# Проектирование, сооружение и эксплуатация систем трубопроводного транспорта

# Designing, construction and operation of pipeline transport system

УДК 519.63+533.6

# ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАКРУЧЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ИХ ВЫХОДА НА СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ

Л. В. Абдубакова<sup>1</sup>, Р. Е. Волков<sup>1</sup>, Е. М. Сорокина<sup>2</sup>, А. Г. Обухов<sup>3</sup>

 $^1$ Тюменский государственный университет, г. Тюмень, Россия  $^2$ Тюменское высшее военно-инженерное командное училище имени маршала инженерных войск А. И. Прошлякова, г. Тюмень, Россия  $^3$ Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, Россия

Аннотация. Методика распараллеливания численного решения полной системы уравнений Навье — Стокса применяется для описания трехмерных нестационарных течений вязкого сжимаемого теплопроводного газа в восходящих закрученных потоках. При этом учитывается действие сил тяжести и Кориолиса, а также предполагается постоянство коэффициентов вязкости и теплопроводности. Приведены результаты численных расчетов термодинамических характеристик течений на более мелких расчетных сетках при моделировании выхода на стационарный режим восходящего закрученного потока воздуха в искусственно созданном торнадо. В работе численно определены значения плотности, температуры и давления для различных фиксированных моментов времени и различных высот расчетной области. Показано, что в процессе разгона течения газа в центре вертикальной области наблюдается формирование воронкообразной области с пониженными значениями плотности, температуры и давления.

Ключевые слова: полная система уравнений Навье — Стокса; краевые условия; параллельные вычисления; термодинамические характеристики

## THERMODYNAMIC CHARACTERISTICS OF SWIRLING GAS FLOWS IN SIMULATION OF THEIR OUTPUT TO THE STATIONARY MODE

L. V. Abdubakova<sup>1</sup>, R. E. Volkov<sup>1</sup>, E. M. Sorokina<sup>2</sup>, A. G. Obukhov<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Tyumen State University, Tyumen, Russia <sup>2</sup>Tyumen Higher Military Engineering Command School named after Marshal of Engineering Troops A. I. Proshlyakov, Tyumen, Russia <sup>3</sup>Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

**Abstract.** The method of parallelizing a numerical solution of the complete system of Navier — Stokes equations is used to describe three-dimensional unsteady flows of

Нефть и газ

*№ 4, 2018* 

a viscous compressible heat-conducting gas in ascending swirling flows. In this case, the action of gravity and Coriolis forces is taken into account, the coefficients of viscosity and thermal conductivity are assumed to be constant. The results of numerical calculations of the thermodynamic characteristics of flows on smaller computational grids are presented in simulation of the output to the stationary mode of an ascending swirling air flow in an artificially created tornado. We numerically determined the values of density, temperature, and pressure for various fixed times and for different heights of the calculated region. The research shows that in the process of accelerating the gas flow in the center of vertical region a funnel-shaped region with reduced values of density, temperature, and pressure is observed.

Key words: a complete system of Navier-Stokes equations; boundary conditions; parallel calculations; thermodynamic characteristics

### Введение

Идея проведения масштабного натурного эксперимента с целью получения достаточно больших значений скоростей вращательного движения вязкого сжимаемого теплопроводного газа и достижения выхода закрученного течения газа на стационарный режим появилась в результате проведенных ранее исследований [1–4]. В них численно моделировалось возникновение сложных закрученных течений газа при холодном вертикальном продуве через трубу большого диаметра. В частности, подробно исследовалась зависимость энергетических характеристик восходящих закрученных потоков от скорости вертикального продува. Сопоставление рассчитанных и измеренных численных значений геометрических размеров и кинетических энергий позволило сделать вывод о том, что энергия вращательного движения превосходит половину кинетической энергии всего потока для диаметра трубы продува не менее 5 м и скорости продува не менее 15 м/с.

В данной работе предложенная ранее методика распараллеливания алгоритма численного решения полной системы уравнений Навье — Стокса используется для проведения численных экспериментов по исследованию изменений во времени термодинамических характеристик восходящего закрученного потока воздуха. В частности, целью работы является детальный анализ характера изменений температуры, плотности и давления в формирующемся закрученном потоке воздуха при выходе его на стационарный режим.

### Математическая модель. Начальные и граничные условия

В качестве математической модели для описания сложных течений воздуха как сжимаемой сплошной среды, обладающей диссипативными свойствами вязкости и теплопроводности, используется полная система уравнений Навье — Стокса, которая в безразмерных переменных с учетом действия сил тяжести и Кориолиса в векторной форме приведена в работах [1–4]. Полная система уравнений Навье — Стокса является дифференциальной формой записи основных законов природы — законов сохранения массы, импульса и энергии. Кроме того, она учитывает законы термодинамики, действие сил тяжести и Кориолиса.

Начальные условия при описании течений вязкого сжимаемого вязкого теплопроводного газа при постоянных значениях коэффициентов вязкости и теплопроводности представляют собой функции, задающие точное решение [5] полной системы уравнений Навье — Стокса.

Расчетная область представляет собой прямоугольный параллелепипед с длинами сторон по 50 м и высотой 2 метра. Для плотности на всех шести гранях параллелепипеда ставится условие непрерывности потока [6], которое предусматривает вычисление значений плотности на гранях расчетной области линейной интерполяцией значений плотности в ближайших внутренних узлах расчетной об-

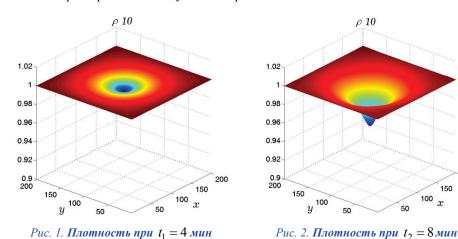
ласти. Нормальная компонента вектора скорости газа на боковых гранях соответствует условиям непрерывности. Две другие компоненты вектора скорости удовлетворяют условиям симметрии, то есть значения этих компонент вектора скорости на боковых гранях рассчитываются из условия равенства нулю производной по нормали к соответствующей грани в ближайших внутренних узлах расчетной сетки. На нижней и верхней гранях нормальная составляющая скорости соответствует условиям непротекания (она принимается равной нулю), а две другие компоненты вектора скорости — условиям симметрии. Для температуры на боковых гранях значения задаются из начального стационарного распределения, а на нижней и верхней гранях — соответствуют условиям симметрии. Продув газа через вертикальную трубу моделируется заданием вертикальной скорости течения газа через квадратное отверстие длиной стороны 5 м в центре верхней грани расчетной области.

Расчеты проводились при следующих входных параметрах: масштабные размерные значения плотности, скорости, расстояния и времени равны соответственно  $\rho_{00} = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>,  $u_{00} = 333$  м/с,  $x_{00} = 50$  м,  $t_{00} = x_{00} / u_{00} = 0,15$  с.

Разностные шаги по трем пространственным переменным  $\Delta x = \Delta y = 0.25 \,\mathrm{M}$ ,  $\Delta z = 0.1 \,\mathrm{m}$ , а шаг по времени  $\Delta t = 0.00015 \,\mathrm{c}$ . Максимальная скорость продува в расчетах принималась равной 20 м/с.

### Результаты расчетов

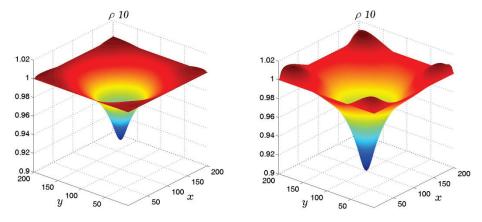
На рисунках 1-4 приведены графики плотности газа как функции двух переменных  $\rho(x,y)$  на фиксированной высоте 1 м для четырех моментов времени:  $t_1 = 4$  мин,  $t_2 = 8$  мин,  $t_3 = 12$  мин,  $t_4 = 17.5$  мин. По осям Ox и Oy отложены номера узлов расчетной сетки, а по оси Ог — безразмерные масштабные значения плотности. За промежуток времени 17,5 минут происходит выход закрученного потока газа на стационарный режим. В этом режиме все газодинамические характеристики, в том числе и плотность, перестают изменяться с течением времени. Изменения плотности в процессе выхода течения газа на стационарный режим можно охарактеризовать следующим образом.



В начальные моменты времени плотность газа соответствует начальному стационарному распределению плотности атмосферного воздуха, а график плотности представляет собой горизонтальную плоскость, аппликаты всех точек которой равны безразмерному масштабному единичному значению плотности. С течением времени в центре под отверстием продува возникает область с пониженными значениями плотности (см. рис. 1), которые постепенно начинают уменьшаться. Гра-

150

фически это локальное уменьшение значений плотности представлено в виде воронки (см. рис. 2), при этом периферийные значения плотности остаются равными единичным масштабным значениям.



*Puc. 3.* Плотность при  $t_3 = 12$  мин

 $Puc. \ 4. \ \Pi$ лотность при  $t_4 = 17,5 \ мин$ 

Дальнейшее развитие закрученного потока газа характеризуется уменьшением плотности в центральной части и некоторым повышением плотности вблизи вертикальных ребер расчетной области (см. рис. 3). По мере приближения вращающегося воздушного потока к стационарному состоянию уменьшение плотности в центральной области замедляется и в стационарном состоянии достигает своего минимального значения  $\rho = 0.9$  (см. рис. 4).

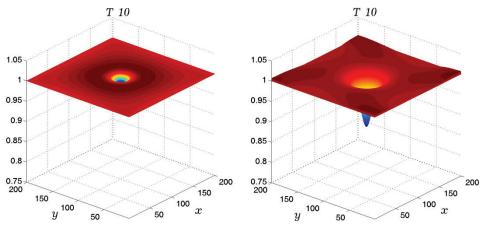
Что касается увеличенных значений плотности вблизи вертикальных ребер, то это превышение составляет 0,01 от начального стационарного распределения плотности. Подобное увеличение плотности может быть объяснено, во-первых, некоторым скоплением движущегося газа у вертикальных ребер, во-вторых, расчетными эффектами, связанными с используемой прямоугольной системой координат.

На рисунках 5–8 представлены графики температуры газа как функции двух переменных T(x,y) на фиксированной высоте 1 м для тех же четырех моментов времени:  $t_1=4$  мин,  $t_2=8$  мин,  $t_3=12$  мин,  $t_4=17,5$  мин. По осям Ox и Oy отложены номера узлов расчетной сетки, а по оси Oz — безразмерные масштабные значения температуры. Изменения температуры в процессе выхода течения газа на стационарный режим можно охарактеризовать следующим образом.

В начале формирования закрученного потока температура газа соответствует начальному стационарному распределению температуры атмосферного воздуха, а график температуры представляет собой горизонтальную плоскость, аппликаты всех точек которой равны безразмерному масштабному единичному значению температуры. С течением времени в центре под отверстием продува возникает область с пониженными значениями температуры (см. рис. 5), которые постепенно начинают уменьшаться. Графически локальное уменьшение значений температуры выглядит также в виде воронки (см. рис. 6), при этом периферийные значения температуры остаются равными единичным масштабным значениям.

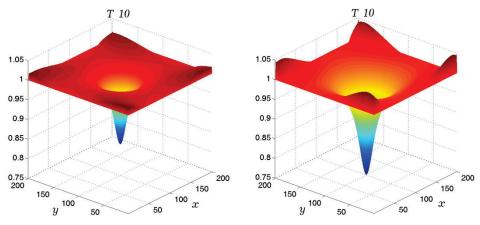
Дальнейший разгон закрученного потока газа характеризуется уменьшением температуры в центральной части и некоторым повышением температуры вблизи вертикальных ребер расчетной области (см. рис. 7). По мере приближения вращающегося воздушного потока к стационарному состоянию уменьшение температуры в центральной области замедляется и в стационарном состоянии достигает своего минимального значения T=0.75 (см. рис. 8). Превышение температуры

вблизи вертикальных ребер над начальным стационарным значением температуры составляет 0,05. Такое превышение температуры может быть связано с расчетными эффектами, связанными с используемой прямоугольной системой координат.



Puc. 5. **Температура при**  $t_1 = 4$  мин

Puc. 6. **Температура при**  $t_2 = 8$  мин



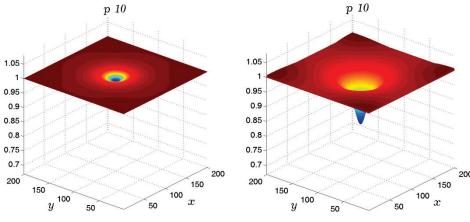
Puc. 7. **Температура при**  $t_3 = 12$  мин

*Puc.* 8. **Температура при**  $t_4 = 17,5$  **мин** 

На рисунках 9–12 приводятся графики давления газа как функции двух переменных p(x,y) на высоте 1 м для четырех моментов времени  $t_1=4$  мин,  $t_2=8$  мин,  $t_3=12$  мин,  $t_4=17,5$  мин. По осям Ox и Oy отложены номера узлов расчетной сетки, а по оси Oz — безразмерные масштабные значения давления.

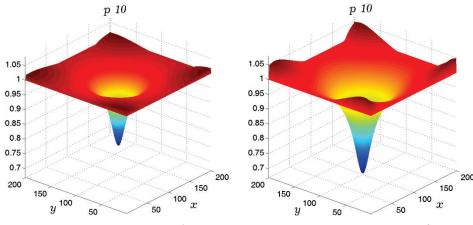
В начальные моменты времени давление газа соответствует начальному стационарному распределению давления атмосферного воздуха, а график давления представляет собой горизонтальную плоскость, аппликаты всех точек которой равны безразмерному масштабному единичному значению давления. С течением времени под отверстием продува возникает область с пониженными значениями давления (см. рис. 9), которые постепенно уменьшаются. Графически это локальное уменьшение значений давления представляется в виде воронки (см. рис. 10), при этом периферийные значения давления сохраняются равными единичным масштабным значениям.

С течением времени наблюдаются уменьшение давления в центральной части и некоторое повышение давления вблизи вертикальных ребер (см. рис. 11). При выходе на стационарный режим скорость уменьшения давления в центральной области уменьшается и в стационарном состоянии достигает своего минимального значения p=0,73 (см. рис. 12). Увеличение значений плотности вблизи вертикальных ребер на 0,05 от начального стационарного значения давления можно объяснить аналогичными причинами, как и для плотности и температуры.



 $Puc. \ 9. \ \textbf{Давление при} \ t_1 = 4 \ \textbf{мин}$ 

 $Puc. \ 10.$  Давление при  $t_2 = 8$  мин



Puc. 11. Давление при  $t_1 = 4$  мин

Puc. 12. Давление при  $t_2 = 8$  мин

### Выводы

Численное решение полной системы уравнений Навье — Стокса с использованием методики распараллеливания алгоритма позволило в данной работе провести расчет трех термодинамических характеристик течения газа во всех узлах прямо-угольной расчетной сетки при моделировании сложного течения воздуха в предполагаемом натурном эксперименте по созданию восходящего закрученного потока и разгона его до выхода на стационарный режим.

В работе численно определены значения плотности, температуры и давления для различных фиксированных моментов времени и для различных высот расчетной области. Анализ результатов расчетов позволил установить характер изменения термодинамических характеристик закрученного потока воздуха в процессе

выхода его на стационарный режим функционирования. Показано, что в процессе разгона течения газа в центре вертикальной области наблюдается формирование воронкообразной области с пониженными значениями плотности, температуры и давления. Возникновение области пониженного давления способствует выходу всего потока на самоподдерживающийся режим, при котором за счет разности давлений внешний воздух втягивается внутрь вращающегося вихря.

Результаты работы имеют принципиальное значение для формулирования конкретных предложений по проведению масштабного натурного эксперимента по созданию восходящего закрученного потока, инициированного вертикальным продувом газа через трубу большого диаметра.

Исследования поддержаны Министерством образования и науки  $P\Phi$  (проект № 1.4539.2017/8.9).

### Библиографический список

- 1. Волков Р. Е., Обухов А. Г. Параллельные вычисления в исследованиях зависимости газодинамических параметров восходящего закрученного потока газа от скорости продува // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. -2016. N 1. С. 92–97.
- 2. Волков Р. Е., Обухов А. Г. Метод распараллеливания алгоритма численного решения полной системы уравнений Навье Стокса // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2016. № 2. С. 92–98.
- 3. Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси / С. П. Баутин [и др.]. Екатеринбург: УрГУПС, 2017. 336 с.
- 4. Волков Р. Е., Обухов А. Г., Терехова Н. В. Численные расчеты энергетических характеристик при моделировании выхода на стационарный режим искусственного торнадо координат // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2018. № 1. С. 84–92.
- 5. Баутин С. П., Обухов А. Г. Одно точное стационарное решение системы уравнений газовой динамики // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2013. № 4. С. 81–86.
- 6. Баутин С. П., Обухов А. Г. Об одном виде краевых условий при расчете трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. − 2013. − № 5. − С. 55−63.

### Сведения об авторах

Абдубакова Лилия Варисовна, к. ф.-м. н., доцент кафедры алгебры и математической логики, Тюменский государственный университет, г. Тюмень, тел. 89220785984, e-mail: abli-

Волков Роман Евстафьевич, аспирант кафедры алгебры и математической логики, Тюменский государственный университет, г. Тюмень, тел. 89129211245, e-mail: email@ romanvolkov.ru

Сорокина Елена Михайловна, к. ф.-м. н., доцент, Тюменское высшее военно-инженерное командное училище имени маршала инженерных войск А. И. Прошлякова, г. Тюмень, тел. 89058221749, e-mail: semaiia@mail.ru

Обухов Александр Геннадьевич, д. ф.-м. н., профессор кафедры бизнес-информатики и математики, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, тел. 89220014998, e-mail: aobukhov@tsogu.ru

### Information about the authors

Abdubakova L. V., Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor at the Department of Algebra and Mathematical Logics, Tyumen State University, phone: 89220785984, e-mail: ablili@mail.ru

Volkov R. E., Postgraduate at the Department of Algebra and Mathematical Logics, Tyumen State University, phone: 89129211245, e-mail: email@romanvolkov.ru

Sorokina E. M., Candidate of Physics and Mathematics, Tyumen Higher Military Engineering Command School named after Marshal of Engineering Troops A. I. Proshlyakov, phone: 89058221749, e-mail: cemaiia@mail.ru

Obukhov A. G., Doctor of Physics and Mathematics, Professor at the Department of Business Informatics and Mathematics, Industrial University of Tyumen, phone: 89220014998, e-mail: aobukhov@tsogu.ru