ситуации, когда поле температур имеет постоянный градиент в течение ряда лет, пучение все же происходит, и образуются прослои льда. Это происходит, например, вблизи холодной трубы газопровода. Следуя терминологии [1], мы называем такое пучение вторичным. В работах [2–4] одномерная аналогичная задача изучена для случая плоскопараллельной симметрии. В случае с трубопроводом, очевидно, следует применять цилиндрические координаты. В работе [5] описан метод перехода от плоских задач к радиальным. В данной статье на основании результатов [2–5] построена модель вторичного пучения.

Мы не ставили себе задачу построения модели для всех известных видов пучения. По данному вопросу существует обширная литература [6–15]. Мы решаем узкую задачу. Рассматривается сегрегационный механизм вторичного пучения вокруг трубы при следующих допущениях:

- температурное поле близко к стационарному;



Образование шлиров проявляется лишь в промерзших грунтах, имеющих значительную начальную влажность, поэтому пусть

$$W_c \geq W_n, \quad W_c \geq W_{нз}. \quad (4)$$

Отсюда непосредственно следует

$$\rho_{ск} = \frac{\gamma_в}{W_c + b}. \quad (5)$$

Кроме того, при

$$T \leq 0 \quad W_c = W + L = W_{нз}(T) + L. \quad (6)$$

Пусть при  $t = 0$  весь грунт имеет постоянные температуру  $T = T_2$  и влажность  $W_c = W_0$ , а толщина его  $l = l(0)$ .

Явления переноса энергии и массы описываются следующими уравнениями:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \text{div}(Hv) = -\text{div}(Q_T); \quad (7)$$

$$\frac{\partial(m)}{\partial t} + \text{div}(mv) = -\text{div}(q_в), \quad (8)$$

где  $H = \int_0^T C_{э,тм} dT$  — энтальпия среды,

$$C_{э,тм} = \begin{cases} C, & T > 0 \\ C + \kappa(dW/dT), & T \leq 0 \end{cases}$$

$C$  — объемная теплоемкость;  $Q_T$  — плотность теплового потока;  $q_в$  — плотность потока влаги;  $\kappa$  — скрытая теплота замерзания воды;  $m$  — суммарная масса влаги ( $m_в + m_n$ ), содержащаяся в единице объема рассматриваемого образца. С учетом равенств (1) и (3), имеем  $m = W_c \rho_{ск}$ . По работе [4] плотности теплового потока и потока влаги определяются из следующих выражений

$$q_в = -k_0 K(\rho_{ск}, T) \text{grad} W, \\ Q_T = -\lambda \text{grad} T,$$

где  $k_0$  — константа;  $K(\rho_{ск}, T)$  — коэффициент влагопроводности;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности.

Теперь систему уравнений (7)–(8) можно переписать следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t}(W_c \rho_{ск}) + \text{div}(W_c \rho_{ск} v) = k_0 \text{div}(K(\rho_{ск}, T) \text{grad} W), \quad (9)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \text{div}(Hv) = \text{div}(\lambda \text{grad} T). \quad (10)$$

Определим для этих уравнений начальные условия на границах образца

$$T(r, 0) = T_2; \\ T(r_1, t) = T_1; r_1 < r < l(t); t > 0 \\ T(l, t) = T_2; \\ W(r, 0) = W(r_2, t) = W_0; \quad (11)$$

для  $W_c < W_c^*$  при  $r = r_1$   $\frac{\partial W}{\partial r} = 0$ ; для  $W_c \geq W_c^*$  при  $r = r_1$   $W(r_1, t) = W_{нз}(T_1)$ .

Обратим внимание на граничные условия при  $r = r_1$ . Когда суммарная влажность достигает уровня  $W_c^*$ , дальнейшее ее возрастание невозможно вследствие разрыва пленок, которые окружают зерна скелета. Именно по этим пленкам движется незамерзшая вода.

Скорость движения частиц грунта определяем по формуле (12), полученной в работе в [4].

$$v = -\frac{q_6}{\gamma_6}. \quad (12)$$

Система (9)–(11) описывает процесс влагопереноса в грунте в начальный период времени, пока скорость движения фронта  $r = \xi$  существенна и температурное поле нестационарно. Как было показано в экспериментах Э. Д. Ершова [6] и в работе [1], ошибка в определении момента времени перехода на стационарный (вернее квазистационарный) режим  $t = t_c$  мало влияет на общие результаты расчета.

Считаем, что при  $t > t_c$  температура является известной функцией  $T = T(r, t)$  и не зависит от  $\rho_{ск}$ . Вследствие деформации образца меняется квазистационарным образом температурное поле. Поэтому такое предположение необходимо сделать.

С учетом квазистационарности преобразуем систему (9)–(11). Прежде всего, так как кинетические эффекты в квазистационарном режиме пренебрежительно малы, уравнение (10) будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) &= 0; r \in (r_1, l(t)); \\ T(r_1, t) &= T_1; T(l, t) = T_2. \end{aligned} \quad (13)$$

При любом  $t > 0$  значение  $T(r, t)$  является решением задачи (13). Значение  $l(t)$  определяется при решении задачи массопереноса (9).

Учитывая цилиндрическую форму рассматриваемого образца и то, что температуры внутри и снаружи его неизменны, распределение температур будет зависеть лишь от радиальной координаты. Поэтому вполне естественно рассматривать уравнения (9), (13) для одномерной стационарной задачи в цилиндрической системе координат.

Предположим, что значение  $T = T(r, t)$  известно и, следовательно,  $K = K(\rho_{ск}, T) = K(\rho_{ск}, r, t)$ . Тогда в мерзлой зоне

$$\frac{\partial W}{\partial r} = \frac{dW_{нз}}{dT} \frac{\partial T}{\partial r} = \varphi(r, t). \quad (14)$$

Так как  $W_{нз}$  определяется экспериментально, то  $\varphi(r, t)$  считаем известной функцией. Поэтому снижается порядок уравнения (9). Вместо параболического уравнения получаем уравнение первого порядка гиперболического типа.

Из (5) следует, что  $\rho_{ск}$  и  $W_c$  связаны взаимно-однозначным соответствием. При установленном из (13) поле температур величина  $W_{нз}$  определена в каждой точке и из условий (5) и (6) следует взаимно-однозначное соответствие между  $L$  и  $\rho_{ск}$ . Тогда можно построить уравнение относительно одной неизвестной переменной  $\rho_{ск}$ , которое будет справедливо только в мерзлой зоне.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{ск}}{\partial t} + F_1(\rho_{ск}, r, t) \frac{\partial \rho_{ск}}{\partial r} &= -F_2(\rho_{ск}, r, t); \\ r_1 < r < \xi, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$F_1 = \frac{k_0}{\gamma_6} \left( K \cdot \varphi + \rho_{ск} \cdot \varphi \cdot \frac{\partial K}{\partial \rho_{ск}} \right); \quad F_2 = \frac{k_0}{\gamma_6} \cdot K \cdot \rho_{ск} \cdot \left( \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\varphi}{r} \right);$$

начальные условия

$$W_c(r,0) = W_0; \rho_{ck}(r,0) = \rho_n = \frac{\gamma_g}{W_0 + b}, \quad (16)$$

где  $\xi$  — граница фазового перехода (см. рис. 1). При расчете процесса образования шпиров талую зону не учитываем, а на ее границе задаем условия

$$W_c(\xi,t) = W_0; \rho_{ck}(\xi,t) = \frac{\gamma_g}{W_0 + b}. \quad (17)$$

Еще одно уточнение. Расчеты и эксперименты [6] показывают, что в образце могут возникнуть области, где  $\rho_{ck} = 0$ , то есть прослой чистого льда. Один из таких прослоев в режиме одностороннего промерзания образуется на внутренней поверхности образца ( $r = r_1$ ). Поэтому граничное условие здесь задаем на  $r = r_1^*$  (см. рис. 1)

$$\rho_{ck}(r_1^*,t) = \frac{\gamma_g}{W_{нз}(T(r_1^*,t)) + b}. \quad (18)$$

Величина  $r_1^*$  находится по ходу решения.

Задача (15)–(17) решается методом характеристик. Вместо (15) имеем систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = F_1(\rho_{ck}, r, t) \\ \frac{d\rho_{ck}}{dt} = -F_2(\rho_{ck}, r, t) \\ \rho_{ck}(r,0) = \rho_n; \quad r(0) = r_0, \end{cases} \quad (19)$$

где  $r_0$  — начальная координата характеристик.

Там, где характеристики пересекаются, слои грунта накладываются друг на друга. Резко увеличиваются плотность и коэффициент теплопроводности  $K$ , образуется шпир. У реальных грунтов плотность не может быть выше  $\rho_{ck0}$ .

#### Численное исследование

Уравнение (13) для стационарной одномерной задачи в цилиндрических координатах имеет следующий вид:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0; r \in (r_1, l(t));$$

$$T(r_1,t) = T_1; \quad T(l,t) = T_2.$$

Его решение имеет вид

$$T(r,t) = T_1 - (T_1 - T_2) \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{l(t)}{r_1}}.$$

Зависимость количества незамерзшей воды от температуры имеет вид [3]

$$W_{нз}(T) = \begin{cases} W_0, & T \geq 0 \\ W_0 e^{-\beta^2 T^2 / 2}, & T < 0 \end{cases}, \quad (20)$$

где  $\beta$  — коэффициент, определяющий форму кривой  $W_{нз}$ .

Согласно теоретическим и экспериментальным исследованиям [1–6], прослой чистого льда образуются при отрицательной, близкой к стационарной температуре, поэтому и мы производим все расчеты только в мерзлой зоне. Формулы для функций  $\varphi$  и  $\frac{\partial \varphi}{\partial r}$  получаются дифференцированием  $W_{\text{нз}}$ , согласно выражению (20).

Коэффициент влагопроводности однородного грунта, найденный экспериментально [6], является функцией от плотности грунта и  $K(\rho_{\text{ск}}) = (\rho_{\text{ск}})^{2/3}$ .

После преобразований  $F_1$  и  $F_2$  система (19) имеет вид

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = \frac{5k_0 \varphi \rho_{\text{ск}}^{2/3}}{3\gamma_{\text{в}}} \\ \frac{d\rho_{\text{ск}}}{dt} = -\frac{k_0}{\gamma_{\text{в}}} \cdot \rho_{\text{ск}}^{5/3} \cdot \left( \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\varphi}{r} \right) \end{cases}$$

$t_c$  считаем начальным моментом времени, тогда нулевые характеристики равны

$$r_0 = r(t_c); \quad \rho_{\text{ск}}(r, 0) = \frac{\gamma_{\text{в}}}{W_c(r, t_c) + b}.$$

Решение получено численно на компьютере по методу Эйлера. Исходные данные для расчета

$$T_1 = -5^\circ\text{C}; T_2 = 2^\circ\text{C}; r_1 = 0,1\text{м}; r_2 = 0,25\text{м}; k_0 = 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$W_0 = 0,42; \rho_{\text{ск}0} = 1,25 \cdot 10^3 \text{ ру} / \text{в}^3; \rho_* = 0,5\text{кг} / \text{м}^3; \beta = 1\text{К}^{-1}.$$

Кроме того, было принято условие, что при  $\rho_{\text{ск}}(W_c^*) = \rho_*$  влагообмен прекращается, то есть  $\rho_{\text{ск}} < \rho_*$ .

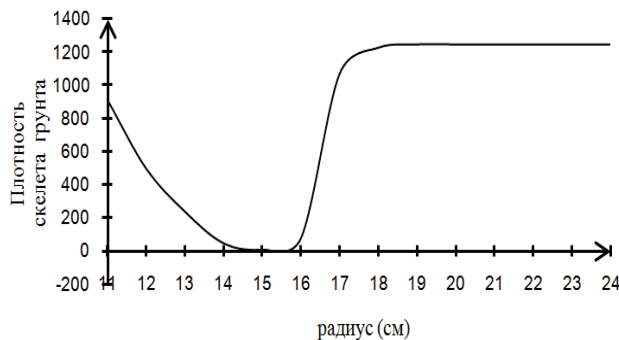


Рис. 2. Зависимость плотности скелета грунта от радиуса при  $t = 580$  ч

На рисунке 2 представлен график распределения плотности скелета грунта  $\rho_{\text{ск}}$  при  $t = 580$  ч. Здесь хорошо видна зона образования шлира.

Если холодный трубопровод длительно эксплуатируется при неменяющейся температуре  $T_{\text{нов}} \leq -2^\circ\text{C}$ , то на его поверхности формируется ледяное кольцо. Второй прослой льда образуется там, где кривая незамерзшей воды имеет точку пере-

гиба. Расстояние между прослоями намного больше, чем в плоском образце [3]. Это объясняется качественным различием теплообмена в плоскопараллельной и цилиндрической областях. При  $T_{пов.} > -2^{\circ}C$  образуется только один шпир на поверхности трубы.

#### **Выводы**

- Шпиры формируются в мерзлой зоне, а не на границе фазового перехода.
- Криогенная текстура продолжает формироваться по всей мерзлой зоне длительное время после ее промерзания.
- Шпиры образуются при квазистационарных температурных условиях.

#### **Рекомендации по защите трубопровода от пучения**

Проводятся расчеты по вышеизложенной методике, и выбирается один из двух вариантов защиты:

1) траншея, в которую укладывается труба, делается шире второго ледяного кольца и засыпается непучинистым грунтом;

2) труба дополнительно теплоизолируется для предотвращения появления второго кольца, тогда объем вынимаемого грунта значительно ниже.

Выбор варианта должен быть технико-экономически обоснован.

#### **Библиографический список**

1. Perfect E. Williams P. J. Thermally induced water migration in frozen soils // Water Resources Research. – 1985. – Vol. 21, Issue 3. – P. 281–296.
2. Даниэлян Ю. С., Аксенов Б. Г. Теплогазоперенос и деформация в промерзающих рыхлых грунтах. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1991. – № 2. – С. 177–182.
3. Аксенов Б. Г. Сегрегационный механизм пучения грунтов. // Известия Российской академии наук. Энергетика. – 1997. – № 5. – С. 135–141.
4. Аксенов Б. Г., Фомина В. В., Липихин А. С. Расчет температурных полей в промерзающих и оттаивающих влажных грунтах [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 2. – Режим доступа: www.science-education.ru/108-9010.
5. Аксенов Б. Г., Фомина В. В., Игошин М. Е. Прогнозирование теплового режима вокруг подземного трубопровода [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 2. – Режим доступа: www.science-education.ru/116-12402.
6. Ершов Э. Д. Общая геокриология. – М.: Недра, 1990. – 559 с.
7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
8. Особенности строительства объектов в нефтегазодобывающих районах Западной Сибири / Ремизов В. В. [и др.]. – М.: Недра, 1996. – 382 с.
9. Аксенов Б. Г. Границы решений некоторых нелинейных немономонных задач для уравнений типа теплопроводности. – Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1993. – Т. 33, № 6. – С. 884–895.
10. On a general approach to extinction and blow-up for quasi-linear heat equations / J. J. L. Velasques [et al.] – Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1993. – Т. 23, № 2. – С. 246–259.
11. Богословский В. Н. Тепловой режим здания. – М.: Стройиздат, 1976. – 248 с.
12. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 488 с.
13. Аксенов Б. Г., Медведский Р. И. Приближенный метод приведения решений осесимметричных задач фильтрации к плоским // Известия АН СССР, Механика жидкости и газа. – 1988. – № 2. – С. 185–189.
14. Сигунов Ю. А., Самылова Ю. А. Динамика роста давления при замерзании замкнутого объема воды с растворенным газом // Прикладная механика и техническая физика. – 2006. – Т. 47, № 6. – С. 85–92.
15. Sychevskii V. A. Calculation of stresses and strains in a spherical volume filled with water caused by its freezing // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2007. – Vol. 80, Issue 4. – P. 820–827.

#### **Сведения об авторах**

**Степанов Олег Андреевич**, д. т. н., профессор, заведующий кафедрой промышленной теплоэнергетики, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, тел: 8912927 2100, e-mail: stepanovoa@tyuiu

**Аксенов Борис Гаврилович**, д. ф.-м. н., профессор, консультант кафедры промышленной теплоэнергетики, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, тел: 89224796978, e-mail: aksenovbg@tyuiu

**Фомина Валентина Викторовна**, к. т. н., доцент кафедры бизнес-информатики и математики, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, тел: 89189230680, e-mail: V\_V\_Fomina@mail.ru

#### **Information about the authors**

**Stepanov O. A.**, Doctor of Engineering, Professor, Head of the Department of Business Informatics and Mathematics, Industrial University of Tyumen, phone: 89129272100, e-mail: stepanovoa@tyuiu

**Aksenov B. G.**, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Consultant at the Department of Industrial Heat Engineering, Industrial University of Tyumen, phone: 89224796978, e-mail: aksenovbg@tyuiu

**Fomina V. V.**, Candidate of Engineering, Associate Professor at the Department of Business Informatics and Mathematics, Industrial University of Tyumen, phone: 89189230680, e-mail: V\_V\_Fomina@mail.ru