

Бурение скважин и разработка месторождений

Drilling of wells and fields development

DOI: 10.31660/0445-0108-2019-1-30-38

УДК 532.546:949.8

Численный анализ вытеснения по модели Маскета — Леверетта при изменении вязкости нефти в процессе добычи

Бочаров О. Б.¹, Телегин И. Г.^{2*}

¹Новосибирский технологический центр АО «Бейкер Хьюз», г. Новосибирск, Россия

²Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, Россия

* e-mail: igtelegin@yandex.ru

Аннотация. В работе изучается модификация модели Маскета — Леверетта, учитывающая зависимость вязкости нефти от динамической водонасыщенности. Приведены численный анализ структуры решений, влияние изменений вязкости на конвективный, капиллярный и гравитационный потоки. Исследуется изменение темпов заводнения нефтяного пласта при снижении вязкости нефти.

Ключевые слова: модель Маскета — Леверетта; вязкость нефти; водонасыщенность

Numerical analysis of the displacement by Muskat — Leverett model with oil viscosity change in crude oil production

Oleg B. Bocharov¹, Igor G. Telegin^{2*}

¹Novosibirsk Technology Center JSC «Baker Hughes», Novosibirsk, Russia

²Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

* e-mail: igtelegin@yandex.ru

Abstract. The article deals with the modification of the Muskat — Leverett model, taking into account the dependence of oil viscosity on dynamic water saturation. We fulfill numerical analysis of the solutions structure and show the effect of viscosity changes on the convective, capillary and graphite flows. The article investigates the change in the rate of flooding of the oil reservoir while reducing the oil viscosity.

Key words: Muskat — Leverett model; oil viscosity; water saturation

Введение

В ряде работ С. А. Жданова, В. И. Титова, А. В. Сорокина, В. Д. Сорокина и др. [1–4] показано, что физико-химические свойства нефти, добываемой на раз-

ных этапах эксплуатации нефтяных месторождений, могут серьезно варьироваться. Для изучения влияния вариации вязкости нефти на решения задач двухфазной фильтрации в работе [5] численно исследовалась модификация модели Баклея — Леверетта (БЛ модель), в которой изменение вязкости нефти моделировалось с помощью зависимости отношения вязкостей от динамической водонасыщенности. В данной работе по аналогии с работой [5] рассматривается соответствующая модификация двухфазной изотермической модели Маскета — Леверетта (МЛ модель), учитывающая капиллярные силы. Проводится анализ численных решений модифицированной МЛ модели с разными параметрами. Изучается влияние изменений вязкости нефти на капиллярную, гравитационную и конвективную составляющие потока.

Уравнение МЛ модели

Уравнение для водонасыщенности $s(x, t)$ МЛ модели в одномерном случае, при заданной суммарной скорости фильтрации $v(t)$, можно записать в виде [6]

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K_0 a(s) (-\frac{\partial p_c(s)}{\partial x} - f_1) - v(t) b(s)) = -\frac{\partial v_1}{\partial x}, \quad (1)$$

где x — пространственная переменная, $0 \leq x \leq L$; t — время; s — динамическая водонасыщенность порового пространства, определяемая по формуле

$$s = (s_1 - S_1^0) / (1 - S_1^0 - S_2^0),$$

где s_i — истинная насыщенность флюидом порового пространства (индекс $i = 1$ соответствует воде, а $i = 2$ — нефти), S_i^0 — остаточная насыщенность i -й фазы,

$m = m_0(1 - S_1^0 - S_2^0)$, m_0 — пористость; K_0 — тензор абсолютной проницаемости, $a(s) = k_2(s)b(s)/\mu_2$, $b(s) = k_1(s)/(k_1(s) + \mu k_2(s))$ — доля водяной фазы в потоке, $\mu = \mu_1/\mu_2$, μ_i — вязкость i -й фазы, $k_i(s)$ — относительные фазовые проницаемости; $p_c(s) = (m_0/K_0)^{1/2} \sigma j(s)$ — капиллярное давление; v_i — скорость фильтрации i -й фазы, $v = v_1 + v_2$; $j(s)$ — функция Леверетта, σ — коэффициент поверхностного натяжения; $f_1 = (\rho_1 - \rho_2) \vec{g} \cdot \vec{e}_x$, $\vec{g} \cdot \vec{e}_x = g \cdot \cos(\vec{g}, \vec{e}_x)$, \vec{e}_x — орг оси OX, \vec{g} — вектор ускорения свободного падения, g — ускорение свободного падения, ρ_1 — плотность воды, ρ_2 — плотность нефти.

Свойства функциональных параметров МЛ модели, а также качественные свойства ее решений описаны в работе [6]. Отметим, что $k_1(0) = k_2(1) = j(1) = 0$; $j(s) > 0$, $dj/ds \leq 0$, $s \in [0, 1]$. В данной работе изучаются решения в условиях несжимаемости жидкостей ($\rho_i = const$), в негоризонтальном $\vec{g} \neq \vec{0}$ несжимаемом ($m_0 = const$), однородном ($K_0 = const$) нефтяном пласте.

Главная расчетная характеристика при разработке нефтяных месторождений — водонасыщенность (нефтенасыщенность). Поэтому для моделирования эффекта увеличения вязкости нефти можно использовать следующую зависимость μ_2 от $s(x, t)$:

$$\mu_2(s) = \mu_2^0 + (\mu_2^1 - \mu_2^0) \cdot s^\alpha, \quad \alpha > 0, \quad (2)$$

где μ_2^0 — значение вязкости нефти при $s = 0$, μ_2^1 — значение вязкости нефти при $s = 1$. При $\mu_2^1 = \mu_2^0$ получим классическую МЛ модель.

Положив $v(t) = V_0 = const$, введем безразмерные переменные: $\tilde{x} = x/L$, $\tilde{t} = tV_0/(mL)$, $\tilde{\mu}_2 = \mu_2/\mu_2^0$, $\tilde{\mu}_1 = \mu_1/\mu_2^0$, $\tilde{\mu}_2^1 = \mu_2^1/\mu_2^0$. Волна над безразмерными переменными далее опускается, и уравнение (1) запишется в виде

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon a(s) \frac{\partial(-j(s))}{\partial x} - Ga(s) - b(s)) \equiv -\frac{\partial v_1}{\partial x}, \quad (3)$$

где $a(s) = k_2(s)b(s)/\mu_2(s)$, $\varepsilon = \sigma(m_0K_0)^{1/2}/(V_0L\mu_2^0)$ — капиллярный параметр; $G = K_0(\rho_1 - \rho_2)\vec{g} \cdot \vec{e}_x/(V_0\mu_2^0)$ — гравитационный параметр. При $\varepsilon = 0$ будем иметь БЛ модель. Отметим, что μ_2^1 после обезразмеривания выражает, во сколько раз вязкость $\mu_2(1)$ больше вязкости $\mu_2(0)$, а формула (2) приводится к виду

$$\mu_2(s) = 1 + (\mu_2^1 - 1) \cdot s^\alpha.$$

Начальные условия для водонасыщенности в задаче (3) будем задавать в виде

$$s(x, 0) = s_0(x) = 0. \quad (4 \text{ а})$$

Краевое условие для (3) на входе зададим в виде расхода вытесняющей фазы [7, 8]

$$v_1|_{x=0} = -(\varepsilon a(s) \frac{\partial(-j(s))}{\partial x} - Ga(s) - b(s))|_{x=0} = 1. \quad (4 \text{ б})$$

Для задания условия на правом конце используем следующую гипотезу: доля фазы в суммарном потоке на выходе из пористой среды пропорциональна ее подвижности. Эта гипотеза приводит к следующему условию на правом конце [7, 8]:

$$\varepsilon a(s) \frac{\partial(-j(s))}{\partial x} - Ga(s)|_{x=1} = 0. \quad (4 \text{ в})$$

Особенности вычислительного алгоритма

Алгоритм численного расчета начально-краевых задач МЛ модели описан в работах [7–9]. Для контроля и анализа полученных решений на каждом временном шаге вычислялись следующие характеристики процесса вытеснения: $x_f(t)$ — предельная точка распространения фронта водонасыщенности; $x_c(t)$ — положение фронтальной насыщенности s_c в БЛ модели, которая определяется решением нелинейного уравнения $d(b(s_c))/ds - b(s_c)/s_c = 0$ с помощью метода деления пополам;

$\eta(t) = \int_0^1 s(x, t) dx \cdot 100\%$ — обводненность нефтяного пласта, которую вычисляли

численным интегрированием по формуле трапеций.

Кроме обводненности, находили разницу обводненностей: $\Delta\eta(t) = \eta_k(t) - \eta_\mu(t)$, где $\eta_k(t)$ — обводненность по классической модели ($\mu_2^1 \equiv 1$), $\eta_\mu(t)$ — обводненность по модели с зависимостью вязкости от водонасыщенности. В работе мы использовали следующие параметры:

$$k_1 = s^2, k_2 = (1 - s)^2, j = (1 - s)/(0,9 + s), \mu_1 = 0,1.$$

Заводнение пласта при разных α , ε и $G=0$

Увеличение вязкости нефти при росте водонасыщенности реализуется условием $\mu_2^1 > 1$. На рисунке 1 приведен пример расчета при $\varepsilon = 0,1$, $\alpha = 1$. Соответствующие обводненности выведены на рисунке 2. Из рисунков видно, что увеличение μ_2^1 изменяет профиль решения:

- растет μ_2 , значит, $\mu = \mu_1/\mu_2$ уменьшается, это приводит к уменьшению фронтальной водонасыщенности s_c , а значит, для сохранения баланса увеличивается скорость движения фронта $x_f(t)$ [10];
- снижается темп роста водонасыщенности вблизи левого края $x = 0$;
- при росте μ_2 графики обводненности нефтяного пласта $\alpha = 1$ располагаются ближе к оси t , это значит, заводнение пласта замедляется [10].

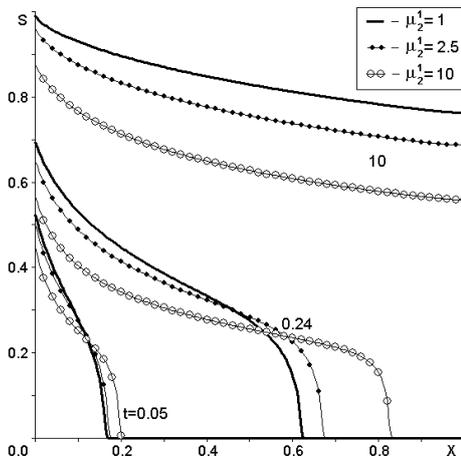


Рис. 1. Решения $s(x,t)$ при $\alpha = 1$ и фиксированных $\varepsilon = 0,1$, $G = 0$

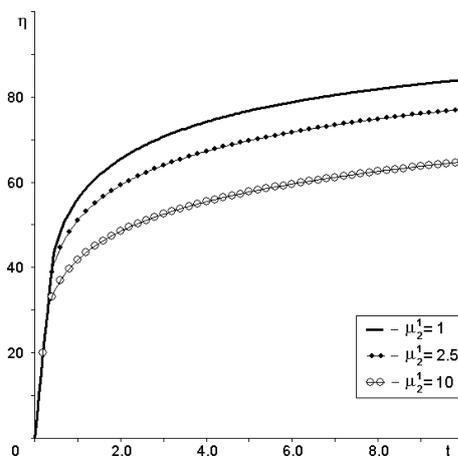


Рис. 2. Графики обводненностей к рисунку 1

На рисунке 3 приведен пример, в котором $\alpha = 5$ (остальные параметры те же, что и на рис. 1). Сравнение с рисунком 1 показывает, что увеличение α уменьшает разницу с классической МЛ моделью. В этой серии расчетов деформация профилей решения существенно меньше, чем для серии расчетов с $\alpha = 1$. Отметим, что до прихода воды (вытеснителя) на правый край пласта разница между решениями с графической точностью неразличима.

Из литературных источников [3, 4] известны случаи, когда вязкость нефти в процессе разработки снижается. Снижение вязкости нефти моделируется заданием параметра μ_2^1 в интервале $(0,1)$. Для разных $\mu_2^1 < 1$ и $\alpha = 1$ на рисунке 4 приведены полученные решения.

Из рисунка 4 видно, что результаты расчетов прямо противоположны варианту с $\mu_2^1 > 1$ (см. рис. 1). Можно выделить следующие особенности решений с $\mu_2^1 < 1$:

- уменьшается μ_2 , значит, параметр $\mu = \mu_1/\mu_2$ растет, это приводит к увеличению фронтальной водонасыщенности s_c , и для сохранения баланса снижается скорость движения фронта $x_f(t)$ [10];
- ускоренный рост водонасыщенности вблизи левого края $x = 0$;
- заводнение пласта ускоряется [10].

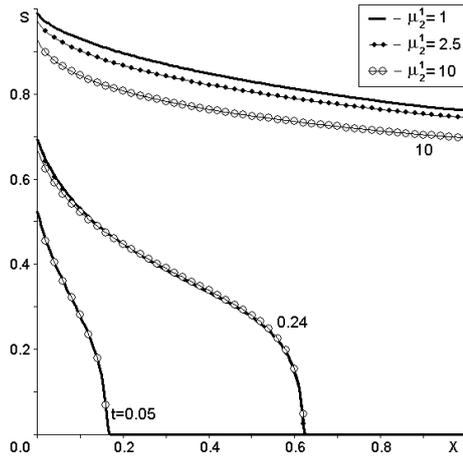


Рис. 3. Решения $s(x,t)$ при $\alpha = 5$, $\mu_2^1 > 1$ и фиксированных $\varepsilon = 0,1$, $G = 0$

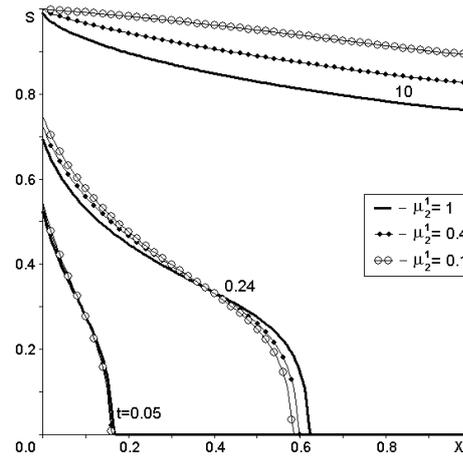


Рис. 4. Решения $s(x,t)$ при $\alpha = 1$, $\mu_2^1 < 1$

Параметр ε определяет величину капиллярных сил в (3)–(4), при $\varepsilon = 0$ будем иметь модель конвективного переноса Баклея — Лавретта с вязкостью нефти, зависящей от $s(x,t)$ [5], такое решение по БЛ модели приведено на рисунке 5 при $\mu_2^1 > 1$. Увеличение ε приводит к решениям МЛ модели, которые похожи на решения капиллярной пропитки [11]. На рисунке 6 приведены такие решения при $\varepsilon = 1$. Сравнив рисунок 5 с рисунками 1, 4 и 6, можно прийти к выводу, что зависимость вязкости нефти от s действует на капиллярное и конвективное слагаемые по-разному. Увеличение $\mu_2(s)$ в случае пропитки тормозит $x_f(t)$, в то же время в случае БЛ модели увеличение параметра μ_2^1 уменьшает s_c (рис. 7), и поэтому $x_f(t)$ движется быстрее, чем в классической БЛ модели. Поэтому на рисунке 5 ($\varepsilon = 0$) наблюдается наибольшая разница положений фронтов $x_f(t)$, а наименьшая разница наблюдается на рисунке 6 при $\varepsilon = 1$.

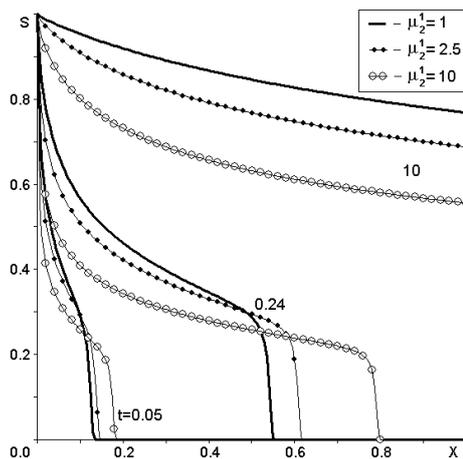


Рис. 5. Решения по БЛ модели с $\alpha = 1$

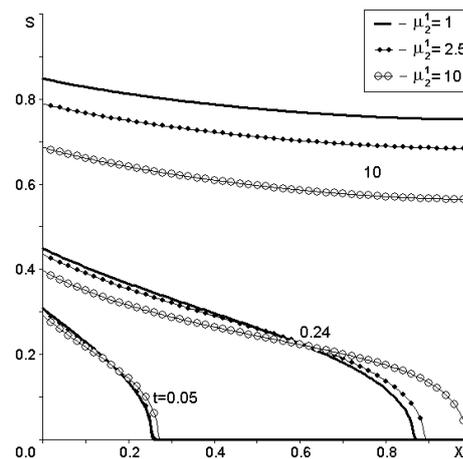


Рис. 6. Решения по МЛ модели с $\alpha = 1$ и $\varepsilon = 1$

На рисунке 7 приведены фронтовые насыщенности s_c в БЛ модели при разных μ_2^1 . Из рисунка следует, что при небольшой начальной вязкости нефти $\mu_2(0)$ («легкая» нефть) изменение μ_2^1 оказывает серьезное влияние на s_c (на рисунке при $\mu(0)=1$ и $\mu(0) = 0,5$) и, следовательно, на конечное решение $s(x,t)$. В то же время для высоковязких нефтей (на рисунке при $\mu(0) = 0,02$) вариация μ_2^1 влияет на s_c существенно меньше.

На рисунке 8 представлены графики разницы обводненностей при $\alpha = 1$ и разных ε . Из рисунка можно проследить следующие тенденции:

- функция $\Delta\eta(t)$ в большей степени чувствительна к изменениям μ_2^1 и в меньшей степени к изменению ε ;
- $\Delta\eta(t)$ изменяется немонотонно: возрастает до некоторого момента, а затем монотонно убывает до 0, что связано с выходом решения на $s = 1$;
- графики $\Delta\eta(t)$ разделяются на серии по μ_2^1 , в сериях разделение по ε , внутри серии $\max(\Delta\eta(t))$ быстрее достигается у решений с меньшим ε . Выход на ноль у решений с меньшим ε происходит быстрее.

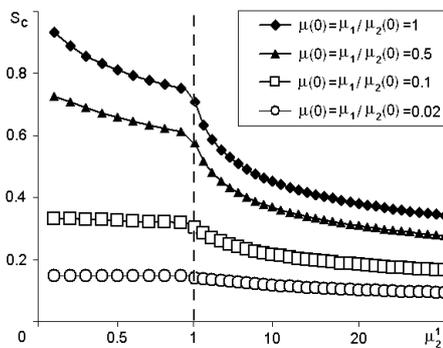


Рис. 7. Параметр s_c в БЛ модели при разных μ_2^1

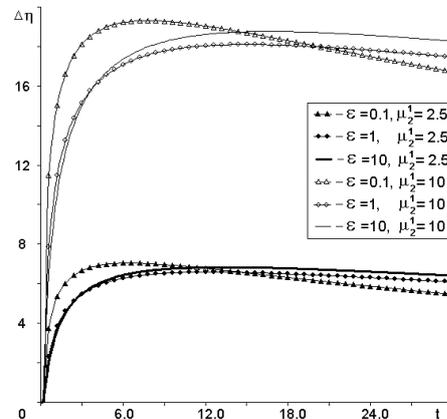


Рис. 8. Графики $\Delta\eta(t)$ при разных μ_2^1 и ε

Вытеснение с верхнего края пласта при $\varepsilon = 0,1$, $\alpha = 1$ и $G > 0$

На рисунке 9 приведены решения, полученные при $G = 0,5$. Из рисунка следует, что процесс вытеснения можно разделить на два этапа. На первой стадии наблюдается более быстрое, чем при $G = 0$ (см. рис. 1), вытеснение. На второй стадии имеют место стабилизация решения и выход его на некоторый стационарный профиль $s_G(x)$, при котором конвективный перенос и капиллярное впитывание «воды» уравниваются всплытием нефти. Максимум водонасыщенности в точке $x = 1$ объясняется использованием краевого условия (4 в), которое приводит к выражению $\frac{\partial s}{\partial x} = G / (-\varepsilon \cdot \frac{dj}{ds}) > 0$. Из рисунков 9 и 10 (на котором приведены $\Delta\eta(t)$) можно выделить следующие особенности влияния G на решение $s(x,t)$:

- с увеличением G максимум $\Delta\eta(t)$ уменьшается и достигается быстрее. При больших значениях G $\Delta\eta(t)$ быстрее выходит на значение 0.
- функция $\mu_2(s)$ при $G > 0$ до прихода воды к правому краю $x = 1$ влияет на решение $s(x,t)$ почти так же, как и при $G = 0$. После прихода воды разница между решениями уменьшается тем быстрее, чем больше G .

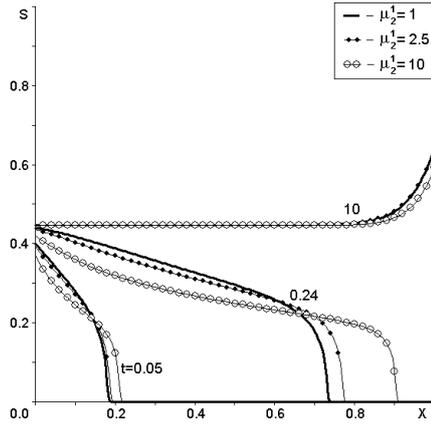


Рис. 9. Решения при $G = 0,5$, $\varepsilon = 0,1$, $\alpha = 1$

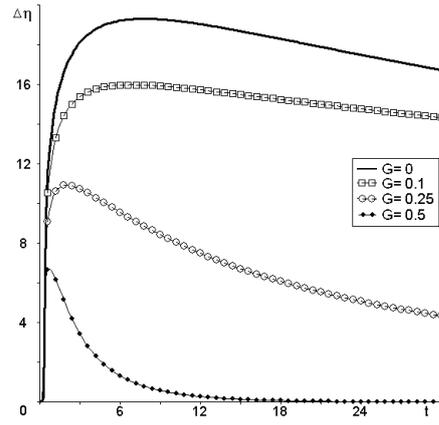


Рис. 10. Графики $\Delta\eta(t)$ при $\mu_2^1 = 10$ и разных $G > 0$, $\varepsilon = 0,1$, $\alpha = 1$

Вытеснение с нижнего края пласта при $\varepsilon = 0,1$, $\alpha = 1$ и $G < 0$

На рисунке 11 приведены решения задачи вытеснения нефти снизу, то есть при $G < 0$. В этом случае после подхода фронта вытеснения к правому концу $x = 1$, учет гравитационного всплытия нефти условием (4 в), приводит к минимуму водонасыщенности на правом конце [7] и подъему решения вблизи левого края $x = 0$. Фронт $x_f(t)$ движется медленнее, чем в случае $G = 0$ (см. рис. 1). Зависимость вязкости нефти от s сильно изменяет классический профиль решения $s(x,t)$:

А) при $\mu_2^1 > 1$ (см. рис. 11 а) фронт $x_f(t)$ продвигается быстрее, чем в классической модели, решения сильно опускаются; таким образом, влияние гравитационного слагаемого ослабляется влиянием зависимости μ_2 от водонасыщенности.

Б) при $\mu_2^1 < 1$ (см. рис. 11 б) фронт $x_f(t)$ продвигается медленнее, чем в классической модели. Подъем решения вблизи точки $x = 0$ весьма интенсивен, и при $\mu_2^1 = 0,1$ профиль решения становится подобен поршневному вытеснению. Таким образом, влияние гравитационного слагаемого усиливается влиянием зависимости μ_2 от s .

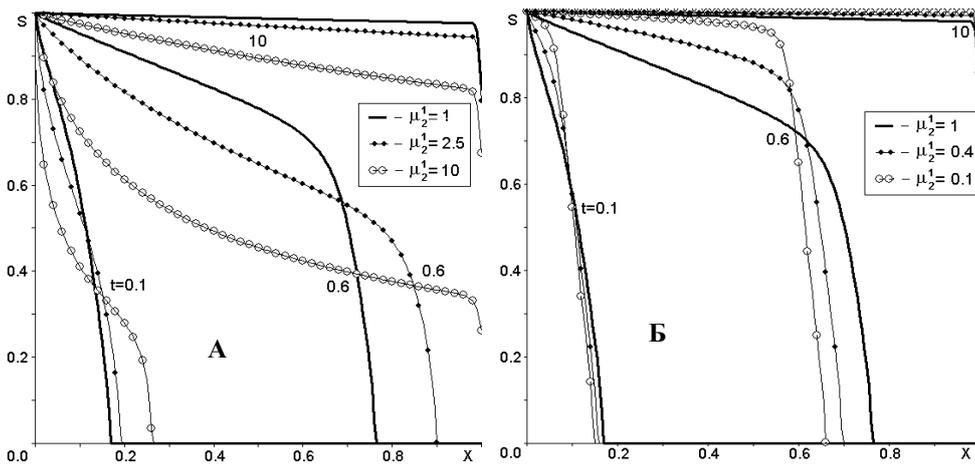
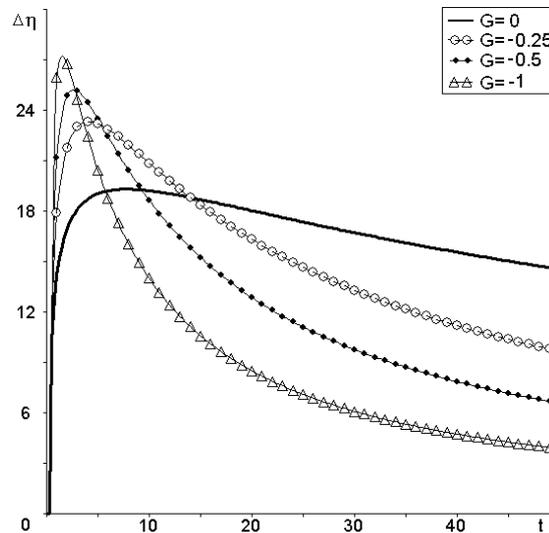


Рис. 11. Решения $s(x,t)$ с учетом массовых сил: А) $\mu_2^1 > 1$, $G = -2$; Б) $\mu_2^1 < 1$, $G = -2$

На рисунке 12 приведены графики $\Delta\eta(t)$ для разных G . Из рисунка видно, что с уменьшением G максимум $\Delta\eta(t)$ увеличивается, и этот максимум достигается быстрее, а функция $\Delta\eta(t)$ быстрее сходится к 0 при уменьшении G .

Рис. 12. Графики $\Delta\eta(t)$
при разных $G < 0$ и
фиксированных $\mu_2^1 = 10$, $\alpha = 1$,
 $\varepsilon = 0,1$



Выводы

Расчеты с использованием модифицированной модели Маскета — Леверетта качественно соответствуют наблюдаемым на нефтяных месторождениях изменениям в процессе разработки:

- после прихода воды на добывающие скважины снижаются темпы отбора нефти больше чем по классическим моделям;
- достижение расчетного коэффициента извлечения нефти (КИН) из-за увеличения вязкости нефти серьезно осложняется, и потому срок разработки месторождения увеличивается;
- настройку данной модели на конкретное месторождение с определенным составом нефти необходимо проводить, используя натурные данные или эксперименты с реальными образцами.

Библиографический список

1. Титов В. И., Жданов С. А. Изменение состава пластовых нефтей при разработке месторождений (Обзор) // Нефтяное хозяйство. — 1988. — № 8. — С. 26–28.
2. Сорокин А. В., Сорокин В. Д. Исследование процесса изменчивости физико-химических свойств пластовой нефти при разработке месторождений Западной Сибири. — Тюмень: Вектор Бук. — 2004. — 237 с.
3. Ковда Д. А., Мастобаев Б. Н. Изменение физико-химических свойств нефти при добыче (на примере месторождений РФ) и влияние их на процессы подготовки и транспорта // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. — 2013. — № 1. — С. 9–12.
4. Методы извлечения остаточной нефти / М. Л. Сургучев [и др.]. — М.: Недра, 1991. — 348 с.
5. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Один из подходов к учету влияния изменения свойств нефти на процесс нефтедобычи // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. — 2011. — № 1. — С. 37–41.

6. Антонцев С. Н., Кажихов А. В., Монахов В. Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. – Новосибирск: СО АН СССР, Наука. – 1983. – 316 с.
7. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Анализ влияния гравитационных сил на распределение водонасыщенности вблизи нефтяных скважин // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2011. – № 3. – С. 30–35.
8. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Влияние граничных условий на водонасыщенность вблизи скважин // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2011. – № 2. – С. 19–26.
9. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Сравнение модели фильтрации несмешивающихся жидкостей с фазовыми подвижностями и модели Маскета — Леверетта // Теплофизика и аэромеханика. – 2004. – Т. 9, № 4. – С. 597–605.
10. Швидлер М. И., Леви Б. И. Одномерная фильтрация несмешивающихся жидкостей. – М.: Недра, 1970. – 156 с.
11. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Численное моделирование термокапиллярной противоточной пропитки // Теплофизика и аэромеханика. – 2005. – Т. 12, № 3. – С. 433–444.

Сведения об авторах

Бочаров Олег Борисович, к. ф.-м. н., доцент, Новосибирский технологический центр АО «Бейкер Хьюз», г. Новосибирск, e-mail: oleg.bocharov@bakerhughes.com

Телегин Игорь Григорьевич, к. ф.-м. н., Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, e-mail: igtelegin@yandex.ru

Information about the authors

Oleg B. Bocharov, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Novosibirsk Technology Center JSC «Baker Hughes», Novosibirsk, e-mail: oleg.bocharov@bakerhughes.com

Igor G. Telegin, Candidate of Physics and Mathematics, Industrial University of Tyumen, e-mail: igtelegin@yandex.ru