

Влияние изменения вязкости нефти в процессе эксплуатации месторождения на решения по модели Маскета — Леверетта

О. Б. Бочаров¹, И. Г. Телегин^{2*}

¹Новосибирский технологический центр АО «Бейкер Хьюз», г. Новосибирск, Россия

²Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, Россия

*e-mail: igtelegin@yandex.ru

Аннотация. В литературе неоднократно отмечалось, что физико-химические свойства нефти, добываемой на разных этапах эксплуатации нефтяных месторождений, могут серьезно варьироваться. Для изучения влияния вариации вязкости нефти на решения задач двухфазной фильтрации в предыдущих работах авторов данной статьи численно исследовалась модификация модели Баклея — Леверетта (БЛ модель), в которой изменение вязкости нефти моделировалось с помощью зависимости отношения вязкостей от динамической водонасыщенности. Анализировались решения задачи линейного вытеснения при заданной суммарной скорости фильтрации.

В данной работе рассматривается модификация двухфазной изотермической модели Маскета — Леверетта (МЛ модель), учитывающей капиллярные силы. Численно изучается влияние изменения вязкости нефти в процессе нефтедобычи на структуру решения на примере задачи о радиальном вытеснении с заданным перепадом давления.

Ключевые слова: модель Маскета — Леверетта; вязкость нефти; водонасыщенность; капиллярное давление

A change in oil viscosity during field development influences the Muskat — Leverett model solutions

Oleg B. Bocharov¹, Igor G. Telegin^{2*}

¹Novosibirsk Technology Center Baker Hughes JSC, Novosibirsk, Russia

²Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

*e-mail: igtelegin@yandex.ru

Abstract. It has been repeatedly noted in the literature that the physic-chemical properties of oil extracted at different stages of exploitation can vary significantly. We have investigated a modification of the Buckley — Leverett model (BL model) in our previous works to study the influence of oil viscosity change on the solutions of two-phase filtration problems. In this model the change in oil viscosity was modeled using the dependence of the viscosity ratio on dynamic water saturation. The solutions to the linear displacement problem at a given total filtration rate were analyzed.

This article considers a modification of the two-phase isothermal Muskat — Leverett model (ML model), which takes into account capillary forces. The influence of oil viscosity change in the process of oil production on the structure of the solution is studied numerically a case study of the problem of radial displacement with a given pressure drop.

Key words: Muskat — Leverett model; oil viscosity; water saturation; capillary pressure

Введение

В ряде работ С. А. Жданова, В. И. Титова, А. В. Сорокина, В. Д. Сорокина и др. [1–3] показано, что физико-химические свойства нефти, добываемой на разных этапах эксплуатации нефтяных месторождений, могут серьезно варьироваться. Одним из важнейших свойств жидкости является вязкость. Для изучения влияния вариации вязкости нефти на решения задач двухфазной фильтрации в работах [4, 5] численно исследовалась модификация модели Баклея — Леверетта (БЛ модель), в которой изменение вязкости нефти моделировалось с помощью зависимости отношения вязкостей от динамической водонасыщенности. Проанализированы решения задачи линейного вытеснения при заданной суммарной скорости фильтрации. В данной работе рассматривается модификация двухфазной изотермической модели Маскета — Леверетта (МЛ модель), учитывающей капиллярные силы. Изучается влияние вариации вязкости нефти на структуру решения на примере задачи о радиальном вытеснении с заданным перепадом давления.

Уравнения модели и постановка задачи

Систему уравнений плоской радиальной изотермической фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости в однородной пористой среде можно записать в виде [6, 7]

$$rm \frac{\partial s_i}{\partial t} = -\frac{\partial r v_i}{\partial r}, \quad v_i = -\frac{K_0 k_i(s)}{\mu_i} \frac{\partial p_i}{\partial r}, \quad i = 1, 2; \quad (1)$$

$$p_2 - p_1 = p_c(s) = (m_0 / K_0)^{1/2} \sigma j(s), \quad s_1 + s_2 = 1,$$

где r — пространственная переменная, $0 \leq r \leq R$, R — радиус контура питания; t — время; s — динамическая водонасыщенность порового пространства, определяемая по формуле $s = (s_1 - S_1^0) / (1 - S_1^0 - S_2^0)$, s_i — истинная насыщенность флюидом порового пространства (индекс $i = 1$ соответствует вытесняющей фазе — «воде», а $i = 2$ — нефти), S_i^0 — остаточная насыщенность i -й фазы; p_i — давление в i -й фазе; $m = m_0(1 - S_1^0 - S_2^0)$, m_0 — пористость; K_0 — тензор абсолютной проницаемости; $k_i(s)$ — относительные фазовые проницаемости, $a(s) = k_2(s)b(s)/\mu_2$, $b(s) = k_1(s)/(k_1(s) + \mu k_2(s))$ — доля водной фазы в потоке; $\mu = \mu_1/\mu_2$, μ_i — вязкость i -й фазы; $p_c(s)$ — капиллярное давление; v_i — скорости фильтрации i -ой фазы, $v = v_1 + v_2$; $j(s)$ — функция Леверетта; σ — коэффициент поверхностного натяжения. Свойства функциональных параметров МЛ модели, а также качественные свойства ее решений описаны в работе [6]. Отметим, что $k_1(0) = k_2(1) = j(1) = 0$; $j(s) > 0$, $dj/ds \leq 0$, $s \in [0, 1]$. В данной работе изучаются решения в условиях несжимаемости жидкостей, в горизонтальном, несжимаемом, однородном нефтяном пласте ($m_0 = const$, $K_0 = const$).

Введем новое давление [7], имеющее вид $p = p_2 - \int_0^s b(z) \frac{\partial p_c(z)}{\partial z} dz$. Систему уравнений (1), следуя [6], можно привести к виду

$$rm \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} r (K_0 a \frac{\partial (-p_c)}{\partial r} - vb), \quad (2)$$
$$\frac{\partial}{\partial r} (r K_0 d(s) \frac{\partial p}{\partial r}) = 0,$$

$$v \equiv -K_0 d(s) \frac{\partial p}{\partial r},$$

где $d(s) = k_1 / \mu_1 + k_2 / \mu_2$ — относительная проницаемость смеси. Из второго уравнения системы (2) следует первый интеграл:

$$\frac{K_0 k_1}{\mu_1} \frac{\partial p}{\partial r} r + \frac{K_0 k_2}{\mu_2} \frac{\partial p}{\partial r} r \equiv -rv = q(t).$$

Основная расчетная характеристика при разработке нефтяных месторождений — водонасыщенность (нефтенасыщенность). Поэтому для моделирования эффекта увеличения вязкости нефти в процессе эксплуатации месторождения можно использовать следующую зависимость μ_2 от степени обводненности $s(r, t)$:

$$\mu_2(s) = \mu_2^0 + (\mu_2^1 - \mu_2^0) \cdot s^\alpha, \quad \alpha > 0, \quad (3)$$

где μ_2^0 — значение вязкости нефти на начальной стадии разработки при $s = 0$; μ_2^1 — значение вязкости нефти на конечной стадии разработки месторождения при $s = 1$. При $\mu_2^1 = \mu_2^0$ получаем классическую МЛ модель. Параметр α — константа, определяющая особенности зависимости $\mu_2(s)$, на конкретных месторождениях данный параметр подбирается с учетом изменения вязкости от обводненности продукции.

Рассмотрим задачу динамики месторождения при заданной депрессии, то есть на нагнетательной внешней галереи скважин при $r = R$ поддерживается давление P_n , а на эксплуатационной $P_3 < P_n$, $\Delta P = P_n - P_3 \geq 0$. Введем безразмерные переменные: $\tilde{r} = r/R$, $\tilde{v}(t) = v(t)R/Q$, $Q = K_0 \Delta P / \mu_2^0$, $\tilde{t} = tQ / (R^2 m)$, $\tilde{p} = (p - \min(P_n, P_3)) / \Delta P$, $\tilde{\mu}_2 = \mu_2 / \mu_2^0$, $\tilde{\mu}_1 = \mu_1 / \mu_2^0$, $\tilde{\mu}_2^1 = \mu_2^1 / \mu_2^0$. Волна над безразмерными переменными далее опускается, и уравнение (2) запишется в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (\varepsilon a(s) \frac{\partial(-j(s))}{\partial r}) + q(t) \frac{\partial b(s)}{\partial r} \right] \equiv -\text{div}(v_1), \\ \frac{\partial}{\partial r} (rd(s) \frac{\partial p}{\partial r}) = 0, \quad q \equiv rd(s) \frac{\partial p}{\partial r}, \end{cases} \quad (4)$$

где $\varepsilon = \sigma(m_0 K_0)^{1/2} / (Q \mu_2^0)$. При $\varepsilon = 0$ будем иметь модель Баклея — Леверетта. Отметим, что после обезразмеривания μ_2^1 выражает, во сколько раз вязкость $\mu_2(1)$ больше вязкости $\mu_2(0)$, а формула (3) приводится к виду

$$\mu_2(s) = 1 + (\mu_2^1 - 1) \cdot s^\alpha.$$

Для системы (4) начально-краевая задача с нагнетанием «воды», то есть $v_2(r = 1, t) = 0$ при заданном давлении на контуре заводнения $r = 1$ приводит к условиям [8]: $s(r, 0) = 0$ — начальные данные;

$$v_1|_{r=1} = -(\varepsilon a(s) \frac{\partial(-j(s))}{\partial r} + \frac{q(t)}{r} b(s))|_{r=1} = -q(t), p|_{r=1} = 1. \quad (5 \text{ а})$$

На левом конце $r = 0$ для добывающей скважины зададим классическое условие оттока пропорционально подвижностям фаз и условие на давление, обеспечивающее отток,

$$\frac{\partial s}{\partial r}|_{r=0} = 0; \quad p|_{r=0} = 0. \quad (5 \text{ б})$$

Исследуем влияние параметров задачи $\alpha, \varepsilon, \mu_2^1$ на структуру решения и характеристики заводнения.

Особенности вычислительного алгоритма

Введем сетку с распределенными узлами

$$E = \{r_i = ih, t^n = n\tau, n = 0, 1, 2, \dots, i = 0, \dots, N\},$$

$h = 1/N$ — шаг по пространственной координате, $\tau = Kh^2$ — шаг по временной переменной, $K = \tau/h^2$. Шаг h был взят равным 0,005 ($N = 200$), $\tau = 0,00005$. В дальнейшем при записи разностных схем используются обозначения, принятые в работе [9]. Уравнение для $p(r, t)$ аппроксимировалось разностной схемой

$$\frac{1}{h} (r_{i+1/2} d_{i+1/2}^n p_{x,ij}^{n+1/2} - r_{i-1/2} d_{i-1/2}^n p_{x,ij}^{n+1/2}) = 0; p_0 = 0; p_N = 1.$$

Уравнение для $s(r, t)$ аппроксимировалось неявной разностной схемой первого порядка

$$\frac{s_i^{n+1} - s_i^n}{\tau} = \frac{\varepsilon}{h} \left(\frac{r_{i+1/2}}{r_i} a_{i+1/2}^n (-j)_{r,i}^{n+1} - \frac{r_{i-1/2}}{r_i} a_{i-1/2}^n (-j)_{r,i}^{n+1} \right) + v_i \frac{b_{r,i}^{n+1}}{r_i}, i = \overline{1, N-1}, n = 0, 1, \dots; \\ s_{r,0}^{n+1} = 0; s_i^0 = 0, i = \overline{0, N}. \quad (6)$$

Краевое условие на правом конце аппроксимировалось с использованием аппроксимации уравнения (6) в последнем блоке следующим образом:

$$\frac{h}{2} \frac{s_N^{n+1} - s_N^n}{\tau} = -\varepsilon \frac{r_{N-1}}{r_N} a_{N-1/2}^n (-j)_{r,N-1}^{n+1} + v_N - v_N \frac{b_{N-1/2}^{n+1}}{r_N}.$$

Для нелинейных функций $b(s)$ и $j(s)$ применялась линеаризация по Ньютону: $b(s_i^{n+1}) = b(s_i^n) + \frac{db_s(s_i^n)}{ds} (s_i^{n+1} - s_i^n)$, $j(s_i^{n+1}) = j(s_i^n) + \frac{dj_s(s_i^n)}{ds} (s_i^{n+1} - s_i^n)$,

функции $a(s)$ и $d(s)$ линеаризовывались с помощью метода простой итерации. Полученная система линейных уравнений решалась методом правой прогонки. Для контроля и анализа полученных решений на каждом временном шаге мы вычисляли $r_f(t)$ — предельную точку распространения фронта водонасыщенности и $\eta(t) = 2 \int_0^1 r \cdot s(r, t) dr \cdot 100\%$ — обводненность нефтяного пласта, которую находили численным интегрированием по формуле трапеций.

В работе использовались следующие параметры: $k_1 = s^2$, $k_2 = (1 - s)^2$, $\mu_1 = 0,1$. Функция Лаврентта $j(s)$ была взята в обобщенном виде

$$j(s) = C_1 - C_1 s^\xi + (1 - C_1)(1 - s)^\omega, \quad \xi \geq 1, \quad \omega \geq 1, \quad C_1 \in (0,1).$$

В работе полагались $C_1 = 0,5$, $\xi = \omega = 5$.

Результаты расчетов и обсуждение

Влияние темпов изменения вязкости на заводнение пласта. Представим результаты расчетов при разных α , μ_2^1 и фиксированном $\varepsilon = 0,1$. Увеличение вязкости нефти с ростом водонасыщенности реализуется условием $\mu_2^1 > 1$. На рисунке 1 приведен пример расчета при $\varepsilon = 0,1$, $\alpha = 1$ и разных μ_2^1 . Из графиков видно, что увеличение μ_2^1 изменяет профиль решения:

- увеличивается скорость движения фронта $r_f(t)$;
- снижается темп роста водонасыщенности вблизи линии нагнетания $r = 1$;
- заводнение пласта замедляется.

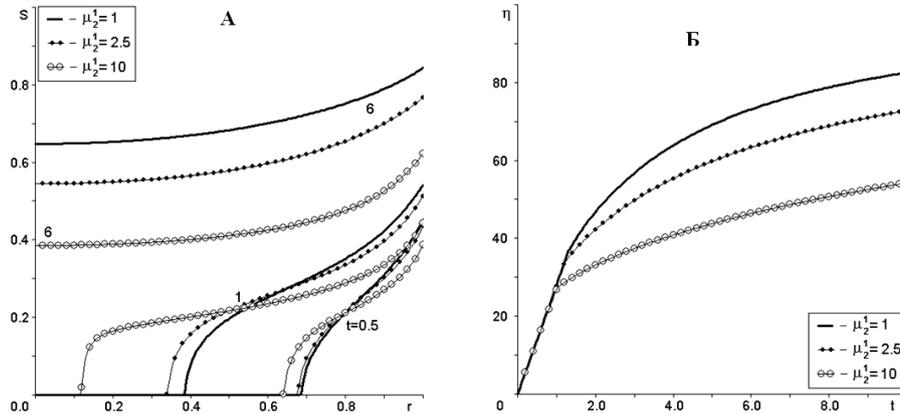


Рис. 1. Решения при $\alpha = 1$, $\mu_2^1 > 1$, капиллярном параметре $\varepsilon = 0,1$:

А) водонасыщенности $s(r, t)$; Б) обводненности $\eta(t)$

На рисунке 2 приведен пример при $\alpha = 5$ (остальные параметры те же, что и на рисунке 1). Сравнение с рисунком 1 показывает, что увеличение α уменьшает разницу с классической МЛ моделью. До прихода воды (вытеснителя) на забой добывающей скважины разница между решениями с графической точностью неразличима.

Из литературных источников [3] известны случаи, когда вязкость нефти в процессе разработки снижается. Снижение вязкости нефти моделируется заданием параметра μ_2^1 в диапазоне $(0,1)$. Для разных $\mu_2^1 < 1$ и $\alpha = 1$ на рисунке 3 представлены полученные решения. Из рисунка 3 видно, что результаты расчетов прямо противоположны варианту с $\mu_2^1 > 1$ (см. рис. 1). Можно выделить следующие особенности решений с $\mu_2^1 < 1$:

- а) снижение скорости движения фронта $r_f(t)$;
- б) ускоренный рост водонасыщенности вблизи правого края $r = 1$;
- в) увеличение темпа заводнения пласта.

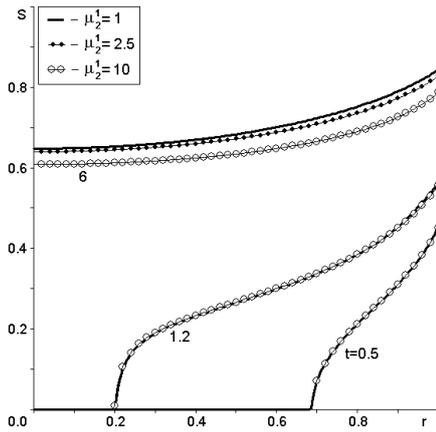


Рис. 2. Насыщенности $s(r, t)$ при $\alpha = 5$, $\mu_2^1 > 1$ и капиллярном параметре $\varepsilon = 0,1$

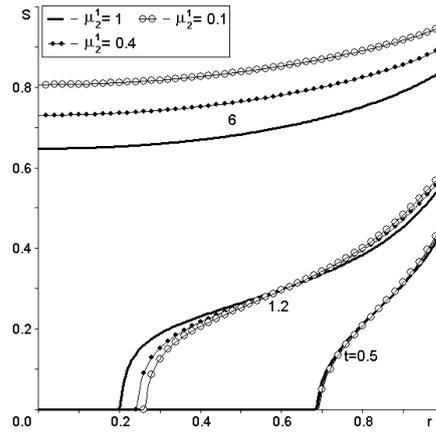


Рис. 3. Насыщенности $s(r, t)$ при $\alpha = 1$, $\mu_2^1 < 1$ и капиллярном параметре $\varepsilon = 0,1$

Влияние переменной вязкости на фоне капиллярных сил. Параметр ε определяет величину капиллярных сил в задаче (4)–(5), при $\varepsilon = 0$ будем иметь модель конвективного переноса Баклея — Лавретта с вязкостью нефти, зависящей от $s(r, t)$ [3]. Представим расчеты при разных ε и фиксированном $\alpha = 1$. Решение по БЛ модели приведено на рисунке 4 при $\mu_2^1 > 1$. Увеличение ε приводит к решениям МЛ модели, которые похожи на решения капиллярной пропитки [10].

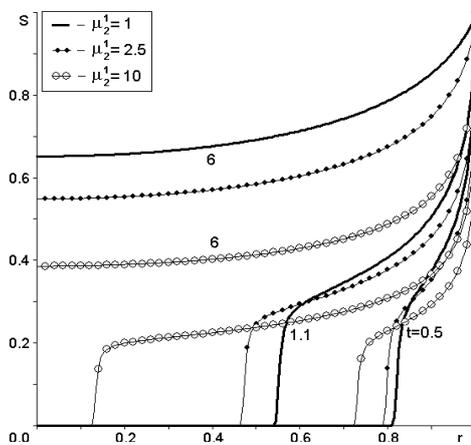


Рис. 4. Насыщенности $s(r, t)$ при $\alpha = 1$ и капиллярном параметре $\varepsilon = 0$

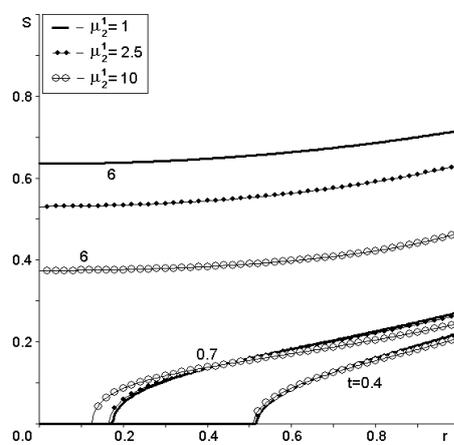


Рис. 5. Насыщенности $s(r, t)$ при $\alpha = 1$ и капиллярном параметре $\varepsilon = 1$

На рисунке 5 приведены такие решения при $\varepsilon = 1$. Сравнивая рисунки 1, 4, 5, можно прийти к выводу, что зависимость вязкости нефти от s действует на капиллярное и конвективное слагаемые по-разному. Увеличение $\mu_2(s)$ в случае пропитки в начальные моменты времени несколько ускоряет $r_f(t)$. В то же время в случае БЛ модели рост параметра $\mu_2^1 > 1$ уменьшает фронтовую

насыщенность и ускоряет движение фронта $r_f(t)$, опуская насыщенность. Таким образом, наибольшее проявление переменной вязкости на решения будет при малых значениях параметра ε (незначительные капиллярные силы).

Динамика давления и расхода при фиксированных $\varepsilon = 0,1, \alpha = 1$. На рисунке 6 кроме водонасыщенности представлено также и давление. При $\mu_2^1 = 10$ видно формирование излома у функции $p(r)$ в районе r_f , что вызвано скачком вязкости на фронте вытеснения.

Вымывание легких фракций нефти приводит к повышению вязкости водонефтяной смеси. При заданном перепаде давления это должно вызывать уменьшение скорости фильтрации. На рисунке 7 представлен график функции $q(t) = |r \cdot v|$, который показывает, как происходит падение суммарной скорости фильтрации v при увеличении вязкости. Это приводит к уменьшению приемистости пласта и снижению дебитов по жидкости. При использовании для анализа заводнения краевой задачи с заданной скоростью фильтрации этот эффект не улавливается. Излом на рисунке 7 соответствует моменту прорыва «воды» в добывающую скважину.

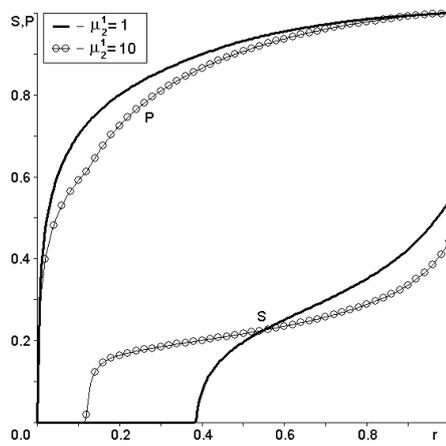


Рис. 6. Насыщенности $s(r, 1)$ и давления $p(r, 1)$ при $\alpha = 1$ и капиллярном параметре $\varepsilon = 0,1$

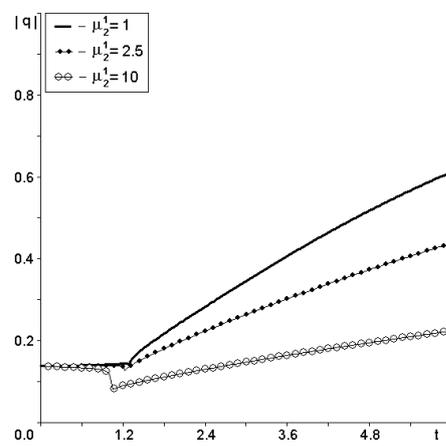


Рис. 7. Графики модуля расхода жидкости $|q(t)|$ при $\alpha = 1$ и капиллярном параметре $\varepsilon = 0,1$

Выводы

Расчеты с использованием модифицированной модели Маскета — Леверетта качественно соответствуют наблюдаемым на нефтяных месторождениях изменениям в процессе разработки. Из анализа режимов с увеличением вязкости (наиболее встречающаяся ситуация) можно сделать вывод, что при использовании данной модели для анализа режимов эксплуатации мы будем наблюдать следующие эффекты:

- добывающие скважины обводняются раньше, чем ожидается по классической модели;
- суммарная скорость фильтрации v уменьшается, и дебиты скважин падают;
- после прорыва воды имеет место существенное снижение темпов отбора нефти;

- разработка месторождения растягивается на более длительный срок;
- достижение заданного коэффициента извлечения нефти из-за увеличения вязкости нефти серьезно осложняется.

Настройку данной модели на конкретное месторождение с определенным составом нефти необходимо проводить, используя натурные данные или эксперименты с реальными образцами.

Библиографический список

1. Титов В. И., Жданов С. А. Изменение состава пластовых нефтей при разработке месторождений (обзор) // Нефтяное хозяйство. – 1988. – № 8. – С. 26–28.
2. Сорокин А. В., Сорокин В. Д. Исследование процесса изменчивости физико-химических свойств пластовой нефти при разработке месторождений Западной Сибири. – Тюмень: Вектор Бук. – 2004. – 237 с.
3. Методы извлечения остаточной нефти / М. Л. Сургучев [и др.]. – М.: Недра. – 1991. – 348 с.
4. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Один из подходов к учету влияния изменения свойств нефти на процесс нефтедобычи // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2011. – № 1. – С. 37–41.
5. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Численный анализ изменения свойств нефти на структуру решения задач двухфазной фильтрации // Нефть и газ Западной Сибири: материалы Междунар. науч.-техн. конф., посвященной 55-летию Тюменского государственного нефтегазового ун-та. Т. 1 / Отв. ред. О. Ф. Данилов. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2011. – С. 158–162.
6. Бочаров О. Б. Пеньковский В. И. Введение в теорию фильтрации жидкостей и газов в пористых средах: учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 2005. – 132 с.
7. Антонцев С. Н., Кажихов А. В., Монахов В. Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. – Новосибирск: СО АН СССР, Наука. – 1983. – 316 с.
8. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Анализ влияния гравитационных сил на распределение водонасыщенности вблизи нефтяных скважин // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2011. – № 3. – С. 30–35.
9. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. – М.: Наука, 1971. – 552 с.
10. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Численное моделирование термокапиллярной противоточной пропитки // Теплофизика и аэромеханика. – 2005. – Т. 12, № 3. – С. 433–444.

Сведения об авторах

Бочаров Олег Борисович, к. ф.-м. н., доцент, Новосибирский технологический центр АО «Бейкер Хьюз», г. Новосибирск

Телегин Игорь Григорьевич, к. ф.-м. н., доцент кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, e-mail: igtelegin@yandex.ru

Information about the authors

Oleg B. Bocharov, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Novosibirsk Technology Center Baker Hughes JSC, Novosibirsk

Igor G. Telegin, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor at the Department of Development and Exploitation of Oil and Gas Fields, Industrial University of Tyumen, e-mail: igtelegin@yandex.ru