

**ОБОСНОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
СТЕРЖНЕВОЙ КОНСТРУКЦИИ****VALIDATION OF THE MATHEMATICAL MODEL OF FRAME CONSTRUCTION
STRESS-STRAIN STATE****В. В. Пивень, Г. Е. Битюков**

V. V. Piven, G. E. Bitjukov

*Тюменский государственный нефтегазовый университет, г. Тюмень**Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние; математическая модель;
упруго-вязко-пластическое основание; реологические свойства**Key words: stress-strain state; mathematical model; elastic-viscous-plastic body; rheological properties*

Оптимизация напряженно-деформированного состояния элементов металлических, бетонных и других конструкций усложняется при их закреплении на опорах, которые в свою очередь находятся на основании, испытывающем упругопластические деформации. Изменяемые во времени деформации основания приводят к дополнительному напряжению в элементах конструкции, неуправляемому перемещению опор (фундамента) и в ряде случаев к разрушению конструкции. Данная проблема актуальна при проектировании и эксплуатации нефтегазопроводов, проложенных на болотистой местности [1], конструкций производственных и других объектов, расположенных в районах вечной мерзлоты [2, 3], оседании фундаментов зданий [4]. Изменение упругопластических характеристик резинометаллических опор наблюдается в несущих конструкциях транспортных и технологических машин по мере их износа, опорных конструкциях станочного оборудования [5], высокоточного диагностического и измерительного оборудования [6]. Похожая проблема возникает и в других отраслях техники и технологий, например при использовании пространственно-стержневых конструкций для управляемой регенерации костных тканей в медицине [7, 8]. В ряде случаев является целесообразным создание управляющего воздействия на упругопластическое основание для перевода конструкции из одного пространственного положения в другое, более устойчивое, безопасное, менее напряженное состояние. Происходящее во времени изменение упругопластических характеристик основания приводит к изменению несущей способности конструкции и должно быть учтено при проектировании и конструировании. Возможна также оперативная регулировка или применение самонастраивающихся адаптивных систем для оптимизации напряженно-деформированного состояния конструкции при изменении упруго-вязко-пластических характеристик связей.

При проектировании и эксплуатации конструкций для учета влияния на ее пространственное расположение и напряженно-деформированное состояние всех возможных факторов необходима разработка математической модели оптимизации параметров конструкции с учетом механических свойств основания (рис. 1), которая должна состоять из системы уравнений, описывающих все параметры и свойства данной системы.

В качестве целевой функции [9] могут быть выбраны минимальная удельная металлоемкость конструкции [10, 11], максимальная устойчивость конструкции в заданном диапазоне упруго-вязко-пластических свойств основания, максимальная несущая способность конструкции, максимальная скорость перевода конструкции из одного пространственного положения в другое.

Факторы, определяющие значение целевой функции, можно условно разделить на четыре группы:

- конструктивные параметры пространственной стержневой системы;
- механические и реологические свойства упруго-вязко-пластического основания;
- способы заделки опорных элементов;

- напряженно-деформированное состояние конструкции, вызванное приложением внешних активных сил и реакций связей.

Уравнения, входящие в математическую модель, должны учитывать геометрические характеристики конструкции, внешние механические характеристики материалов конструкции и свойства упруго-вязко-пластического основания.

Реологические свойства упруго-вязко-пластического основания, оказывающие влияние на математическую модель, зависят от величины приложенных внешних сил, температуры окружающей среды, компонентного состава и времени. К основным реологическим свойствам относят упругость, пластичность, прочность, вязкость, ползучесть, релаксацию напряжения.



Рис. 1. Схема оптимизации целевой функции пространственно-стержневой конструкции

Пространственная модель, проявляющая при приложении внешних сил упругие деформации, изображена на рис. 2 [12]. Такая модель описывается законом упругости Гука, который определяется выражением:

$$\sigma = E \cdot \epsilon, \quad (1)$$

где σ — внутреннее напряжение, возникающее вследствие действия внешней силы, Па; E — модуль упругости, ϵ — относительная деформация.

Суть закона заключается в том, что при воздействии на тело активных сил, оно деформируется на определенную величину, которая при снятии нагрузок исчезает, и тело принимает исходную форму. Для описания вязких свойств пространственных тел, подвергнутых воздействию внешних сил, служит модель, предложенная Ньютоном (рис. 2), и полученная им формула закона вязкости:

$$\sigma = \eta \cdot \dot{\epsilon}, \quad (2)$$

где σ — внутреннее напряжение, возникающее вследствие действия внешней силы, — коэффициент вязкости, $\dot{\epsilon}$ — скорость деформации.

Из этого закона следует вывод — напряжение, возникающее в идеально вязком теле, зависит от скорости деформации. Поведение пластичного тела при приложении внешних нагрузок можно сравнить с идеально пластическим телом Сен-Венана (рис. 2) [12].

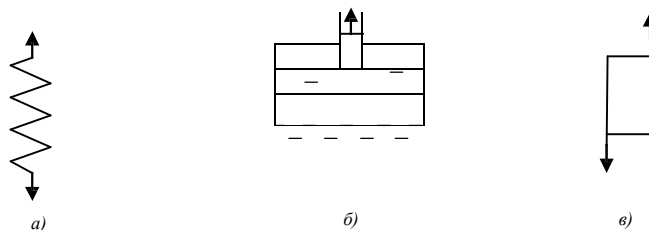


Рис. 2. Реологические модели: идеально упругое тело Гука (а), идеально вязкое тело Ньютона (б), идеально пластическое тело Сен-Венана (в)

Исследования идеально пластичного тела, проведенные Сен-Венаном, показали, что оно обладает характеристикой, называемой пределом текучести — постоянным напряжением, при котором происходит деформация, до бесконечности увеличивающаяся с течением времени. При снятии внешней нагрузки, вызывающей напряжения, остаточная деформация равна максимальной деформации, достигнутой при нагружении. Рассмотренные простые модели не применимы для описания свойств упруго-вязко-пластических оснований, поскольку они не охватывают все проявляемые средой свойства.

Для более достоверного описания физических процессов, происходящих при нагружении упруго-вязко-пластического основания внешними силами, служит реологическая модель, предложенная Шведовым [12]. Тело Шведова — сложная модель, представляющая собой набор, состоящий из простых реологических моделей, обладающих упругими, вязкими и пластическими свойствами. Элементы в модели Шведова выстроены таким образом (рис. 3), что вся система обладает способностью к релаксации напряжения.

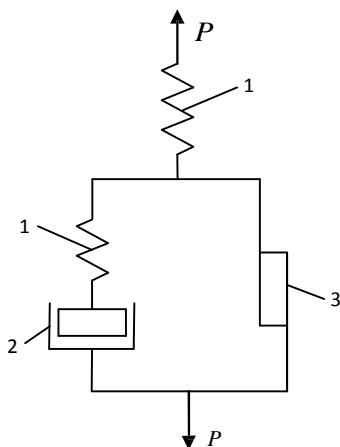


Рис. 3. Реологическая модель упруго-вязко-пластического релаксирующего тела Шведова: 1 — упругий элемент; 2 — вязкий элемент; 3 — пластичный элемент

При приложении к упруго-вязко-пластическому телу Шведова внешних сил можно обнаружить, что до определенного значения тело испытывает только упругие деформации, но после преодоления этого предельного значения тело характеризуется пластично-вязким течением (деформацией), скорость которого возрастает пропорционально увеличению внешнего усилия.

В свою очередь если приложить постоянное внешнее усилие, то с течением времени в модели наблюдается релаксация напряжений. Для описания напряженно-деформированного состояния тела Шведова применяется реологическое уравнение [12]:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\sigma_0 - \tau}{G} \dot{\epsilon}, \quad (3)$$

где $\dot{\epsilon}$ — скорость относительной деформации; σ_0 — мгновенное (начальное) напряжение; τ — предел текучести; η — динамическая вязкость; $\dot{\epsilon}$ — скорость упругой деформации; G — модуль упругости.

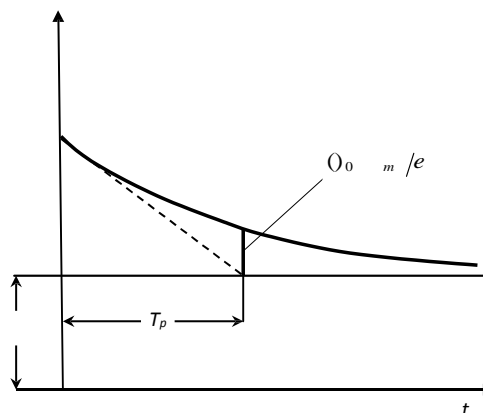
Первый член правой части характеризует скорость вязкого течения, а второй — скорость упругой деформации. Реологическое уравнение Шведова часто используется при исследовании устойчивости грунтов [12]. Поскольку в теле Шведова присутствует пластичный элемент, обладающий пределом текучести, напряжения, возникающие в системе, подвержены частичной релаксации. Величина остаточного напряжения в любой момент времени определяется уравнением:

$$\sigma = \tau + (\sigma_0 - \tau) \cdot e^{-\frac{t}{T_p}}, \quad (4)$$

где σ_0 — мгновенное (начальное) напряжение, T_p — время релаксации.

С помощью графика функции релаксации напряжения в зависимости от времени (рис. 4) можно оценить степень влияния пластичного элемента на максимальное уменьшение напряжения. Так как снижение напряжения протекает по экспоненциальному закону, то можно говорить о том, что минимальным остаточным напряжением в упруго-вязко-пластических телах будет величина, близкая по величине к пределу текучести элемента, проявляющего пластичные свойства.

Рис. 4. График зависимости релаксации напряжения от времени



Наряду с этим важную роль в формировании модели и оптимизации параметров играют способы заделки элементов на упругопластическом основании по причине того, что они могут усиливать воздействие на детали конструкции или, наоборот, ослаблять. Таким образом, изменение свойств основания приводит к перемещению опор и возникновению дополнительных напряжений в конструкции.

Уточнение характеристик упруго-вязко-пластического основания для каждого конкретного случая, а также уравнений напряженно-деформированного состояния конструкции позволит создать универсальную математическую модель оптимизации пространственных стержневых конструкций с учетом реологических свойств их оснований.

Список литературы

1. Бородавкин П. П., Березин В. Л. Сооружение магистральных трубопроводов: Учебник для вузов. — 2-е изд. перераб. и доп. — М.: Недра, 1987. — 471 с.
2. Ястребов А. Л. Инженерные коммуникации на вечномерзлых грунтах. — М.: Стройиздат, 1972. — 165 с.
3. Карнаухов Н. Н., Кушнир С. Я., Горелов А. С., Долгих Г. М. Механика мерзлых грунтов и принципы строительства нефтегазовых объектов в условиях севера. — М.: ЦентрЛитНефтеГаз, 2008. — 432 с.
4. Механика грунтов, основания и фундаменты // С. Б. Ухов, В. В. Семенов, В. В. Знаменский и др. — М.: Высшая школа, 2007. — 566 с.

5. Санкин Ю. Н. Динамика несущих систем металлорежущих станков. – М: Машиностроение, 1986. – 96 с.
6. Слепова С. В. Основы теории точности измерительных приборов. Учебное пособие. – Челябинск: изд-во ЮУрГУ, 2008. – 192 с.
7. Применение аппарата внешней фиксации при патологии позвоночника / В. И. Шевцов, В. В. Пивень, А. Т. Худяев, Ю. А. Муштаева. – М: Медицина, 2007. – 112 с.
8. Пат. RUS 2254080 21.01.2003. Способ демпферного лечения заболеваний позвоночника и демпферный аппарат для его осуществления / П. И. Коваленко, В. И. Шевцов, В. В. Пивень, А. Т. Худяев, Ю. А. Муштаева.
9. Пивень В. В., Уманская О. Л. Определение целевой функции при математическом моделировании жесткости рамных конструкций вибрационных сепарирующих машин // Современные проблемы науки и образования. – 2013.– № 1. – С. 191.
10. Пивень В. В., Уманская О. Л. Определение динамических параметров несущих конструкций вибрационных машин, установленных на упругом основании // Вестник машиностроения. – 2007. – № 5. – С. 14-17.
11. Пивень В. В., Уманская О. Л. Определение упругих характеристик несущих конструкций вибрационных машин и их оснований // Омский научный вестник. – 2006. – № 8-1 (44). – С. 80-83.
12. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. – 2-е изд. перераб. – М.: Издательство литературы по строительству, 1971. – 367 с.

Сведения об авторах

Пивень Валерий Васильевич, д. т. н., профессор кафедры «Машины и оборудование нефтяной и газовой промышленности», Тюменский государственный нефтегазовый университет, г. Тюмень, тел. 8(3452)414646

Битюков Георгий Евгеньевич, аспирант кафедры «Машины и оборудование нефтяной и газовой промышленности», Тюменский государственный нефтегазовый университет, г. Тюмень, тел. 89222895494, e-mail: georgii_bitukov@mail.ru

Information about the authors

Piven V. V., Doctor of Engineering, professor of the chair «Machines and equipment of oil and gas industry», Tyumen State Oil and Gas University, phone: 8(3452)414646

Bitukov G. E., postgraduate of the chair «Machines and equipment of oil and gas industry», Tyumen State Oil and Gas University, phone: 89222895494, e-mail: georgii_bitukov@mail.ru