УЛК 553.98:536.2

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАГНЕТАНИЯ ТЕПЛОГО ГАЗА В НАСЫЩЕННЫЙ МЕТАНОМ И ЕГО ГИДРАТОМ ПЛАСТ

Н. Г. Мусакаев^{1,2}, С. Л. Бородин¹, Д. С. Бельских^{1,3}

¹Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, г. Тюмень, Россия ²Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, Россия ³Тюменский государственный университет, г. Тюмень, Россия

Аннотация. Приведено математическое описание процесса диссоциации газового гидрата при закачке в залежь, насыщенную в начальном состоянии метаном и его гидратом, теплого (с температурой, большей исходной температуры пласта) газа. Изучено влияние различных факторов на протекание данного процесса. Показано, что диссоциация газового гидрата в пористой среде при нагнетании в пласт теплого газа происходит на фронтальной границе.

Ключевые слова: газовый гидрат; фазовый переход; математическая модель; численная схема

MATHEMATICAL MODELING OF HEATED GAS DISSOCIATION PROCESS INTO THE RESERVOIR SATURATED WITH METHANE AND ITS HYDRATE

N. G. Musakaev^{1, 2}, S. L. Borodin¹, D. S. Belskikh^{1, 3}

¹Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics

SB RAS, Tyumen, Russia

²Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

³Tyumen State University, Tyumen, Russia

Abstract. The article presents the mathematical modeling of heated gas dissociation process into the reservoir saturated with methane and its hydrate. We studied how different factors has affected the dissociation process. The article shows that the gas hydrate dissociation in porous medium originates on a frontal border during the injection of heated gas.

Key words: gas hydrate; phase transition; mathematical model; numerical scheme

Введение

Газовые гидраты — это твердые кристаллические соединения воды и газа, их еще называют «горючий лед» [1–4]. Существует так называемая зона стабильности газогидратов — часть литосферы и гидросферы Земли, термобарический и геохимический режим которой соответствует условиям устойчивого накопления и существования газогидратов, например, в районах распространения вечномерзлых пород или в донных осадках акватории морей и океанов [4, 5]. По некоторым оценкам общее количество природного газа, связанного в форме гидрата, может превышать все обычные газовые ресурсы или даже количество всех углеводородных ресурсов — нефти, свободного природного газа и угля [1, 4, 6]. Таким обра-

зом, газовые гидраты могут выступить в качестве потенциально огромного нового источника энергии для компенсации сокращения добычи обычного природного газа или для обеспечения большей энергетической безопасности для ряда стран, которые имеют ограниченные внутренние источники [1, 6].

Для того чтобы газовые гидраты стали важной частью энергетического будущего, необходимо решить ряд сложных проблем, включая создание и обоснование методов разработки газогидратных залежей [1, 7, 8]. В настоящее время основными методами добычи углеводородного газа (в основном метана) из гидратного пласта являются понижение давления и нагрев гидратосодержащих пород [2, 8, 9]. При депрессионном методе разработки необходимо, чтобы давление в пласте стало ниже равновесного давления разложения гидрата. При тепловом методе разработки газогидратных месторождений необходимое для разложения гидрата повышение пластовой температуры достигается в основном за счет закачки в пласт теплоносителя (теплой воды или газа).

Так как любые технологические идеи должны быть подкреплены соответствующими расчетами, актуальным является построение адекватной математической модели, которая позволяет уменьшить объем необходимых экспериментальных и промысловых данных и выбрать оптимальные условия для разработки газогидратных месторождений [7, 8, 10, 11].

Постановка задачи

Пусть имеется горизонтальный пористый пласт постоянной толщины, заполненный в исходном состоянии метаном и его гидратом. Исходные давление p_0 и температура T_0 в пласте соответствуют термодинамическим условиям существования метана и его гидрата в свободном состоянии. Исходная гидратонасыщенность известна. Пусть кровля и подошва пласта не проницаемы. Примем, что пласт является однородным и изотропным, а также пренебрежем влиянием верхней и нижней границ. В этой связи можно считать, что задача является одномерной и параметры процесса зависят только от пространственной координаты и времени [12].

Положим, что через левую границу пласта (x>0) в некоторый момент времени начинается закачка теплого (с температурой выше исходной температуры пласта) газа (метана) с постоянной температурой $T_e>T_0$ и под постоянным давлением p_e . Температура нагнетаемого в пласт газа выше температуры фазового равновесия гидрата метана, таким образом, в пласте происходит разложение газового гидрата.

В соответствии с принятой постановкой задачи запишем начальные и граничные условия

$$t = 0, \ 0 < x < L: \ T = T_0, \ p = p_0, \ S_h = S_{h0}, \ S_g = 1 - S_{h0};$$

$$t > 0, \ x = 0: \ p = p_e > p_0, \ T = T_e > T_0;$$

$$t > 0, \ x = L: \ \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \ \frac{\partial T}{\partial x} = 0.$$
(1)

где t — время; x — пространственная координата; L — длина пласта; S_j (j = w, h, g) — насыщенность пор j-й фазой (w — вода, h — гидрат, g — газ); S_{h0} — начальная гидратонасыщенность.

Процесс нагнетания теплого газа в гидратонасыщенный пласт с учетом диссоциации газового гидрата будем исследовать методами механики многофазных сред при следующих основных допущениях [13]. Гидрат является двухкомпонентной системой с известной массовой концентрацией *G*. Так как рассматриваются процессы, длительность которых значительно превышает характерное время выравнивания температур, то будем полагать, что температуры пористой среды и насыщающего вещества совпадают (однотемпературный процесс). Движение газа в породе безынерционное и подчиняется закону Дарси, отсутствуют изменение объема гидрата метана и деформация скелета породы, то есть скелет пористой среды и гидрат несжимаемы и неподвижны, пористость *т* постоянна. Процесс фазового перехода (разложение газового гидрата) происходит на скачке, разделяющем зоны пористой среды (рис. 1): ближняя (первая), где поры заполнены газом и водой; дальняя (вторая), насыщенная метаном и его гидратом (то есть нет зоны смеси газа, воды и гидрата метана).

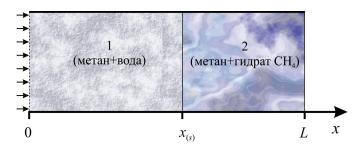


Рис. 1. Схема задачи о диссоциации газового гидрата в пласте

Запишем в прямолинейно-параллельном приближении систему основных уравнений, которая описывает процессы фильтрации и теплопереноса при разложении газового гидрата в пористой среде. Данная система состоит из уравнений сохранения масс и энергии, закона Дарси и уравнения состояния для газа и воды [8, 13–17]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(mS_g \rho_g + mGS_h \rho_h \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(mS_g \rho_g v_g \right) = 0 ,$$

$$mS_g v_g = -\frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x} ,$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(m\rho_h L_h S_h \right) - \rho_g c_g mS_g v_g \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \rho_g c_g mS_g \eta \frac{\partial p}{\partial t} ,$$

$$p = z_g \rho_g R_g T , \quad \rho_w = const , \quad k_g = k S_g^3$$

$$z_g = \left[0.17376 \cdot ln \left(\frac{T}{T_c} \right) + 0.73 \right]^{p/p_c} + \frac{0.1p}{p_c} ,$$

$$\rho c = (1 - m)\rho_{sk} c_{sk} + m \sum_{j=g,w,h} \rho_j S_j c_j , \quad \lambda = (1 - m)\lambda_{sk} + m \sum_{j=g,w,h} S_j \lambda_j ,$$

где ρ_j и c_j (j=g,w,h) — плотность и удельная теплоемкость j-й фазы; v_g и μ_g — скорость и коэффициент динамической вязкости газа; ρ_{sk} , λ_{sk} и c_{sk} — плотность, коэффициент теплопроводности и удельная теплоемкость скелета пористой среды; k — проницаемость пористой среды; k — удельная газовая постоянная; ε и η — коэффициент дросселирования и адиабатический коэффициент; L_h — теплота разложения гидрата метана; T_c и P_c — эмпирические критиче-

ские параметры для газа; ρc и λ — удельная объемная теплоемкость и коэффициент теплопроводности системы «пласт — насыщающее вещество».

Для описания кривой трехфазного равновесия «газ — вода — гидрат» использована корреляция Хафермана — Миллера [3].

На основе системы уравнений (2) можно записать уравнения температуро- и пьезопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\rho_g c_g}{\rho c} \left(\frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \varepsilon \frac{k_g}{\mu_g} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + m S_g \eta \frac{\partial p}{\partial t} \right) + \frac{1}{\rho c} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{m \rho_h L_h}{\rho c} \frac{\partial S_h}{\partial t}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p}{z_g} \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{p}{S_g} \frac{\partial S_g}{\partial t} - \frac{p\rho_h G}{\rho_g S_g} \frac{\partial S_h}{\partial t} + \frac{z_g RT}{S_g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_g k_g}{m \mu_g} \frac{\partial p}{\partial x} \right).$$

Гидратонасыщенность будем определять, исходя из следующих лимитирующих условий:

- при разложении газового гидрата давление повышается, пока не достигнет равновесного давления или не разложится весь гидрат;
- при разложении гидрата температура понижается, пока не достигнет равновесной температуры или не разложится весь гидрат;
- при образовании гидрата давление уменьшается, пока не достигнет равновесного давления или не закончатся все фазы образователи гидрата (в данном случае вода и газ);
- при образовании гидрата температура повышается, пока не достигнет равновесной температуры или не закончатся все фазы образователи гидрата.

Данные условия служат для уточнения итерационных параметров, которые подставляются в уравнения системы (3) до тех пор, пока не будет достигнута приемлемая погрешность. Численная реализация математической модели осуществлена с использованием неявной разностной схемы, метода прогонки, метода простых итераций [18, 19]. Расчетная схема представлена в работе [20]. На основе приведенной математической модели разработан компьютерный код [21], позволяющий рассчитать основные параметры неизотермической фильтрации газа при наличии фазовых переходов.

Численные эксперименты

Рассмотрим особенности неизотермической фильтрации метана с учетом разложения газового гидрата, который изначально заполняет часть порового пространства. При проведении расчетов были приняты следующие значения используемых параметров [3, 8, 16, 20, 22, 23]: $p_0 = 6$ МПа; $p_e = 10$ МПа; $T_0 = 281$ К; $T_e = 323$ К; L = 200 м; m = 0,1; $k = 10^{-15}$ м²; G = 0,12; $S_{h0} = 0,2$; $p_c = 4,6$ МПа; $T_c = 190,56$ К; $c_{sk} = 1$ 000 Дж/(кг·К); $c_h = 2$ 000 Дж/(кг·К); $c_w = 4$ 200 Дж/(кг·К); $c_g = 1$ 560 Дж/(кг·К); $\lambda_{sk} = 1,5$ Вт/(м·К); $\lambda_h = 0,45$ Вт/(м·К); $\lambda_w = 0,56$ Вт/(м·К); $\lambda_g = 0,04$ Вт/(м·К); $\mu_g = 1,14\cdot10^{-5}$ Па·с; $R_g = 519$ Дж/(кг·К); $\rho_{sk} = 2$ 300 кг/м³; $\rho_h = 910$ кг/м³; $\rho_w = 1$ 000 кг/м³; $L_h = 437$ кДж/кг. Основные расчеты проводились для момента времени 10 суток после начала эксплуатации гидратосодержащей залежи.

На рисунке 2 представлена эволюция во времени полей температуры и гидратонасыщенности. Из приведенных данных видно, что протяженность первой области пласта, насыщенной газом и водой, со временем растет. Для всех моментов

времени температура в первой области выше равновесной температуры образования газового гидрата $T_s(p)$, а во второй (в этой зоне поровое пространство заполнено метаном и его гидратом) — ниже, то есть фронтальная схема диссоциации газогидрата адекватно описывает процесс. Также стоит отметить, что темпы увеличения зоны, в которой гидрат метана уже разложился, со временем падают (см. рис. 2 б).

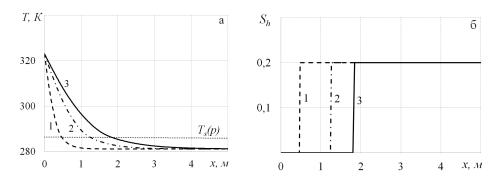


Рис. 2. Распределение по координате x температуры (а) и гидратонасыщенности (б) в различные моменты времени t после начала эксплуатации гидратосодержащей залежи: линии $1, \, 2$ и 3 соответствуют $t=1, \, 7$ и 15 сут

Параметрами процесса закачки метана в гидратонасыщенную залежь можно управлять, меняя на входе в пласт величину давления и температуру нагнетаемого газа. На рисунке 3 проиллюстрировано влияние давления p_e закачиваемого газа на распределение температуры и гидратонасыщенности в пласте. Как следует из этого рисунка, фронтальная схема разложения газового гидрата реализуется при любом значении p_e из приведенного диапазона давлений.

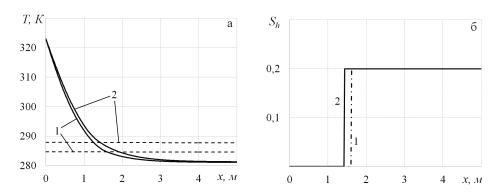
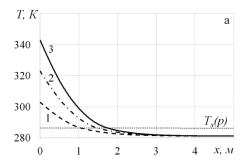


Рис. 3. Распределение по координате х температуры (а) и гидратонасыщенности (б) при различном давлении p_e нагнетания газа: линии 1 и 2 соответствуют $p_e = 8$ и 12 МПа; на рис. 3 а сплошные линии соответствуют температуре в пласте, итриховые — равновесной температуре образования газового гидрата $T_s(p)$

С повышением давления нагнетания газа в гидратонасыщенный пласт уменьшается протяженность области пористой среды (первая зона), в которой газовый гидрат уже разложился (см. рис. 3). Данное обстоятельство связано с тем, что с ростом величины p_e повышается равновесная температура разложения гидрата, что и приводит к смещению фронта фазовых переходов к левой границе.

Вычислительные эксперименты с различной температурой нагнетаемого газа в пласт, насыщенного в исходном состоянии метаном и его гидратом, также показали, что диссоциация газового гидрата происходит на фронтальной поверхности (рис. 4). При нагнетании более газа с большей температурой увеличивается протяженность первой зоны пласта, но этот рост не является значительным.



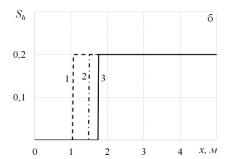


Рис. 4. Распределение по координате х температуры (а) и гидратонасыщенности (б) при различной температуре T_e закачиваемого в пласт газа: линии 1, 2 и 3 соответствуют $T_e = 303, 323$ и 343 К

Выводы

Приведена постановка задачи о нагнетании в пористый пласт, заполненный в начальном состоянии метаном и его гидратом, теплого (с температурой выше исходной температуры пласта) метана. Разработана математическая модель неизотермической фильтрации газа с учетом диссоциации газового гидрата. В модели учтены основные физические особенности этого процесса: разложение газового гидрата, реальные свойства газа, эффекты адиабатического охлаждения и Джоуля — Томсона. Построен алгоритм решения рассматриваемой задачи, позволяющий рассчитать основные параметры теплового воздействия на пористую среду, насыщенную в исходном состоянии метаном и его гидратом, с учетом диссоциации газового гидрата.

Библиографический список

- 1. Makogon Yu. F. Natural gas hydrates A promising source of energy // Journal of Natural Gas Science and Engineering. 2010. Vol. 2, Issue 1. P. 49–59.
- 2. Коллетт Т. С., Льюис Р., Учида Т. Растущий интерес к газовым гидратам // Нефтегазовое обозрение. – 2001. – С. 38–53.
- 3. Истомин В. А., Якушев В. С. Газовые гидраты в природных условиях. М.: Недра, 1992. 236 с.
- 4. Макогон Ю. Ф. Природные газовые гидраты: распространение, модели образования, ресурсы // Российский химический журнал. 2003. № 3. С. 70–79.
- Оценка возможности захоронения углекислого газа в криолитозоне Западной Сибири / А. Д. Дучков [и др.] // Криосфера Земли. – 2009. – Т. 13, № 4. – С. 62–68.
- 6. Makogon Yu. F., Holditch S. A., Makogon T. Yu. Natural gas-hydrates A potential energy source for the 21st Century // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2007. Vol. 56. P. 14–31.
- 7. Цыпкин Г. Г. Течения с фазовыми переходами в пористых средах. М.: Физматлит, 2009. 232 с.
- 8. Шагапов В. Ш., Мусакаев Н. Г. Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа. М.: Наука, 2016. 240 с.
- 9. Shagapov V. Sh., Khasanov M. K., Musakaev N. G., Ngoc Hai Duong Theoretical research of the gas hydrate deposits development using the injection of carbon dioxide // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2017. Vol. 107. P. 347–357.
- 10. New hydrate formation methods in a liquid-gas medium / A. A. Chernov [et al.] // Scientific Reports. 2017. Vol. 7.

- 11. Мусакаев Н. Г., Шагапов В. Ш. Теоретическое моделирование работы газонефтяной скважины в осложненных условиях // Прикладная механика и техническая физика, 1997. Т. 38, № 2. С. 125–134
- 12. Басниев К. С., Кочина И. Н., Максимов В. М. Подземная гидромеханика. М.: Недра, 1993. 416 с.
 - 13. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 2. М.: Наука, 1987. 360 с.
- 14. Мусакаев Н. Г., Бородин С. Л. Отбор газа из гидратосодержащей залежи при отрицательных температурах // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2017. № 5. С. 80–85.
- 15. Bondarev E. A., Argunova K. K., Rozhin I. I. Plane-parallel nonisothermal gas filtration: The role of thermodynamics // Journal of Engineering Thermophysics. 2009. Vol. 18, Issue 2. P. 168–176.
- 16. Shagapov V. Sh., Urazov R. R., Musakaev N. G. Dynamics of formation and dissociation of gas hydrates in pipelines at the various modes of gas transportation // Heat and Mass Transfer. 2012. Vol. 48, Issue 9. P. 1589–1600.
- 17. Musakaev N. G., Borodin S. L. Khasanov M. K. The mathematical model of the gas hydrate deposit development in permafrost // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2018. Vol. 118. P. 455–461.
- 18. Бородин С. Л. Численный алгоритм решения задачи одномерной радиальной неизотермической фильтрации газа // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1, № 4 (4). С. 58–68.
- 19. Мусакаев Н. Г., Бородин С. Л., Хасанов М. К. Оценка возможности образования гидрата в пласте при добыче газа для условий Южно-Русского газового месторождения // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. -2016. -№ 3. -C. 93–98.
- 20. Мусакаев Н. Г., Бородин С. Л., Бельских Д. С. Математическая модель и алгоритм решения задачи неизотермической фильтрации газа в пласте с учетом разложения гидрата // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. 2017. Т. 9, № 2. С. 22-29.
- 21. Бельских Д. С., Бородин С. Л., Мусакаев Н. Г. Программа «Hydrate Formation or Decomposition in a Porous Medium». Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017617298. 04.07.2017.
- 22. Мусакаев Н. Г., Уразов Р. Р. Превентивные методы борьбы с гидратообразованием в трубопроводах // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ, 2006. № 1. С. 50–56.
- 23. Musakaev N. G., Borodin S. L. Mathematical model of the two-phase flow in a vertical well with an electric centrifugal pump located in the permafrost region // Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 52, Issue 5. P. 981–991.

Сведения об авторах

Мусакаев Наиль Габсалямович, д. ф.-м. н., доцент, главный научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, профессор кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, тел. 8(3452)682745, e-mail: timms@tmn.ru

Бородин Станислав Леонидович, к. ф.-м. н., научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, г. Тюмень, тел. 8(3452)682745, e-mail: timms@tmn.ru

Бельских Денис Сергеевич, лаборант, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, аспирант кафедры фундаментальной математики и механики, Тюменский государственный университет, г. Тюмень, тел. 8(3452)682745, e-mail: timms@tmn.ru

Information about the authors

Musakaev N. G., Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Chief Researcher, Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Professor at the Department of Development and Exploitation of Oil and Gas Fields, Industrial University of Tyumen, phone: 8(3452)682745, e-mail: timms@tmn.ru

Borodin S. L., Candidate of Physics and Mathematics, Researcher, Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, phone: 8(3452)682745, e-mail: timms@tmn.ru

Belskikh D. S., Laboratory Assistant, Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Postgraduate at the Department of Fundamental Mathematics and Mechanics, Tyumen State University, phone: 8(3452)682745, e-mail: timms@tmn.ru