

УДК 688.276.53

**ВЫБОР ВАРИАНТА РАЗМЕЩЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ГАСИТЕЛЯ
КОЛЕБАНИЙ ДЛЯ ЭЛЕКТРОЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА**

CHOOSING AN OPTION FOR PLACEMENT OF THE DYNAMIC VIBRATION
DAMPER FOR THE ELECTRIC CENTRIFUGAL PUMP

**М. С. Габдрахимов, А. С. Галеев, Г. И. Бикбулатова, С. Л. Сабанов,
К. Р. Фахриева**

M. S. Gabdrakhimov, A. S. Galeev, G. I. Bikbulatova, S. L. Sabanov, K. R. Fakhrieva

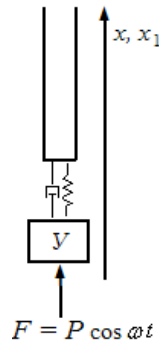
*Уфимский государственный нефтяной технический университет, филиал, г. Октябрьский
Альметьевский государственный нефтяной институт, г. Альметьевск*

*Ключевые слова: погружное оборудование; вибрация; демпфирующее устройство;
смещения установки; скорость распространения продольных колебаний в колонне*

*Key words: submersible equipment; vibrations; damper; setting offset; velocity of longitudinal vibrations
propagation in the tubing string*

В процессе эксплуатации погружной установки электроцентробежного насоса часто возникают интенсивные колебания. Частота колебаний связана с частотой вращения ротора и практически постоянна. С целью снижения вибрации ответственных узлов конструкций довольно часто используют динамические гасители колебаний, когда вибрация с защищаемой машины переносится на вспомогательный узел, вибрация которого не представляет опасности для системы в целом [1]. В работе рассмотрены возможности использования этой идеи для защиты электроцентробежной установки.

Рис. 1. Установка демпфера между ЭЦН и колонной НКТ



Самая простая возможность — установка демпфера между ЭЦН и колонной НКТ с целью переноса вибрации с ЭЦН на колонну НКТ (рис. 1): нижний конец колонны через демпфер соединен с установкой Y ; установка подвержена воздействию некоторой гармонической силы $P \cos \omega t$, где P — амплитуда силы, ω — угловая частота переменной силы, $\omega > 0$; установка при колебаниях колонны остается в покое; λ — жесткость демпфера; μ — коэффициент, характеризующий демпфирующие свойства демпфера.

Для удобства исследования силу $P \cos \omega t$ представим в комплексной форме $Pe^{i\omega t}$, вещественная часть которой равна $P \cos \omega t$. Колебания колонны и установки будут описываться уравнениями

$$\begin{cases} u_{tt} + bu_t - a^2 u_{xx} = 0, \\ m\ddot{x}_1 = Pe^{i\omega t} - \lambda[x_1 - u(0, t)] - \mu[\dot{x}_1 - \dot{u}(0, t)] \end{cases}$$

и граничными условиями

$$\begin{cases} u(\infty, t) = 0, \\ ESu_x(0, t) = \lambda[u(0, t) - x_1] + \mu[\dot{u}(0, t) - \dot{x}_1] \end{cases}$$

без начальных условий, так как рассматривается установившееся движение. Обозначим $\dot{u}(0, t) = u_t(0, t)$.

В этих уравнениях b — коэффициент, характеризующий вязкое трение; a — скорость распространения продольных колебаний в колонне; m — масса установки; E — модуль Юнга материала колонны; S — площадь поперечного сечения колонны; $x_1 = x_1(t)$ — смещение установки; $u = u(x, t)$ — продольное смещение поперечного сечения x колонны в момент времени t .

Подставим второе граничное условие во второе уравнение системы

$$\begin{cases} u_{tt} + bu_t - a^2 u_{xx} = 0, \\ m\ddot{x}_1 = Pe^{i\omega t} + ESu_x(0, t). \end{cases}$$

Поскольку установка не должна смещаться при установившихся колебаниях колонны, то должно быть $x_1 = \dot{x}_1 = \ddot{x}_1 = 0$. Теперь задача — найти функцию u , удовлетворяющую уравнениям

$$\begin{cases} u_{tt} + bu_t - a^2 u_{xx} = 0, \\ ESu_x(0, t) = -Pe^{i\omega t} \end{cases} \quad (1)$$

и граничным условиям

$$\begin{cases} u(\infty, t) = 0, \\ \mu i(0, t) + \lambda u(0, t) = -Pe^{i\omega t}. \end{cases} \quad (2)$$

Зависимость продольного смещения u от координаты x поперечного сечения колонны и от времени t будем искать в виде

$$u = Ae^{-kx+i\omega t} + Be^{kx+i\omega t}, \quad (3)$$

где A , B , k — константы, подлежащие определению. Подстановка выражения (3) в первое уравнение системы (1) дает квадратное уравнение относительно k

$$a^2 k^2 + \omega^2 - i\omega b = 0.$$

Оба его корня

$$k_{0,1} = \pm \sqrt{\frac{i\omega b - \omega^2}{a^2}}$$

представим в показательной форме

$$k_0 = re^{i\phi}, \quad k_1 = re^{i(\phi+\pi)}. \quad (4)$$

Тогда

$$r = \frac{\omega}{a} \sqrt[4]{1 + \frac{b^2}{\omega^2}}, \quad \phi = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{b}{\omega}, \quad \text{где } \phi \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right].$$

Отсюда получим величины

$$H = r \cos \phi = \frac{\omega}{\sqrt{2}a} \sqrt{\sqrt{1 + \frac{b^2}{\omega^2}} - 1}, \quad G = r \sin \phi = \frac{\omega}{\sqrt{2}a} \sqrt{\sqrt{1 + \frac{b^2}{\omega^2}} + 1},$$

которые вскоре нам понадобятся. Видим, что

$$\begin{cases} H \geq 0, \\ G > 0. \end{cases} \quad (5)$$

Равенство $F = 0$ возможно лишь при $b = 0$.

Выражения (4) предлагают нам две равносильные возможности для выбора значения k . В них $\operatorname{Re}(k_0) = r \cos \phi \geq 0$, $\operatorname{Re}(k_1) = r \cos(\phi + \pi) \leq 0$. Для определенности выберем $k = k_0$. В этом случае

$$k = r(\cos \phi + i \sin \phi) = H + iG. \quad (6)$$

Предположим, что в (3) $B \neq 0$. Тогда при $x \rightarrow \infty$ будем иметь $|Ae^{-kx+i\omega t}| \rightarrow 0$, $|Be^{kx+i\omega t}| \rightarrow \infty$. В этом случае из (3) будет следовать $u \rightarrow \infty$, что противоречит первому условию в (2). Чтобы избежать этого противоречия, следует положить $B = 0$. Выражение (3) упростится:

$$u = Ae^{-kx+i\omega t}. \quad (7)$$

Тогда

$$u(0,t) = Ae^{i\omega t}, u_x(0,t) = -Ake^{i\omega t}, \dot{u}(0,t) = i\omega Ae^{i\omega t}. \quad (8)$$

Подстановка этих значений во второе уравнение системы (1) дает

$$k = \frac{P}{ESA}. \quad (9)$$

Подстановка значений (8) во второе граничное условие в (2) дает

$$A = -\frac{P}{\lambda + i\omega\mu}. \quad (10)$$

Подставив (10) в (9), будем иметь

$$k = -\frac{\lambda + i\omega\mu}{ES}. \quad (11)$$

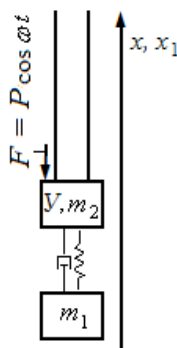
Из сравнения (11) с (6) получаем

$$F = -\frac{\lambda}{ES}, \quad G = -\frac{\omega\mu}{ES}.$$

Полученное значение G противоречит второму условию (5). Значит, данный случай нереализуем. Погасить колебания установки невозможно.

Второй случай: нижний конец колонны жестко связан с установкой $У$ массы m_2 (рис. 2); (а) установка через демпфирующее устройство соединена с грузом массы m_1 ; на установку действует гармоническая сила $Pe^{i\omega t}$; установка при колебаниях колонны остается в покое.

Рис. 2. Нижний конец колонны жестко связан с установкой



Из условия (а) следует, что смещения установки массы m_2 совпадают со смещениями нижнего конца колонны, то есть равны $u(0,t)$. Поэтому колебания всей системы будут описываться уравнениями

$$\begin{cases} u_{tt} + bu_t - a^2 u_{xx} = 0, \\ m_1 \ddot{x}_1 = -\lambda[x_1 - u(0,t)] - \mu[\dot{x}_1 - \dot{u}(0,t)], \\ m_2 \ddot{u}(0,t) = ESu_x(0,t) - Pe^{i\omega t} - \lambda[u(0,t) - x_1] - \mu[\dot{u}(0,t) - \dot{x}_1] \end{cases} \quad (12)$$

и граничным условием

$$u(\infty, t) = 0. \quad (13)$$

Здесь $x_1 = x_1(t)$ — смещение груза.

В предыдущем случае мы показали, что решение первого уравнения системы (12), удовлетворяющее условию (13), имеет вид

$$u = Ae^{-kx+i\omega t}. \quad (14)$$

Подставив соответствующие значения (8) во второе и третье уравнения системы (12), получим

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + \mu \dot{x}_1 + \lambda x_1 = A(\lambda + i\omega\mu)e^{i\omega t}, \\ m_2 A\omega^2 e^{i\omega t} = ESAke^{i\omega t} + Pe^{i\omega t} + \lambda(Ae^{i\omega t} - x_1) + \mu(i\omega Ae^{i\omega t} - \dot{x}_1). \end{cases} \quad (15)$$

Первое уравнение имеет общее решение

$$x_1 = e^{-\frac{\mu}{2m_1}t} \left(C_1 e^{\frac{\sqrt{\mu^2 - 4m_1\lambda}}{2m_1}t} + C_2 e^{-\frac{\sqrt{\mu^2 - 4m_1\lambda}}{2m_1}t} \right) + \frac{\lambda + i\omega\mu}{\lambda + i\omega\mu - m_1\omega^2} Ae^{i\omega t}.$$

При $t \rightarrow \infty$ первый член стремится к нулю. Поэтому установившееся решение определяется вторым членом

$$x_1 = \frac{\lambda + i\omega\mu}{\lambda + i\omega\mu - m_1\omega^2} Ae^{i\omega t}. \quad (16)$$

Подстановка этого значения во второе уравнение системы (15) приводит к равенству

$$A[(m_2\omega^2 - ESk)(\lambda + i\omega\mu - m_1\omega^2) + m_1\omega^2(\lambda + i\omega\mu)] = P(\lambda + i\omega\mu - m_1\omega^2). \quad (17)$$

Отсюда

$$A = \frac{P(\lambda + i\omega\mu - m_1\omega^2)}{(m_2\omega^2 - ESk)(\lambda + i\omega\mu - m_1\omega^2) + m_1\omega^2(\lambda + i\omega\mu)}. \quad (18)$$

Подставим (18) в (16) и получим

$$x_1 = \frac{\lambda + i\omega\mu}{(m_2\omega^2 - ESk)(\lambda + i\omega\mu - m_1\omega^2) + m_1\omega^2(\lambda + i\omega\mu)} Pe^{i\omega t}. \quad (19)$$

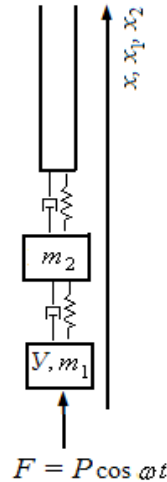
Так как установка и нижний конец колонны с течением времени должны прийти в неподвижность, то при всех достаточно больших t амплитуда колебаний должна быть равна нулю: $A=0$. Это условие будет выполняться, если правая часть (17) равна нулю

$$\lambda + i\omega\mu - m_1\omega^2 = 0. \quad (20)$$

Отсюда находим условия неподвижности установки

$$\lambda = m_1\omega^2, \quad \mu = 0. \quad (21)$$

Рис. 3. Нижний конец колонны
через демпфирующее
устройство соединен с грузом



Подставив (20) в (19), получим зависимость смещения груза от времени

$$x_1 = \frac{P}{m_1 \omega^2} e^{i\omega t}.$$

Итак, при выполнении условий (21) установка придет в неподвижность.

Третий случай: нижний конец колонны через демпфирующее устройство соединен с грузом массы m_2 (рис. 3); груз через демпфирующее устройство соединен с установкой Y массы m_1 ; на установку действует гармоническая сила $P e^{i\omega t}$; установка при установившихся колебаниях колонны остается в покое.

Колебания данной системы описываются уравнениями

$$\begin{cases} u_{tt} + bu_t - a^2 u_{xx} = 0, \\ m_1 \ddot{x}_1 = P e^{i\omega t} - \lambda_1 (x_1 - x_2) - \mu_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \\ m_2 \ddot{x}_2 = -\lambda_1 (x_2 - x_1) - \mu_1 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - \lambda_2 [x_2 - u(0, t)] - \mu_2 [\dot{x}_2 - \dot{u}(0, t)] \end{cases} \quad (22)$$

и граничными условиями

$$\begin{cases} u(\infty, t) = 0, \\ ESu_x(0, t) = \lambda_2 [u(0, t) - x_2] + \mu_2 [\dot{u}(0, t) - \dot{x}_2]. \end{cases}$$

Здесь x_1 — смещение установки; x_2 — смещение груза; λ_1, μ_1 — жесткость и коэффициент демпфирования демпфера, расположенного между грузом и установкой; λ_2, μ_2 — жесткость и коэффициент демпфирования демпфера, расположенного между грузом и нижним концом колонны.

Решение первого уравнения системы (22) с учетом первого граничного условия имеет вид $u = A e^{-kx + i\omega t}$, где k представляется равенством (6).

Подставим второе граничное условие в третье уравнение системы. Система (22), в которой мы теперь опустим первое уравнение, запишется в виде

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = P e^{i\omega t} - \lambda_1 (x_1 - x_2) - \mu_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \\ m_2 \ddot{x}_2 = -\lambda_1 (x_2 - x_1) - \mu_1 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + ESu_x(0, t). \end{cases}$$

Поскольку при установившемся движении установка не должна смещаться при колебаниях остальных частей колонны, то должно быть $x_1 = \dot{x}_1 = \ddot{x}_1 = 0$. Система уравнений упростится

$$\begin{cases} \mu_1 \dot{x}_2 + \lambda_1 x_2 = -Pe^{i\omega t}, \\ m_2 \ddot{x}_2 + \mu_1 \dot{x}_2 + \lambda_1 x_2 = ESu_x(0, t). \end{cases} \quad (23)$$

Первое уравнение этой системы имеет следующее решение

$$x_2 = Ce^{-(\lambda_1/\mu_1)t} - \frac{Pe^{i\omega t}}{\lambda_1 + i\omega\mu_1}.$$

При $t \rightarrow \infty$ первый член стремится к нулю. Поэтому решение, описывающее установившееся колебание груза, таково:

$$x_2 = -\frac{Pe^{i\omega t}}{\lambda_1 + i\nu}, \quad (24)$$

где обозначено $\nu = \omega\mu_1$. Второе уравнение системы (23) с учетом (8) примет вид

$$m_2 \ddot{x}_2 + \mu_1 \dot{x}_2 + \lambda_1 x_2 = -ESAKE^{i\omega t}.$$

Подставив сюда значение (24), получим

$$(\lambda_1 + i\nu)(P - ESAk) = P\omega^2 m_2. \quad (25)$$

Заменяя k значением (6) и отделив вещественную часть от мнимой, получим систему уравнений

$$\begin{cases} \lambda_1(P - AESH) + \nu ESAG = P\omega^2 m_2, \\ \lambda_1 ESAG - \nu(P - ESAH) = 0, \end{cases}$$

из которой находим

$$A = \frac{\nu P}{ES(\lambda_1 G + \nu H)}, \quad (26)$$

$$m_2 = \frac{G(\lambda_1^2 + \nu^2)}{\omega^2(\lambda_1 G + \nu H)}. \quad (27)$$

С помощью (7) второе граничное условие в (25) запишется

$$\lambda_2(x_2 - Ae^{i\omega t}) + \mu_2(\dot{x}_2 - i\omega Ae^{i\omega t}) = ESAke^{i\omega t}. \quad (28)$$

Подстановка (27) в (28) приводит к выражению:

$$A(\lambda_1 + i\nu)(ESk + \lambda_2 + i\omega\mu_2) + P(\lambda_2 + i\omega\mu_2) = 0.$$

Подставим значение A из (26)

$$\nu(\lambda_1 + i\nu)(\lambda_2 + i\omega\mu_2 + ESk) + ES(\lambda_1 G + \nu H)(\lambda_2 + i\omega\mu_2) = 0.$$

Заменяя k значением (6) и отделив вещественную часть от мнимой, получим

$$\begin{cases} [\lambda_1 \nu + ES(\lambda_1 G + \nu H)]\lambda_2 - \omega \nu^2 \mu_2 = ES\nu(\nu G - \lambda_1 H), \\ \nu^2 \lambda_2 + \omega[\lambda_1 \nu + ES(\lambda_1 G + \nu H)]\mu_2 = -ES\nu(\lambda_1 G + \nu H). \end{cases}$$

Решим систему относительно λ_2 , μ_2 :

$$\lambda_2 = \frac{(\lambda_1 H - \nu G)[\lambda_1 \nu + ES(\lambda_1 G + \nu H)] - \nu^2(\lambda_1 G + \nu H)}{\nu^4 + [\lambda_1 \nu + ES(\lambda_1 G + \nu H)]^2} ES \nu, \quad (29)$$

$$\mu_2 = - \frac{(\lambda_1 G + \nu H)[\lambda_1 \nu + ES(\lambda_1 G + \nu H)] + \nu^2(\lambda_1 H - \nu G)}{\nu^4 + [\lambda_1 \nu - ES(\lambda_1 G + \nu H)]^2} \frac{ES \nu}{\omega}. \quad (30)$$

Таким образом, значения λ_2 , μ_2 , m_2 , удовлетворяющие равенствам (27), (29), (30), обеспечивают неподвижность установки при колебаниях колонны.

Найдем условия, при которых значения λ_2 и μ_2 будут неотрицательными. Обозначим

$$\xi = \frac{\lambda_1 \nu + ES(\lambda_1 G + \nu H)}{\nu^2}, \quad \eta = \frac{\lambda_1 H - \nu G}{\lambda_1 G + \nu F}. \quad (31)$$

Тогда числители в (29) и (30) будут неотрицательными при

$$\begin{cases} \xi \eta \geq 1, \\ \xi + \eta \leq 0. \end{cases} \quad (32)$$

В (31) видим, что $\xi > 0$. Поэтому для выполнения первого условия в (32) должно быть $\eta > 0$. Но при неотрицательных ξ и η не будет выполняться второе условие в (32). Следовательно, третий случай нереализуем.

Итак, среди рассмотренных вариантов размещения демпфирующего груза лишь во втором варианте при установившихся колебаниях колонны установка будет оставаться в неподвижности.

Список литературы

1. Динамика бурильного инструмента при проводке вертикальных, наклонных и горизонтальных скважин / М. С. Габдрахимов, А. С. Галеев, Л. Б. Хузина, Р. И. Сулейманов. – СПб.: Недра, 2011. – 244 с.

Сведения об авторах

Габдрахимов Мавлитзян Сабирьянович, д. т. н., профессор, заведующий кафедры «Нефтепромысловые машины и оборудование», Уфимский государственный нефтяной технический университет, филиал, г. Октябрьский, тел. 8(34767)65401, e-mail: npmo@mail.ru

Галеев Ахметсалим Сабирович, д. т. н., профессор кафедры «Нефтегазовое оборудование», Альметьевский государственный нефтяной институт, г. Альметьевск, тел. 8(8553)310124, e-mail: agni-ngo@mail.ru

Бикбулатова Голия Ильдусовна, к. т. н., доцент кафедры «Нефтегазовое оборудование», Альметьевский государственный нефтяной институт, г. Альметьевск, тел. 8(8553)310124, e-mail: agni-ngo@mail.ru

Сабанов Сергей Леонидович, ассистент кафедры «Нефтегазовое оборудование», Альметьевский государственный нефтяной институт, г. Альметьевск, тел. 8(8553)310124, e-mail: agni-ngo@mail.ru

Фахриева Кристина Ринатовна, преподаватель кафедры «Нефтепромысловые машины и оборудование», Уфимский государственный нефтяной технический университет, филиал, г. Октябрьский, 8(34767)65401, e-mail: npmo@mail.ru

Information about the authors

Gabdrakhimov M. S., Doctor of Engineering, professor, head of the chair «Oilfield machines and equipment», Ufa State Petroleum Technical University affiliate in the town of Oktyabrsk, phone: 8(34767)65401, e-mail: npmo@mail.ru

Galeev A. S., Doctor of Engineering, professor of the chair «Oil and gas production equipment», Almetievsk State Petroleum Institute, phone: 8(8553)310124, e-mail: agni-ngo@mail.ru

Bikbulatova G. I., Candidate of Science in Engineering, associate professor of the chair «Oil and gas production equipment», Almetievsk State Petroleum Institute, phone: 8(8553)310124, e-mail: agni-ngo@mail.ru

Sabanov S. L., assistant of the chair «Oil and gas production equipment», Almetievsk State Petroleum Institute, phone: 8(8553)310124, e-mail: agni-ngo@mail.ru

Fakhrieva K. R., lecturer of the chair «Oilfield machines and equipment», Ufa State Petroleum Technological University, affiliate in the town of Oktyabrsk, phone: 8(34767)65401, e-mail: npmo@mail.ru