

УДК 532.546:949.8

**ВЛИЯНИЕ ВИДА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НА РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ
О ПРОТИВОТОЧНОЙ КАПИЛЛЯРНОЙ ПРОПИТКЕ**

**MATHEMATICAL MODEL FUNCTIONAL PARAMETERS INFLUENCE
ON THE SOLUTIONS OF COUNTER FLOW IMBIBITION PROBLEM**

И. Г. Телегин, О. Б. Бочаров

I. G. Telegin, O. B. Bocharov

Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

Новосибирский технологический центр АО «Бейкер Хьюз», г. Новосибирск

Ключевые слова: модель Маскета — Леверетта; вязкость нефти; водонасыщенность; капиллярное давление

Key words: Muskat — Leverett model; oil viscosity; water saturation; capillary pressure

Противоточная капиллярная пропитка играет значительную роль в процессах фильтрации несмешивающихся жидкостей. При заводнении нефтяных залежей именно с помощью противоточной капиллярной пропитки нефть вытесняется из малопроницаемых нефтенасыщенных застойных зон. Пропитка также оказывает значительное влияние на межпластовые перетоки в слоисто-неоднородных нефтяных пластах и разработку трещиновато-пористых залежей. Задачи пропитки изучались в работах В. М. Ентова, В. М. Рыжика, М. Л. Сургучева и других [1–3]. В работах [3–5] численно исследовались задачи неизотермической пропитки.

В данной работе рассматривается вопрос о влиянии функциональных параметров модели двухфазной фильтрации Маскета — Леверетта на структуру решения задачи о противоточной капиллярной пропитке в изотермическом случае.

Уравнения модели пропитки и постановка задачи. Одномерная модель капиллярной пропитки двух несмешивающихся жидкостей в однородной пористой среде без учета гравитации имеет вид [1, 2]

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (k_0 a_0(s) \frac{\partial p_c(s)}{\partial x}) \equiv - \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (1)$$

где t — время; $x \in [0, L]$ — пространственная переменная; динамическая насыщенность смачивающей фазы (далее «вода») — $s = (s_1 - S_1^0) / (1 - S_1^0 - S_2^0)$; s_1 — истинная насыщенность смачивающей фазы; $(S_1^0, S_2^0) = const$ — остаточные водо- и нефтенасыщенности; $m = m_0(1 - S_1^0 - S_2^0)$, m_0 — пористость коллектора; $k_0 = const$ — абсолютная проницаемость пласта; $p_c(s) = (m_0 / k_0)^{1/2} \sigma j(s)$ — капиллярное давление; σ — коэффициент поверхностного натяжения, $j(s)$ — функция Леверетта; $k_i(s)$ — относительные фазовые проницаемости (нижний индекс $i = 1$ означает воду, а $i = 2$ — нефть); $\mu = \mu_1 / \mu_2$, μ_i — вязкости; v — скорость фильтрации смачивающей фазы; $a_0(s) = -k_1(s)k_2(s) / (\mu_2(k_1(s) + \mu k_2(s)))$. Величины t , x , μ_i , k_0 , p_c взяты в системе СИ. Отметим характерные свойства функциональных параметров модели

$$k_1(0) = k_2(1) = 0, \quad j(1) = 0.$$

Противоточная капиллярная пропитка происходит в случае, когда левый конец ($x = 0$) пористого нефтенасыщенного тела контактирует со смачивающей фазой

($s=1$), при этом капиллярное давление вне нефтенасыщенного тела равно нулю, то есть выполняется условие $j(1)=0$, и значит при $x=0$ будем иметь

$$s|_{x=0}=1. \quad (2a)$$

Правый край нефтенасыщенного тела ($x=L$) непроницаем, и, соответственно скорость фильтрации вытесняющей фазы равна нулю.

$$v|_{x=L}=0. \quad (2б)$$

Для численных расчетов перейдем к безразмерным переменным: $\bar{x}=x/L$, $\bar{t}=\sigma\sqrt{(k_0m_0)/(\mu_2L^2m)}\cdot t$. Черта над \bar{x} и \bar{t} в дальнейшем опускается. Задача (1), (2) в новых переменных можно переписать в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a(s) \frac{\partial j}{\partial x} \right), \\ s|_{x=0}=1; a(s) \frac{\partial j}{\partial x}|_{x=1}=0, s(x,0)=0, x \in (0,1], \end{cases} \quad (3)$$

где $a(s)=-k_1(s)k_2(s)/(k_1(s)+\mu k_2(s))$.

Моделирование противоточной пропитки. Алгоритм численного расчета начально-краевых задач для задач противоточной пропитки описан в работах [5, 6]. Для контроля и анализа полученных решений на каждом временном шаге вычислялись две основные характеристики процесса вытеснения:

$\eta(t)=100\% \int_0^1 s(x,t)dx$ — обводненность пласта (интеграл вычисляется по формуле трапеций); $x_f(t)$ — предельная точка распространения водонасыщенности.

В расчетах μ взято равным 0,1, в качестве базовых функциональных параметров выбраны функции, апробированные на экспериментальных данных [5]

$$k_1=0,12s^{1,6}+0,35s^{3,6}, k_2=0,64((1-s)/(1+s))^{1,05},$$

$$j=0,48(1,00000001-s)^{0,14}(1+0,5e^{-100s})/(0,92+s)^{1,67}. \quad (4)$$

Вариации $k_i(s)$ задавались в виде полиномиальных функций

$$k_1(s)=s^\alpha; k_2(s)=(1-s)^\beta, \quad (5)$$

при этом изменялись степени $\alpha \in [1;5]$ и $\beta \in [1;5]$, следуя работе [7].

Вариант А. Использование разных представлений функции $k_1(s)$. Первая серия расчетов была проведена при использовании $k_2(s)$ и $j(s)$ из набора (4), а $k_1(s)$ рассчитывался по формуле (5) с разными α . Расчеты показали, что уменьшение α ведет к размазыванию фронта водонасыщенности и ускоренному продвижению $x_f(t)$ (таблица). Увеличение α приводит к формированию хорошо выраженного фронта водонасыщенности, то есть решение приобретает сходство с решениями задачи вытеснения по модели Маскета — Леверетта [8]. На рисунке 1 приведены обводненности пласта при разных α , видно, что уменьшение α приводит в начальные моменты времени к более интенсивному замещению нефти водой, однако с течением времени разница между вариантами уменьшается (решение при $\alpha=3$ не приведено в связи с тем, что это решение графически слабо отличается от базового решения).

Время прихода воды $x_f(t)$ к правому краю области

Расчет	Вариант А, $\alpha = N$	Вариант Б, $\beta = N$	Вариант В, $\gamma = N$
Базовый	2,35	2,35	2,35
$N = 1$	0,08	1,77	1,50
$N = 2$	1,24	2,24	1,19
$N = 3$	3,55	2,65	1,14
$N = 4$	6,94	3,06	1,15
$N = 5$	11,51	3,51	1,19

Вариант Б. Использование разных представлений функции $k_2(s)$. Вторая серия расчетов была проведена при использовании $k_1(s)$ и $j(s)$ из набора (4), а $k_2(s)$ рассчитывался по формуле (5) с разными β . Расчеты показали, что увеличение β ведет к замедлению продвижения $x_f(t)$. Однако этот параметр влияет на движение $x_f(t)$ слабее, чем α (см. табл.). На рисунке 2 представлены графики обводненности пласта при вариации β . Из рисунка следует, что на обводнение пласта величина β влияет сильнее, чем α . Увеличение β ведет к значительному снижению темпов обводнения. Отметим также, что $\beta = 1$ приводит к почти полному вытеснению нефти из пласта при больших временах t .

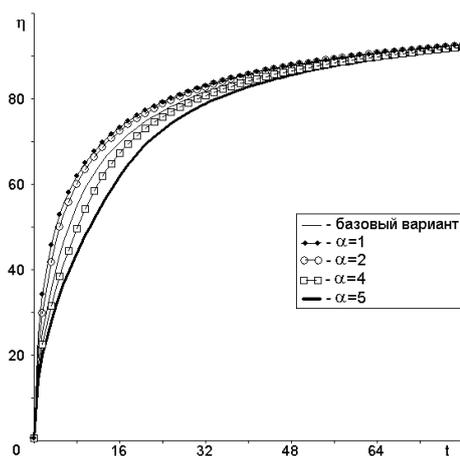


Рис. 1. Обводненности $\eta(t)$, для варианта А

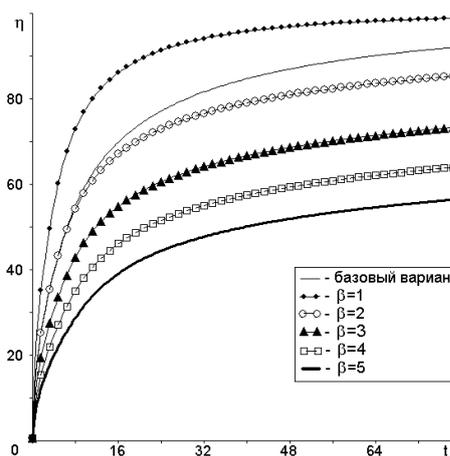


Рис. 2. Обводненности $\eta(t)$, для варианта Б

Вариант В. Использование разных представлений функции $j(s)$. Как правило, используют два типа функций Леверетта:

1) функции, подобные $k_2(s)$, эти функции обычно соответствуют режимам пропитки [7]

$$j(s) = C(1-s)^\gamma, C = const > 0, \gamma \geq 1. \quad (6)$$

2) функции Леверетта с точками перегиба, такие функции обычно соответствуют режимам дренажа [7]. Примерами таких функций являются $j(s)$ из набора (4) или функция Леверетта из работы [9]

$$j(s) = 0,2(1-s)/((1,2-s)^2(2-s)s + 0,02). \quad (7)$$

На рисунке 3 для сравнения приведены функции Леверетта в нормированном виде из набора (4) и по формулам (6), (7).

Рассмотрим особенности решения при использовании функции (6). Для этого были проведены расчеты с фиксированным $C = 1$ и различными γ . Результаты расчетов приведены на рисунке 4 и в таблице. Анализ расчетов показывает, что вариация γ слабо влияет на скорость движения фронта $x_f(t)$, но вот влияние на обводненность пласта (см. рис. 4) значительно и сходно с влиянием β в $k_2(s)$. Увеличение γ приводит к снижению темпа замещения нефти водой.

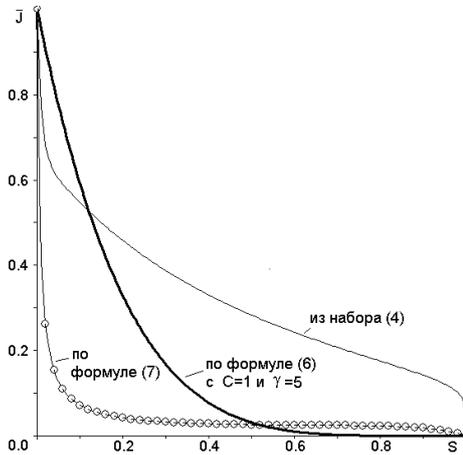


Рис. 3. Варианты функции Леверетта в безразмерном виде $\bar{j} = j(s) / \max(j(s))$

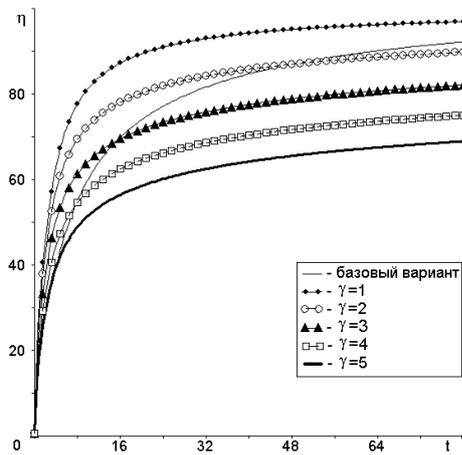


Рис. 4. Обводненности $\eta(t)$ для варианта В при разных γ

Применение функции Леверетта второго типа приводит к большому разнообразию решений задачи пропитки. На рисунке 5 на разные моменты времени толстыми линиями показаны решения, полученные для $j(s)$ заданной формулой (7), а тонкими линиями — контрольный расчет при параметрах (4). Из рисунка видно, что использование данного вида функции Леверетта привело к изменению решения $s(x,t)$, а именно, ускорилось продвижение фронта водонасыщенности, а в окрестности $x = 0$ сформировался как бы второй фронт вытеснения.

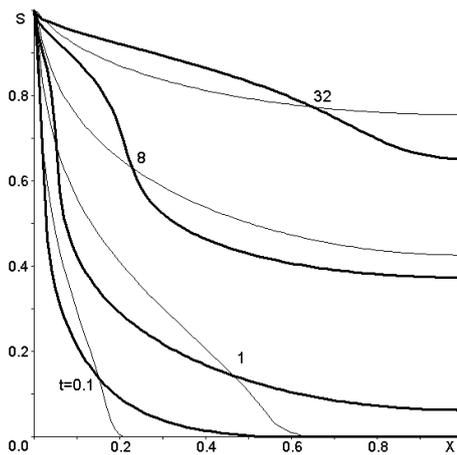


Рис. 5. Пропитка нефтяного пласта с $j(s)$, заданной в (7), а $k_1(s)$ из набора (4)

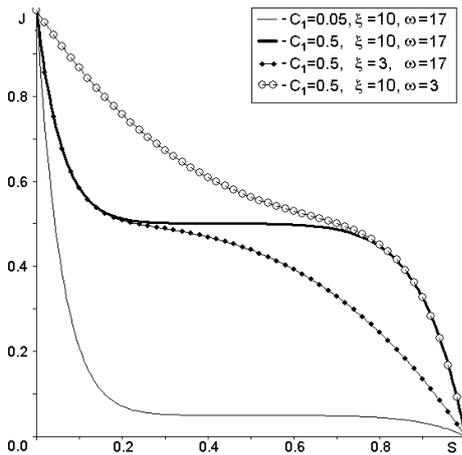


Рис. 6. Функция Леверетта, заданная формулой (8) с разными параметрами

Обобщением функций Леверетта второго типа является представление $j(s)$ в виде

$$j(s) = C_1 - C_1 s^\xi + (1 - C_1)(1 - s)^\omega, \quad \xi \geq 1, \omega \geq 1, C_1 \in (0, 1), \quad (8)$$

где C_1 — приближительное значение функции $j(s)$ в точке максимума $j'(s)$.

Функция (8) состоит из двух компонент:

1) $j_1(s) = C_1 s^\xi$ — является определяющей компонентой $j'(s)$ для анализа поведения решения в окрестности точки $s = 1$;

2) $j_2(s) = (1 - C_1)(1 - s)^\omega$ — является определяющей компонентой $j'(s)$ для анализа поведения решения в окрестности точки $s = 0$.

На рисунке 6 приведены примеры функции Леверетта при вариации C_1 , ξ и ω , очевидно, что использование $j(s)$ в виде (8) позволяет получать разнообразные функции Леверетта. На рисунке 7 представлены результаты расчетов, полученные при использовании функции $j(s)$ вида (8) с параметрами $C_1 = 0,5$, $\xi = 10$, $\omega = 17$, k_2 из набора (4) и $k_1 = s^\alpha$. Толстыми линиями обозначены решения при $\alpha = 5$, тонкими линиями с темными треугольниками — решения при $\alpha = 3$, а тонкими линиями с темными кружками — решения при $\alpha = 1$. Из рисунка видно, что применение такого типа функции Леверетта привело к формированию двух фронтов вытеснения. При $\alpha = 1$ первый фронт вытеснения почти не успевает сформироваться. При $\alpha = 3$ фронты вытеснения уже ярко выражены, а при $\alpha = 5$ фронты вытеснения сливаются в единый фронт. С продвижением второго фронта вытеснения к правому краю ($x = 1$) высота второго фронта уменьшается. При больших временах t пропитка пласта во всех вариантах привела почти к полному вытеснению нефти (см. рис. 7).

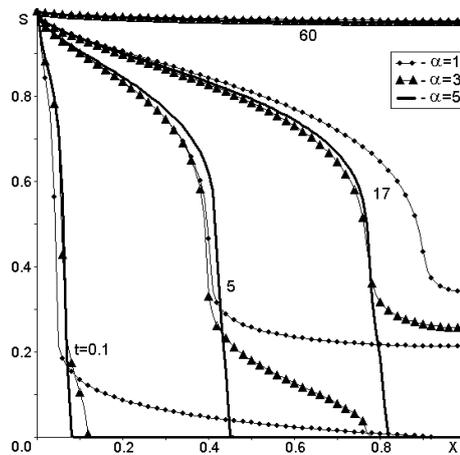


Рис. 7. Пропитка, $j(s)$ задана в (8) с разными $k_1 = s^\alpha$

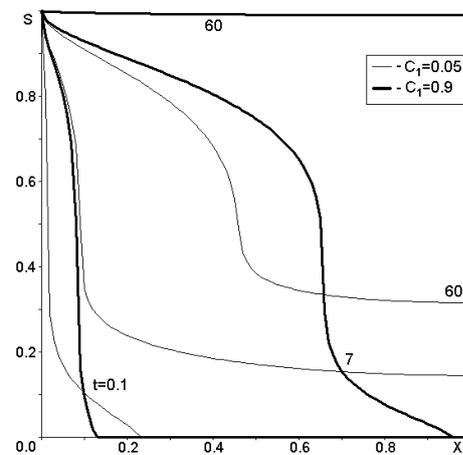


Рис. 8. Пропитка, $j(s)$ задана в (8) с разными C_1 , $k_i(s)$ из набора (4)

Численные эксперименты с разными параметрами в формуле (8) показали следующее.

1) На рисунке 8 приведены примеры решений с разными C_1 при $\xi = 10$, $\omega = 17$ и $k_i(s)$ из набора (4). Из рисунка видно, что при $C_1 = 0,05$ второй фронт вытеснения движется очень медленно, а при $C_1 = 0,9$ он движется почти так же

быстро, как и первый фронт. Таким образом, уменьшение C_1 тормозит движение второго фронта вытеснения, но в то же время скорость движения первого фронта вытеснения возрастает.

2) Изменения ξ влияют в основном на характеристики второго фронта вытеснения. Второй фронт появляется при $\xi > 6$, и рост ξ увеличивает его высоту. На рисунке 9 приведены примеры решений с разными ξ при $C_1 = 0,5$ и $\omega = 17$, остальные функции — из набора данных (4). Из рисунка видно, что уменьшение ξ привело к трансформации второго фронта вытеснения в кривую с точками перегиба, ускорению продвижения $x_f(t)$ и ускорению процесса вытеснения нефти водой.

3) Параметр ω влияет на размазывание второго фронта вытеснения и скорость продвижения переднего фронта вытеснения: уменьшение ω увеличивает степень размазывания и увеличивает скорость продвижения фронта. На рисунке 10 представлены примеры решений с разными ω при фиксированных $C_1 = 0,5$, $\xi = 10$, остальные параметры — из набора данных (4). Из рисунка видно, что уменьшение ω привело к полной ликвидации второго фронта вытеснения, на его месте сформировалась кривая с точками перегиба. Также отметим, что при больших временах t решения графически почти не различаются ($t = 60$).

Интересным является факт формирования почти разрывного решения при больших ξ и ω (см. рис. 9, 10, тонкие линии). Такие решения характерны для вырождающихся параболических уравнений.

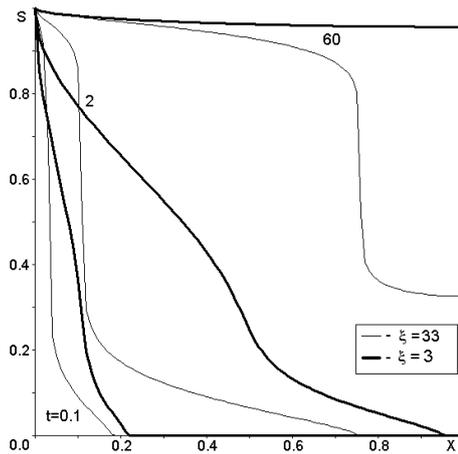


Рис. 9. Пропитка, $j(s)$ задана в (8) с разными ξ , $k_i(s)$ из набора (4)

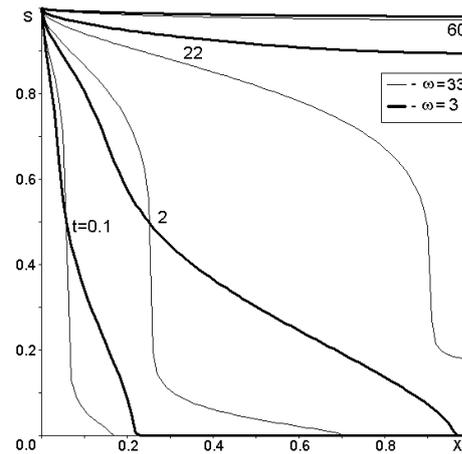


Рис. 10. Пропитка, $j(s)$ задана в (8) с разными ω , $k_i(s)$ из набора (4)

Выводы

При построении гидродинамических моделей нефтяных залежей фазовые проницаемости и функция Леверетта модифицируются, и поэтому получаемые функциональные параметры могут серьезно отличаться от вида кривых, полученных теоретически и в лабораторных условиях. Проведенные в нашей работе численные эксперименты показывают, что при модификации фазовых проницаемостей и функции Леверетта можно получить весьма разнообразные результаты, в том числе и с дополнительным фронтом вытеснения. Данные результаты помогут уточнению функциональных параметров модели в ходе эксплуатации месторождения.

Библиографический список

1. Рыжик В. М. О механизме капиллярной пропитки пористой среды // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. – 1959. – № 1. – С. 151–153.
2. Рыжик В. М. О капиллярной пропитке нефтеносного гидрофильного пласта // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. – 1960. – № 2. – С. 149–151.
3. Ентов В. М., Шыганаков Н. О противоточной капиллярной пропитке пористой среды раствором активной примеси в неизоотермических условиях // ДАН СССР. – 1979. – Т. 246, № 4. – С. 819–823.
4. Бочаров О. Б., Осокин А. Е. Численное моделирование автомодельного режима термокапиллярной пропитки // Сибирский журнал индустриальной математики. – 1998. – Т. 1, № 2. – С. 73–80.
5. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Численное моделирование термокапиллярной противоточной пропитки // Теплофизика и аэромеханика. – 2005. – Т. 12, № 3. – С. 433–444.
6. Швидлер М. И., Леви Б. И. Одномерная фильтрация несмешивающихся жидкостей. – М.: Недра, 1970. – 156 с.
7. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917–1967). – М.: Наука. – 1969. – 546 с.
8. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Сравнение модели фильтрации несмешивающихся жидкостей с фазовыми подвижностями и модели Маскета — Леверетта // Теплофизика и аэромеханика. – 2004. – Т. 9, № 4. – С. 597–605.
9. Бочаров О. Б., Осокин А. Е. Численное исследование автомодельных задач неизоотермической двухфазной фильтрации // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2002. – Т. 5, № 1. – С. 8–20.

Сведения об авторах

Телегин Игорь Григорьевич, к. ф.-м. н., Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, тел. 8(3452)670036, e-mail: igtelegin@yandex.ru

Бочаров Олег Борисович, к. ф.-м. н., доцент, Новосибирский технологический центр АО «Бейкер Хьюз», г. Новосибирск, тел. 8(383)3332808, e-mail: oleg.bocharov@bakerhughes.com

Information about the authors

Telegin I. G., Candidate of Physics and Mathematics, Industrial University of Tyumen, phone: 8(3452)670036, e-mail: igtelegin@yandex.ru

Bocharov O. B., Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Novosibirsk Technology Center JSC «Baker Hughes», Novosibirsk, phone: 8(383)3332808, e-mail: oleg.bocharov@bakerhughes.com

УДК 622.276

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕБИТА ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ С ТРЕЩИНОЙ ГРП КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ PREDICTION OF THE TRANSIENT BEHAVIOR OF HYDRAULIC FRACTURED VERTICAL WELL WITH FINITE CONDUCTIVITY

С. А. Фаик, Альшейхли Мохаммед Джавад Зейналабидин
S. A. Faiq, Alsheikhly Mohammed Jawad Zeinalabideen

Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

Ключевые слова: большеобъемный гидроразрыв пласта; нестационарные процессы
Key words: large-volume hydraulic fracture; transient behavior

В настоящее время в Западной Сибири распространено бурение горизонтальных скважин с целью доизвлечения остаточных запасов в слабодренлируемых и не вовлеченных в процесс выработки зонах. Технология большеобъемного гидроразрыва позволяет создать альтернативные возможности для замены бурения дополнительных горизонтальных ответвлений супертрещиной гидроразрыва значительной протяженности в вертикальной скважине, что может быть экономически более целесообразно в низкопроницаемых коллекторах на глубине более 3 км. В сложных экономических условиях по-прежнему особое внимание уделяется более экономичной технологии супергидроразрыва для нерентабельных, низкодебитных скважин в пластах ачимовской толщи с ухудшенными фильтрационно-емкостными свойствами, а также со значительными загрязненными зонами притока с целью вовлечения недренируемых зон и снижения обводненности наклонно направленных скважин старого фонда. Прогнозирование нестационарного поведения давления в трещинах конечной проводимости позволяет формировать более устойчивые и эффективные фильтрационные потоки при организации массовых геомеханических воздействий на пласты.

Рассмотрены задачи, связанные с нестационарным однофазным притоком к вертикальной скважине с трещиной. Для решения данных задач была построена сеточная модель фильтрации пластовых жидкостей к вертикальной скважине с