

УДК 519.63+533.6

**ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ИССЛЕДОВАНИЯХ ЗАВИСИМОСТИ  
ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВОСХОДЯЩЕГО  
ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА ГАЗА ОТ СКОРОСТИ ПРОДУВА  
PARALLEL COMPUTATIONS IN STUDIES OF DEPENDENCE OF GAS  
DYNAMIC PARAMETERS OF UPWARD SWIRLING FLOW OF GAS  
ON BLOWING VELOCITY**

**Р. Е. Волков, А. Г. Обухов**

R. E. Volkov, A. G. Obukhov

*Тюменский государственный университет, Тюменский государственный нефтегазовый университет, г. Тюмень*

*Ключевые слова: полная система уравнений Навье — Стокса; краевые условия; параллельные вычисления; газодинамические характеристики*  
*Key words: complete system of Navier — Stokes equations; the boundary conditions; parallel computing; gas-dynamic characteristics*

Способ получения восходящего закрученного потока с помощью вертикального продува был предложен в работах [1–5] и успешно реализован в лабораторных условиях [6]. В этих работах было математически и численно смоделировано возникновение и развитие восходящего закрученного потока с использованием вертикального продува воздуха. В последней работе был экспериментально получен восходящий закрученный поток воздуха при продуве через трубу малого диаметра. Для получения достаточно больших значений скоростей окружного движения необходимо использовать трубу большего диаметра и большую скорость продува. Речь идет о проведении более масштабного натурного эксперимента.

Численное построение решений полной системы уравнений Навье — Стокса [7–12], описывающей трехмерные течения сжимаемого вязкого теплопроводного газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса, накладывает существенные ограничения на проведение численных экспериментов по детальному изучению возникающих сложных течений газа или жидкости. Необходимость учета диссипативных свойств вязкости и теплопроводности движущейся сплошной среды (даже при постоянных коэффициентах вязкости и теплопроводности) связано со значительным усложнением системы уравнений, ограничениями на величины расчетных шагов по пространству и времени, возрастанием общего времени счета.

Одним из возможных способов сокращения времени расчета может быть изменение алгоритма численного решения полной системы уравнений Навье — Стокса. В частности, распараллеливание вычислительной процедуры для более эффективного использования ресурсов вычислительной системы.

Целью данной работы является распараллеливание вычислительного алгоритма для численного решения полной системы уравнений Навье — Стокса и проведение численных расчетов по детальному исследованию зависимости всех газодинамических характеристик от скорости вертикального продува воздуха при проведении масштабного эксперимента.

*Полная система уравнений Навье — Стокса. Начальные и граничные условия.*

Для описания сложных течений упругой сплошной среды, обладающей диссипативными свойствами — вязкостью и теплопроводностью, в работе используется полная система уравнений Навье — Стокса, которая будучи записанной в безразмерных переменных с учетом действия сил тяжести и Кориолиса в векторной форме имеет следующий вид [7, 8, 12]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_t + \vec{V} \cdot \nabla \rho + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0, \\ \vec{V}_t + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \frac{T}{\rho} \nabla \rho + \frac{1}{\gamma} \nabla T = \vec{g} - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \frac{\mu_0}{\rho} \left[ \frac{1}{4} \nabla (\operatorname{div} \vec{V}) + \frac{3}{4} \Delta \vec{V} \right], \\ T_t + \vec{V} \cdot \nabla T + (\gamma - 1) T \operatorname{div} \vec{V} = \frac{\kappa_0}{\rho} \Delta T + \frac{\mu_0 \gamma (\gamma - 1)}{2\rho} \left\{ [(u_x - v_y)^2 + \right. \\ \left. + (u_x - w_z)^2 + (v_y - w_z)^2] + \frac{3}{2} [(u_y + v_x)^2 + (u_z + w_x)^2 + (v_z + w_y)^2] \right\}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $\mu_0 = 0,001$ ,  $\kappa_0 :: 1,458333\mu_0$  — значения безразмерных коэффициентов вязкости и теплопроводности.

В системе (1)  $t$  — время;  $x, y, z$  — декартовы координаты;  $\rho$  — плотность газа;  $V = (u, v, w)$  — вектор скорости газа с проекциями на соответствующие декартовы оси;  $T$  — температура газа;  $g = (0, 0, g)$  — вектор ускорения силы тяжести, а  $g = \text{const} > 0$ ;  $2\vec{\Omega} \times \vec{V} = (av \quad bw, \quad au, bu)$  — вектор ускорения силы Кориолиса,

где  $a = 2\Omega \sin \psi$ ,  $b = 2\Omega \cos \psi$ ,  $\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega \cos \psi \\ \Omega \sin \psi \\ 0 \end{pmatrix}$  — вектор угловой скорости вращения

Земли;  $\psi$  — широта точки  $O$  — начала декартовой системы координат  $x, y, z, O$ , вращающейся вместе с Землей.

В качестве начальных условий при описании соответствующих течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа в случае постоянных значений коэффициентов вязкости и теплопроводности взяты функции, задающие точное решение [13] системы (1):

$$k = \frac{l x_{00}}{T_{00}}, l = 0,0065 \frac{K}{m}, x_{00} = 50, T_{00} = 288^{\circ} K \quad (2)$$

$$\pi_{00}(x=1); kz \quad \varpi = \frac{\psi g}{k} = c \theta n s t > . \quad (3)$$

Расчетная область представляет собой прямоугольный параллелепипед с длинами сторон  $x^0=1$ ,  $y^0=1$  и  $z^0=0,04$  вдоль осей  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$  соответственно. Для плотности на всех шести гранях параллелепипеда ( $x=0$ ,  $x=x^0$ ,  $y=0$ ,  $y=y^0$ ,  $z=0$ ,  $z=z^0$ ) ставится «условие непрерывности» потока [14]. Краевые условия для компонент вектора скорости газа соответствуют «условиям непротекания» для нормальной составляющей вектора скорости и «условиям симметрии» для двух других компонент вектора скорости. Для температуры на всех шести гранях задаются условия теплоизоляции [14]. Продув газа через вертикальную трубу моделируется заданием вертикальной скорости течения газа в зависимости от времени  $t$  в виде

$$w(t) = M \sin(\omega t) \quad (4)$$

через квадратное отверстие размером  $0,1\xi$  в центре верхней грани расчетной области, где  $M$  — максимальная скорость продува.

Расчеты проводились при следующих входных параметрах: масштабные размерные значения плотности, скорости, расстояния и времени равны соответственно

$$\pi_{00} = 1,2928 \frac{кг}{м^3}, u_{00} = 333 \frac{м}{с}, x_{00} = 50 м, t_{00} = x_{00} / u_{00} = 0,15 с.$$

Разностные шаги по трем пространственным переменным  $\tau_{1x} = \tau_{1y} = 0,005$  (размерное значение  $0,25$  м),  $\tau_{1z} = 0$ , (размерное значение  $0,2$  м), а шаг по времени  $\tau_{1t} = 0,001$  (размерное значение  $0,00015$  с).

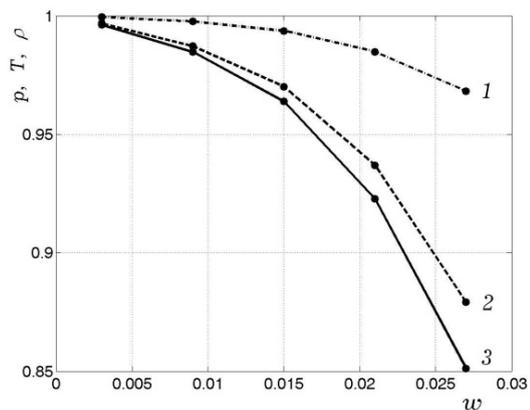
Для реализации программы расчета полной системы уравнений Навье — Стокса на каждом шаге по времени в параллельном режиме была использована библиотека Task Parallel Library (TPL) на платформе .NET Framework 4.0 с использованием языка программирования С#. Использование указанной библиотеки считается предпочтительным способом работы с потоками в среде .NET, поскольку она динамически масштабирует степень параллелизма для наиболее эффективного использования всех доступных процессоров [15, 16]. Для расчета значений газодинамических функций во внутренних точках расчетной области используется механизм распараллеливания вычислений. Механизм применяется к измерению  $Z$ . Максимальное количество возможных создаваемых потоков равняется  $N$ .

Для каждой конфигурации компьютера определяется количество процессоров, и создается соответствующее количество потоков. Расчет распределяется между доступными потоками. После того как потоки закончили расчет одной части расчетной области, они переходят к следующей, и так пока не будут обработаны все внутренние точки на текущем шаге по времени. В процессе расчета значений функций во внутренних точках  $n$ -го шага по времени используются данные в соответствующих внутренних точках с предыдущего  $n-1$ -го шага по времени, а расчет граничных условий на конкретном шаге по времени требует данных с текущего шага по времени. Массивы для хранения данных создаются таким образом, что для  $Z$  каждый элемент является отдельным объектом, и каждый поток расчета работает в рамках одного объекта, поэтому не возникает случаев взаимоблокиров-

ки одного объекта в процессе расчета. После завершения расчета всех граничных условий происходит смена массивов с «текущих» на «предыдущие». Далее через указанные интервалы времени происходит сохранение массивов на жесткий диск. Процесс выполняется отдельно от расчета отдельным потоком, чтобы потоки расчета не ожидали завершения записи файлов на диск.

Были проведены *расчеты* всех газодинамических характеристик трехмерных нестационарных течений вязкого теплопроводного газа в восходящих закрученных потоках для пяти значений скорости продува. На рис. 1 представлены результаты расчета минимальных безразмерных значений плотности, температуры и давления газа, возникающих в центральной части расчетного параллелепипеда к моменту выхода потока на стационарный режим для пяти различных безразмерных значений вертикальной скорости продува.

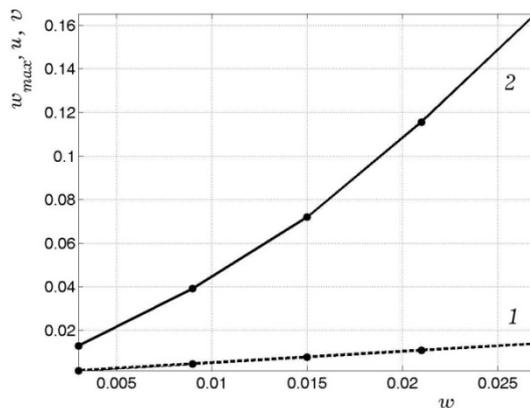
*Рис. 1. Зависимость минимальных безразмерных значений*  
**1 — плотности,**  
**2 — температуры и**  
**3 — давления газа**  
*от скорости продува*



Из расчетов следует, что все три термодинамические характеристики с ростом скорости продува нелинейно уменьшаются по квадратичной зависимости. Минимальная плотность газа меняется от значения 0,9994 при скорости 0,003 до 0,9682 при скорости 0,027. Минимальная температура изменяется от 0,9968 до 0,8791, а минимальное давление от 0,9962 до 0,8512 при тех же значениях скорости продува. Для всех значений скорости продува давление газа практически совпадает с произведением плотности на температуру.

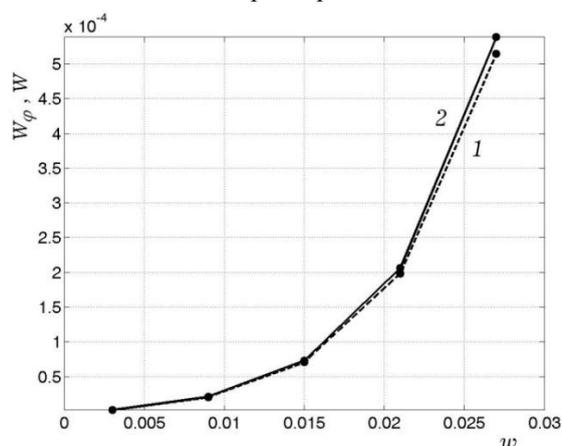
На рис. 2 приведены результаты расчета безразмерных максимальных значений вертикальной и двух других компонент скорости течения газа в центральной части расчетного параллелепипеда после выхода на стационарный режим течения для тех же пяти значений скорости продува.

*Рис. 2. Зависимость максимальных безразмерных скоростных характеристик течения газа от скорости продува*  
**1 —  $w_{max}$ , 2 —  $u, v$**



Из расчетов следует, что максимальное значение вертикальной скорости течения газа в восходящем закрученном потоке линейно возрастает от 0,0015 до 0,0139 при увеличении скорости продува. Максимальные же безразмерные значения скоростей  $u, v$  совпадают друг с другом, и с ростом скорости продува их изменение заметно отличается от линейного. Эти две компоненты скорости течения газа фактически являются окружной скоростью вращения потока газа. Численные значения окружной скорости изменяются от 0,0122 до 0,1652.

На рисунке 3 представлены графики зависимости от скорости продува  $w$  рассчитанных безразмерных значений для двух видов энергии восходящего закрученного потока после выхода на стационарный режим.



*Рис. 3. Зависимость максимальных безразмерных значений полной  $W$  кинетической энергии — 2 и вращательной  $W_{\phi}$  кинетической энергии — 1 движения потока газа*

Сплошная линия соответствует полной  $W$  кинетической энергии, а пунктирная линия — вращательной  $W_{\phi}$  кинетической энергии движения потока газа. Для двух

видов кинетической энергии характерен нелинейный характер зависимости от скорости продува газа. Кроме того, вклад кинетической энергии вращательного движения в полную кинетическую энергию всего восходящего закрученного потока составляет 96 %.

Благодаря предложенной методике распараллеливания алгоритма численного решения полной системы уравнений Навье — Стокса в данной работе проведен обширный численный эксперимент по изучению зависимости газодинамических характеристик восходящего закрученного потока от скорости вертикального продува. Подобные зависимости имеют принципиальное значение для формулирования конкретных предложений для проведения масштабного натурного эксперимента по созданию восходящего закрученного потока, инициированного вертикальным продувом газа.

*Исследования поддержаны Министерством образования и науки РФ (проект № 3023).*

**Список литературы**

1. Абдубакова Л. В., Обухов А. Г. Численный расчет скоростных характеристик трехмерного восходящего закрученного потока газа // Известия вузов. Нефть и газ. – 2014. – № 3 – С. 88–94.
2. Обухов А. Г., Абдубакова Л. В. Численный расчет термодинамических характеристик трехмерного восходящего закрученного потока газа // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математические науки. Информатика. – 2014. – № 7. – С. 157-165.

3. Абдубакова Л. В., Обухов А. Г. Численный расчет термодинамических параметров закрученного потока газа, инициированного холодным вертикальным продувом // Известия вузов. Нефть и газ. – 2014. – № 5 – С. 57-62.
4. Абдубакова Л. В., Обухов А. Г. Расчет плотности, температуры и давления трехмерного восходящего закрученного потока газа при вертикальном продуве // Нефтегазовое дело. – 2014. – Том 12. – № 3. – С.116-122.
5. Обухов А. Г., Абдубакова Л. В. Численный расчет скоростных характеристик закрученного потока газа, инициированного холодным вертикальным продувом // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2015. – Т. 1. – № 2 (2). – С. 124-130.
6. Баутин С. П., Баутин К. В., Макаров В. Н. Экспериментальное подтверждение возможности создания потока воздуха, закрученного силой Кориолиса // Вестник УрГУПС. – 2013. – № 2 (18). – С. 27-33.
7. Баутин С. П. Представление решений системы уравнений Навье — Стокса в окрестности контактной характеристики // Прикладная математика и механика. – 1987. – Т. 51. – Вып. 4. – С. 574-584.
8. Баутин С. П., Обухов А. Г. Математическое моделирование разрушительных атмосферных вихрей. – Новосибирск: Наука, 2012. – 152 с.
9. Баутин С. П., Обухов А. Г. Математическое моделирование и численный расчет течений в придонной части тропического циклона // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математические науки. Информатика – 2012. – № 4. – С. 175-183.
10. Обухов А. Г. Математическое моделирование и численные расчеты течений в придонной части торнадо // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математические науки. Информатика – 2012. – № 4. – С. 183–189.
11. Баутин С. П., Обухов А. Г. Математическое моделирование придонной части восходящего закрученного потока // Теплофизика высоких температур. – 2013. – Т. 51. – № 4. – С. 567-570.
12. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г., Баутин К. В. Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты. – Новосибирск: Наука; Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2013. – 215 с.
13. Баутин С. П., Обухов А. Г. Одно точное стационарное решение системы уравнений газовой динамики // Известия вузов. Нефть и газ. – 2013. – № 4. – С. 81-86.
14. Баутин С. П., Обухов А. Г. Об одном виде краевых условий при расчете трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа // Известия вузов. Нефть и газ. – 2013. – № 5. – С. 55-63.
15. Библиотека параллельных задач (TPL) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://msdn.microsoft.com/ru-ru/library/dd460717>
16. Параллельное программирование с помощью языка C#. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.microsoftvirtualacademy.com/training-courses/parallel-programming-c-sharp-rus>

#### ***Сведения об авторах***

***Волков Роман Евстафьевич***, аспирант кафедры «Алгебра и математическая логика», Тюменский государственный университет, г. Тюмень, тел. +79129211245

***Обухов Александр Геннадьевич***, д. ф.-м. н., профессор кафедры «Бизнес-информатика и математика», Тюменский государственный нефтегазовый университет, г. Тюмень, тел. 89220014998, e-mail: [aobukhov@tsoгу.ru](mailto:aobukhov@tsoгу.ru)

#### ***Information about the authors***

***Volkov R. E.***, postgraduate of the chair «Algebra and Mathematical Logic», Tyumen State University, phone: +79129211245

***Obukhov A. G.***, Doctor of Physics and Mathematics, professor of the chair «Business Informatics and Mathematics», Tyumen State Oil and Gas University, phone: 89220014998, e-mail: [aobukhov@tsoгу.ru](mailto:aobukhov@tsoгу.ru)