

**Моделирование влияния неоднородности наклона пласта
на противоточную капиллярную пропитку**

И. Г. Телегин

*Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, Россия
e-mail: igtelegin@yandex.ru*

Аннотация. Капиллярная пропитка является важнейшей стадией многих технологических процессов. В работе изучается частный вопрос о влиянии непостоянного наклона на решения задачи противоточной капиллярной пропитки в изотермическом случае.

Ключевые слова: двухфазная фильтрация; капиллярное давление; водонасыщенность; противоточная капиллярная пропитка

**Modeling of influence of heterogeneity gradient for counter-current
capillary imbibition**

Igor G. Telegin

*Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia
e-mail: igtelegin@yandex.ru*

Abstract. Capillary imbibition is the most important stage in many technological processes. The article is devoted to studying the special question of the influence of the non-constant slope on the solutions of counter-current capillary imbibition problem in the isothermal case.

Key words: two-phase filtration; capillary pressure; water saturation; counter-current capillary imbibition problem

Введение

Капиллярные силы в моделях двухфазной фильтрации играют важную роль в процессах капиллярного впитывания смачивающей жидкости в пористые среды, насыщенные несмачивающей жидкостью или газом. Это явление, называемое капиллярной пропиткой, имеет место в технологиях добычи нефти и газа, почвоведении, химической промышленности и т. д. [1, 2]. В настоящей работе изучается частный вопрос о влиянии непостоянного наклона пласта на решения задачи противоточной капиллярной пропитки в изотермическом случае. Отметим, что подобная задача применительно к модели фильтрации Рапопорта — Лиса изучалась в работе [3].

Уравнения модели

Одномерная модель капиллярной пропитки двух несмешивающихся жидкостей в однородной пористой среде с учетом массовых сил имеет вид [1, 2]

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (Ka_0(s) \left(-\frac{\partial p_c(s)}{\partial x} - f_1 \right)) \equiv -\frac{\partial v}{\partial x}, \quad (1)$$

где t — время; x — пространственная координата; $0 \leq x \leq L$, $s = (s_w - S_w^0)/(1 - S_w^0 - S_o^0)$ — динамическая насыщенность смачивающей фазы (воды); s_w — истинная насыщенность смачивающей фазы, $(S_w^0, S_o^0) = const$ — остаточные водо- и нефтенасыщенности; $m = m_0(1 - S_w^0 - S_o^0)$; m_0 — открытая пористость коллектора; $K = const$ — абсолютная проницаемость пласта; $a_0(s) = k_w(s)k_o(s)/(\mu_o(k_w(s) + \mu k_o(s)))$, $p_c(s) = (m_0/K)^{1/2} \sigma j(s)$ — капиллярное давление; σ — коэффициент поверхностного натяжения; $j(s)$ — функция Леверетта; $k_i(s)$ — относительные фазовые проницаемости (нижний индекс w означает воду; а o — нефть); $\mu = \mu_w/\mu_o$, μ_i — вязкости; $f_1 = (\rho_w - \rho_o) \vec{g} \cdot \vec{e}_X$, $\vec{g} \cdot \vec{e}_X = g \cdot \cos(\vec{g}, \vec{e}_X)$, \vec{e}_X — орт вектора оси OX (ось OX направлена от подачи воды к линии отбора жидкости); g — ускорение свободного падения, ρ_w — плотность воды; ρ_o — плотность нефти; v — скорость фильтрации смачивающей фазы (воды). Отметим, что $k_w(0) = k_o(1) = j(1) = 0$; $j(s) > 0$, $1 > s \geq 0$. Для уравнения (1) будем изучать следующую начально-краевую задачу:

$$s|_{x=0} = 1, v|_{x=L} = 0, s|_{t=0} = s_0(x) = 0. \quad (2)$$

Для проведения численных экспериментов перейдем к безразмерным переменным: $x_b = x/L$ и $t_b = \sigma(K_0 m_0)^{0,5}/(\mu_o L^2 m) \cdot t$. Нижний индекс b у переменных x и t в дальнейшем опускается. Систему (1)–(2) в безразмерных переменных можно записать в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (a(s) \left(-\frac{\partial j(s)}{\partial x} - Ga(s) \right)); \\ s|_{x=0} = 1; a(s) \left(-\frac{\partial j(s)}{\partial x} - Ga(s) \right) |_{x=1} = 0; s|_{t=0} = 0, x \in (0,1), \end{cases} \quad (3)$$

где $a(s) = k_w(s)k_o(s)/(k_w(s) + \mu k_o(s))$, $G = L\sqrt{K} \cdot (\rho_w - \rho_o)[\vec{g} \cdot \vec{e}_X]/(\sigma\sqrt{m_0})$.

Особенности вычислительного алгоритма

Введем сетку с распределенными узлами

$$E = \{x_i = ih, t^n = n\tau, n = 0, 1, 2, \dots, i=0, \dots, N\},$$

$h = 1/N$ — шаг по пространственной координате, $\tau = Kh^2$ — шаг по временной переменной, $K = \tau/h^2$. Шаг h был взят равным 0,005 ($N = 200$), $\tau = 0,00025$. Аппроксимируем уравнение для водонасыщенности явно-неявной разностной схемой второго порядка, которая в обозначениях, принятых в работе [4], имеет вид

$$\begin{cases} \frac{s_i^{n+1} - s_i^n}{\tau} = \frac{\varepsilon}{h} (a_{i+1/2}^n (-j)_{x,i}^{n+1} - a_{i-1/2}^n (-j)_{x,i}^{n+1}) - (Ga)_{x,i}^n, & i = \overline{1, N-1}; \\ \frac{s_N^{n+1} - s_N^n}{\tau} = -\frac{2\varepsilon}{h} a_{N-1/2}^n (-j)_{x,N}^{n+1} - (Ga)_{x,N}^n; \\ s_0^n = s_0^{n+1} = 1; s_i^0 = 0, i = \overline{1, N}, \end{cases} \quad (4)$$

где $a_{i+1/2}^n = a((s_i^n + s_{i+1}^n)/2)$. Для нелинейной функции $j(s)$ использовалась линеаризация по Ньютону: $j(s_i^{n+1}) = j(s_i^n) + \frac{dj(s_i^n)}{ds}(s_i^{n+1} - s_i^n)$. Для численного решения системы (4) применялся метод правой прогонки. Для контроля и анализа полученных решений на каждом временном шаге вычислялись две основные характеристики процесса вытеснения: $x_f(t)$ — предельная точка распространения фронта водонасыщенности; $\eta(t) = \int_0^1 s(x,t)dx \cdot 100\%$ — обводненность нефтяного пласта, численное интегрирование проводилось по формуле трапеций. При этом через $\eta_k(t)$ обозначим обводненность по классической модели с $G = 0$, $\eta_G(t)$ — обводненность по модели с зависимостью G от x .

При проведении расчетов использовалось отношение вязкостей μ равное 0,1. Функции фазовых проницаемостей были взяты из работ [5, 6]

$$k_w(s) = 0,12s^{1,6} + 0,35s^{3,6}, k_o(s) = 0,64((1-s)/(1+s))^{1,05},$$

функция Леверетта $j(s)$ обобщенного вида была взята в виде

$$j(s) = C_1 - C_1 s^\zeta + (1 - C_1)(1 - s)^\omega, \zeta \geq 1, \omega \geq 1, 0 < C_1 < 1,$$

в работе полагались $\zeta = \omega = 5, C_1 = 0,5$.

Численное моделирование гравитационной ловушки

Типы гравитационных ловушек. При изучении фильтрации двух несмешивающихся жидкостей можно выделить два типа гравитационных ловушек:

- 1) Гравитационная ловушка для воды (рис. 1 а), нефтенасыщенный пласт можно описать как «выпуклый вниз пласт».
- 2) Гравитационная ловушка для нефти, (рис. 1 б), продуктивный пласт описывается как «выпуклый вверх пласт».

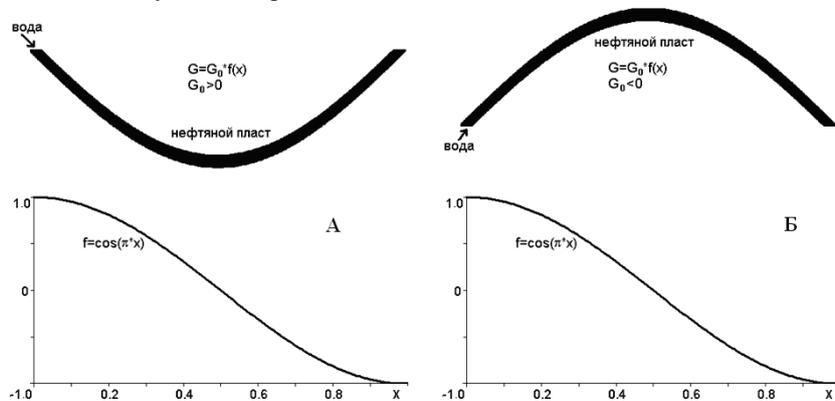


Рис. 1. Схемы гравитационных ловушек:
А) «выпуклый вниз пласт»; Б) «выпуклый вверх пласт»

Изгиб продуктивного слоя опишем следующей зависимостью:

$$G(x) = G_0 \cdot f(x).$$

Функции $f(x)$ могут быть разными, в данной работе полагалось $f(x) = \cos(\pi x)$, рассмотрим два варианта:

- $G_0 > 0$ — изгиб пласта вниз или гравитационная ловушка для воды (см. рис. 1 а);
- $G_0 < 0$ — изгиб пласта вниз или гравитационная ловушка для нефти (см. рис. 1 б).

Особенности решений противоточной пропитки при $G = const$. На рисунке 2 приведены графики при $G = 2$. Использование $G > 0$ соответствует вытеснению с верхнего края пласта. Особенностью решений в этом случае является согласованный характер действий капиллярного ($a(-\frac{\partial j(s)}{\partial x})$) и гравитационного потоков ($-Ga$), что приводит к опережающему по сравнению с вариантом $G = 0$ обводнению пласта и ускоренному продвижению $x_f(t)$ к правому краю. После достижения фронтом водонасыщенности нижнего края пласта происходят накопление воды в нижней части пласта ($x = 1$) и всплытие нефти. Накопление воды моделируется краевым условием на правом конце, при котором производная $\frac{\partial s}{\partial x}|_{x=1} = G / (-\frac{dj(s)}{ds})$ становится больше 0, и в точке $x = 1$ возникает локальный максимум.

На рисунке 3 приведены профили решений при $G = -2$. Применение $G < 0$ соответствует вытеснению с нижнего края пласта. В этом случае характер действий капиллярного ($a(-\frac{\partial j(s)}{\partial x})$) и гравитационного потоков ($-Ga$) разнонаправлен, что приводит либо к медленной пропитке (по сравнению с классическим вариантом $G = 0$), либо к стационарному решению $s_G(x) = j^{-1}(-G \cdot x)$, $G < -1$, $x \in (0, 1/|G|)$ (рис. 3).

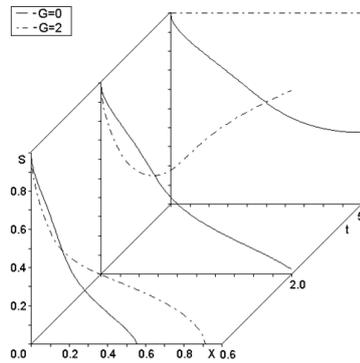


Рис. 2. Решения $s(x, t)$ с $G = 2$

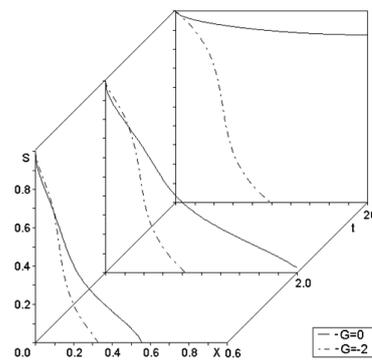


Рис. 3. Решения $s(x, t)$ с $G = -2$

Моделирование гравитационной ловушки для воды

На рисунке 4 приведены решения, полученные при $G_0 = 2$, остальные параметры, соответствующие обводненности, выведены на рисунке 5. Из рисунков очевидно, что решения при $G \neq const$ сильно отличаются от решений при $G = 0$ и $G = 2$, однако есть схожие черты с решениями при $G = -2$. Процесс пропитки при $G \neq const$ можно разделить на три этапа:

1) первый этап $0 \leq t \leq t_1$, интенсивная пропитка, ее особенности:

- $x_f(t)$ движется быстрее, чем по модели с $G = 0$, но медленнее, чем по модели с $G = 2$;

- решения $s(x, t)$ поднимаются в промежутке $0 < x < 0,5$ и опускаются в промежутке $0,5 < x < 1$ по сравнению с решениями по модели $G = 2$;
 - обводненность примерно соответствует обводненности по модели с $G = 2$;
- 2) второй этап $t_1 \leq t \leq t_2$, накопление воды в центре и с левого края пласта, особенности этого этапа:
- фронт $x_f(t)$ движется медленно, это приводит к обгону фронтом $x_f(t)$ по модели с $G = 0$;
 - решения $s(x, t)$ на промежутке $0,5 < x < 1$ напоминают решения, полученные при $G < 0$ (см. рис. 3);
 - обводненность $\eta(t)$ расположена выше и почти параллельно с $\eta_K(t)$;
- 3) третий этап $t_2 \leq t \leq t_3$, выход на стационарное решение $s \equiv 1$, особенности этой стадии:
- в точке $x = 1$ формируется локальный минимум как в случае с $G = -2$;
 - обводненность выходит на 100 %, как и в модели с $G = 2$.

Как показал анализ рисунков 5 и 6, пропитка гравитационной ловушки для воды ($G \neq const$) имеет некоторые черты решения пропитки снизу ($G = -2$), более того, при значениях $G_0 > G_1$ можно, как и в случае пропитки снизу, получить стационарные решения $s_G(x)$ не равные 1 на всем отрезке $[0,1]$. При использовании приведенных выше параметров значение G_1 приблизительно равно 3,17, примером решения при $G_0 > 3,17$ является распределение $s(x, t)$ на рисунке 6 с $G_0 = 4$.

Для изучения влияния G_0 на обводненность с разными G_0 была проведена серия расчетов, результаты представлены на рисунке 7. Из рисунков 5 и 7 можно вывести следующие закономерности:

- чем больше G_0 , тем выше η_G в начальные моменты времени;
- графики η_G и η_K дважды пересекаются при $G_1 > G_0 > 2,62, t > 0$;
- при $G_0 > G_1$ график η_G выходит на константу (меньшую 100 %) и пересекается с графиком η_K один раз, $t > 0$;
- чем больше $G_0 > G_1$, тем быстрее прекращается процесс пропитки;
- графики с разными η_G пересекаются, в данном случае на интервале $3 < t < 4,5$.

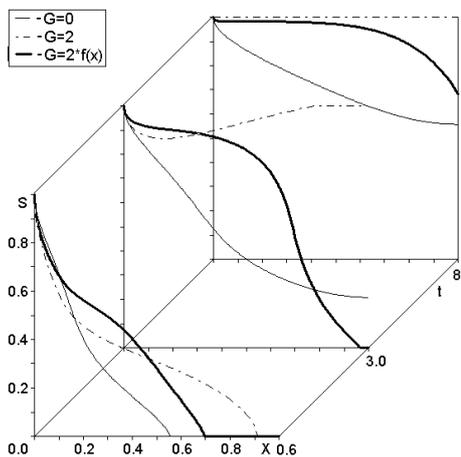


Рис. 4. Гравитационная ловушка для воды, решения $s(x, t)$, $G_0 = 2$

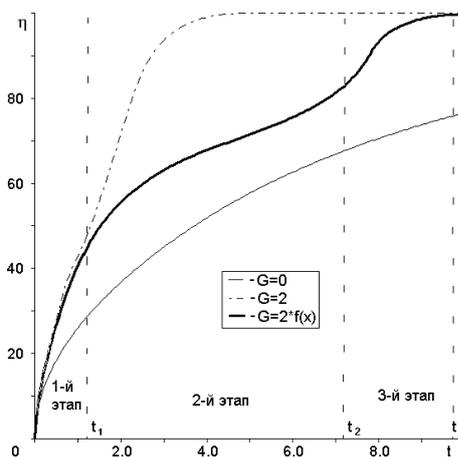


Рис. 5. Обводненности к рисунку 5

Моделирование гравитационной ловушки для нефти

На рисунке 8 представлены решения, полученные при $G_0 = -1,2$. Из рисунка видно, что решения при $G \neq const$ имеют схожие черты с решениями при $G = -1,2$ и $G = 1,2$. Процесс пропитки при $G \neq const$ можно разделить на три этапа:

- 1) первый этап, пропитка сходная с пропиткой при $G = -1,2$, небольшое отличие пропитки с $G \neq const$ заключается в ускоренном продвижении фронта $x_f(t)$;
- 2) второй этап, быстрое продвижение фронта $x_f(t)$ к правому концу;
- 3) выход на стационарное решение $s_G(x) \neq const$, особенностями этого решения являются:

- опускание решения в окрестности $x = 0$ по сравнению с вариантом $G = -1,2$;
- формирование небольшого локального максимума в точке $x = 1$.

Параметр G_0 играет важную роль в формировании структуры решения $s(x,t)$, так при $G_0 = -1,2$ решение эволюционирует до стационарного $s_G(x)$ за три этапа, а при $G_0 < -3,15$ решение выходит на $s_G(x)$ за один этап (рис. 9). В этом варианте стационарное решение сильно напоминает стационарное решение с $G = const, G < 0$.

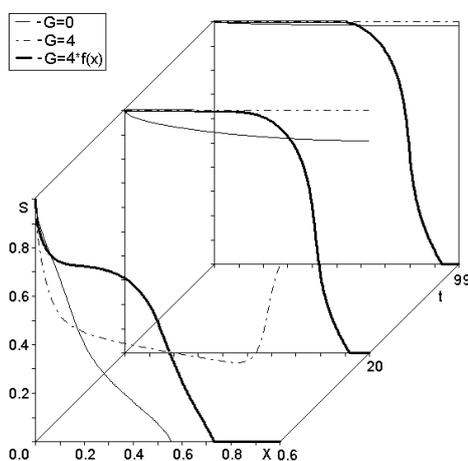


Рис. 6. Гравитационная ловушка для воды, решения $s(x, t)$, $G_0 = 4$

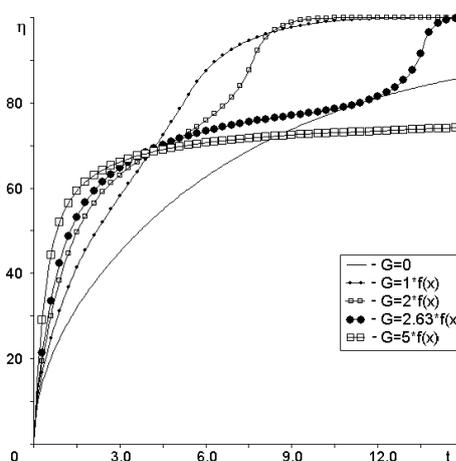


Рис. 7. Обводненности при разных $G \geq 0$

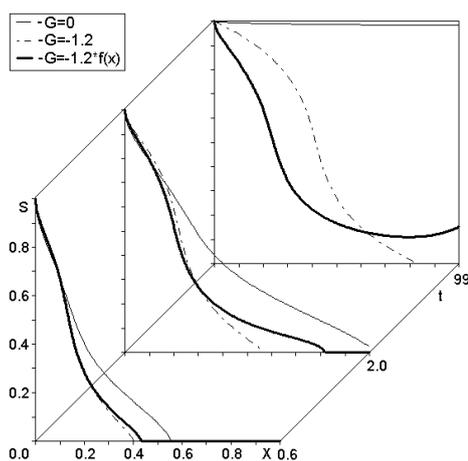


Рис. 8. Гравитационная ловушка для нефти, решения $s(x, t)$, $G_0 = -1,2$

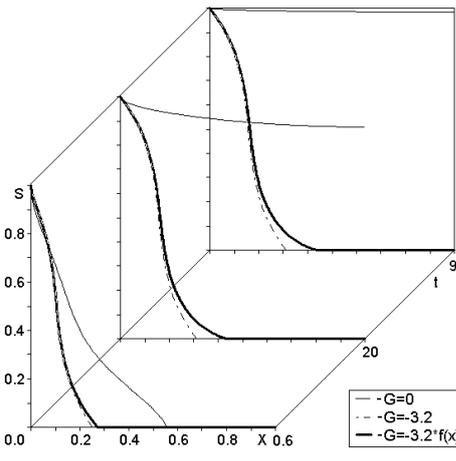


Рис. 9. Гравитационная ловушка для нефти, решения $s(x, t)$, $G_0 = -3,2$

Увеличение G_0 приводит к уменьшению разницы с классическим вариантом $G = 0$, при этом решение $s(x, t)$ эволюционирует за те же три этапа уже к $s_G(x) \equiv 1$. Для сравнения обводненностей с разными G_0 проведена серия расчетов, результаты представлены на рисунке 10. Из рисунка видно, что нефтеотдача при пропитке гравитационной ловушки для нефти зависит от G_0 , уменьшение G_0 приводит к снижению нефтеотдачи и быстрой остановке процесса вытеснения. Существенная доля нефти остается невыработанной.

Выводы

Из представленных расчетов очевидно, что влияние гравитационного потока ($-Ga$) на решения пропитки довольно существенно и приводит к формированию разнообразных решений. В связи с тем, что детальное распределение водонасыщенности в пласте неизвестно, нефтяникам приходится анализировать функцию обводненности. Из данной работы следует, что по отклонению кривой контрольной обводненности η_K от фактической можно определить, присутствуют ли в пласте антиклинальные и синклиналильные складки и другие геологические особенности нефтяной залежи. Эту информацию можно использовать для оптимизации процесса разработки.

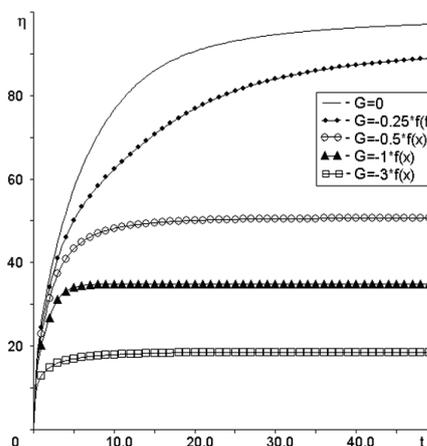


Рис. 10. Обводненности при разных $G \leq 0$

Библиографический список

1. Рыжик В. М. О механизме капиллярной пропитки пористой среды // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. – 1959. – № 1. – С. 151–153.
2. Рыжик В. М. О капиллярной пропитке нефтеносного гидрофильного пласта // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. – 1960. – № 2. – С. 149–151.
3. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. О влиянии неоднородности наклона пласта на процессы нефтедобычи // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2010. – № 5. – С. 65–70.
4. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. – М.: Наука. – 1971. – 552 с.
5. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Численное моделирование термокапиллярной противоточной пропитки // Теплофизика и аэромеханика. – 2005. – Т. 12, № 3. – С. 433–444.
6. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Сравнение модели фильтрации несмешивающихся жидкостей с фазовыми подвижностями и модели Маскета — Леверетта // Теплофизика и аэромеханика. – 2004. – Т. 9, № 4. – С. 597–605.

Сведения об авторе

Телегин Игорь Григорьевич, к. ф.-м. н., доцент кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, e-mail: igtelegin@yandex.ru

Information about the author

Igor G. Telegin, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor at the Department of Development and Exploitation of Oil and Gas Fields, Industrial University of Tyumen, e-mail: igtelegin@yandex.ru