

Конечно-разностное моделирование профиля притока в изолированном однородном изотропном частично вскрытом пласте

А. И. Филиппов, О. В. Ахметова, А. А. Ковалский, М. Р. Губайдуллин*

*Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета,
г. Стерлитамак, Россия*

*e-mail: fir_bmf@mail.ru

Аннотация. Работа посвящена исследованию профилей притоков, возникающих при отборе углеводородов из частично вскрытых пластов-коллекторов. Расчеты выполнены на основе конечно-разностной программы для расчетов полей давления и скорости в пласте, основанной на решении задачи о поле давления в изолированном изотропном однородном пласте, локализованном в интервале от H_1 до $-H_2$ и перфорированном в диапазоне $-H < z < H$, полностью содержащемся в интервале пласта.

Построены графические зависимости для поля давления, вертикальной и горизонтальной компонент и модуля скорости флюида, фильтрующегося из периферии к скважине. Представлены линии уровня для указанных полей и на основе их анализа выявлены важные закономерности течения. Вычислительный эксперимент показал, что на выходе в скважину в перфорированной части пласта отсутствуют вертикальные потоки, а при удалении от скважины они отличны от нуля. Показано, что межслойные перетоки существуют даже в однородных частично вскрытых пластах. В то же время приток из несовершенно вскрытого однородного изотропного пласта, продуцирующего в режиме заданной депрессии, не является равномерным, а максимум модуля горизонтальной компоненты скорости на всех кривых достигается на границах интервала перфорации. Показано, что в центре симметрично перфорированного и несовершенно вскрытого пласта наблюдается минимальный удельный приток.

Ключевые слова: фильтрация; несовершенное вскрытие; двухмерное течение; конечно-разностная программа; поле давления; поле скоростей

Finite-difference modeling of the inflow profile in an isolated homogeneous isotropic partially opened reservoir

**Alexander I. Filippov, Oksana V. Akhmetova, Aleksei A. Kovalsky,
Marat R. Gubaidullin***

Sterlitamak Branch of Bashkir State University, Sterlitamak, Russia

*e-mail: fir_bmf@mail.ru

Abstract. The article is devoted to the study of tributary profiles arising from the selection of hydrocarbons from partially opened reservoirs. The calculations were performed based on the finite-difference program for calculating the pressure and velocity fields in the formation, based on the solution of the problem of the pressure field in an isolated isotropic homogeneous formation, localized in the range from H_1 to $-H_2$ and perforated in the range $-H < z < H$, which is completely contained in the interval of the reservoir.

Graphical dependencies are constructed for the pressure field, the vertical and horizontal components, and the velocity modulus of the fluid filtered from the periphery to the well. Level lines for the indicated fields are presented and, based on their analysis, important regularities of the flow are revealed. A computational experiment showed that there are no vertical flows at the hole in the perforated part of the formation, and when they are removed from the well, they are non-zero. It was shown that interlayer flows exist even in homogeneous partially opened formations. At the same time, the inflow from an imperfectly opened homogeneous isotropic reservoir producing in a given depression mode is not uniform, and the maximum modulus of the horizontal velocity component in all curves is reached at the boundaries of the perforation interval. It is shown that in the center of a symmetrically perforated and imperfectly opened formation a minimum specific inflow is observed.

Key words: filtration; imperfect autopsy; two-dimensional flow; finite-difference program; pressure field; velocity field

Введение

Измерение профиля притока из пластов является одним из наиболее широко применяемых методов исследования скважин и пластов. Информация, извлекаемая из регистрируемой неравномерности притока, широко используется для решения ряда геолого-промышленных задач. Однако вклад физических факторов, вызывающих сложное распределение притока по толщине пласта, до настоящего времени не исследован в должной степени, а интерпретация скважинных дебитограмм часто осуществляется на интуитивном уровне.

Данная статья посвящена исследованию влияния фактора, заключающегося в несовпадении интервала перфорации с границами проницаемого насыщенностю пласта, на профиль притока из пласта (фактор несовпадения или мисмач-фактор (*mismatch*)). Практический интерес к такой проблеме обусловлен тем, что этот фактор является одним из важнейших, определяющих несовершенство вскрытия пласта. Несовпадение указанных границ чаще всего происходит вследствие погрешностей технологического процесса перфорации и проблем привязки результатов геофизических исследований к разрезу, объясняющееся растяжением кабеля, достигающим десятков метров, в процессе записи геофизических кривых. А наличие неперфорированных участков в кровле и подошве пласта может приводить к возникновению застойных зон, снижению продуктивности пласта и коэффициента нефтеизвлечения.

Впрочем в случае пластов с водонефтяным контактом перфорация осуществляется только в кровельной части. В этом случае фактор несовпадения используется для уменьшения содержания воды в продукции скважины.

На практике вклад исследуемого в данной работе мисмач-фактора осложнен влиянием неоднородностей пласта, неравномерности вскрытия, различием проницаемости ближней и удаленной от скважины зон пласта, вызванным различными технологическими процессами, и т. п. Для того чтобы исключить влияние слоистых неоднородностей, характерных для природных коллекторов нефти и газа, ниже рассмотрен случай фильтрации в однородном изолированном пласте. Предполагается отсутствие локальных перепадов давления в прискважинной зоне, вызванных несовершенством процесса перфорации, кольматацией призабойной зоны пласта и т. п.

Приток жидкости из пластов в реальных условиях инициируется снижением гидростатического давления в скважине, что вызывает перепад давления

относительно пластового. Это означает, что наиболее близким, по сути, к реальным скважинным условиям является режим заданной депрессии на пласт. Между тем известно, что исследование режима заданной депрессии при радиальном течении осложнено влиянием геометрического фактора. Для преодоления этой трудности рассмотрено плоское течение, которое сохраняет все основные и важнейшие закономерности фильтрационного течения в реальном пласте. Следует отметить, что использованное упрощение уменьшает точность количественных оценок, что, однако, не влияет на полученные в работе выводы. Применительно к численным методам расчеты для плоского течения позволяют использовать равномерную сетку для конечно-разностных расчетов.

Поставленная проблема предполагает решение задачи о поле давления в однородном изотропном пласте, когда граничные точки пласта не совпадают с границами интервала перфорации. Полученное поле давления, с помощью закона Дарси, позволяет определить фильтрационное поле скоростей, значения которого на выходе из пористой среды позволяют найти профиль притока из пласта. В рассматриваемом случае движение жидкости в пласте не является одномерным, поэтому одномерные поля течения [1, 2] в таких условиях не позволяют исследовать особенности притока из пласта. Многомерные задачи о притоке жидкости из пласта представляют научный и практический интерес, о чем свидетельствует значительное количество классических и современных работ [3–13].

Особое значение имеет решение задачи о распределении давления в частично вскрытом пласте, поскольку оно позволяет оценить выработку невскрытых зон. Заметим, что в большинстве опубликованных работ влияние несовершенства вскрытия учитывается на основе эмпирического скин-фактора, который формально позволяет учесть совокупность причин неидеального вскрытия (см. работу [3] и цитируемые в ней источники). Однако такой подход не снимает проблемы изучения вклада каждой причины в отдельности, что и осуществлено в данной статье.

Объект и методы исследования

Геометрия задачи представлена на рисунке 1. Ось z прямоугольной декартовой системы координат ориентирована перпендикулярно слою коллектора нефти и совпадает со стенкой галереи, моделирующей скважину.

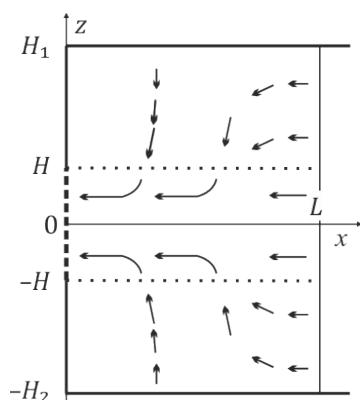


Рис. 1. Геометрия задачи о плоской фильтрации в изолированном пласте с учетом неполноты вскрытия

Предполагается, что однородный изолированный изотропный пласт, локализованный в интервале от H_1 до $-H_2$, продуцирует в перфорированном интервале $-H < z < H$ жидкость в режиме заданного перепада давления P_0 . Дополнительно считается, что физические параметры среды в диапазоне рассматриваемых перепадов не зависят от давления.

Задача заключается в отыскании фильтрационного поля давления и скорости двухмерного плоского течения в изолированном однородном изотропном пласте, который перфорирован неидеально.

Отметим, что совокупность численных решений такого рода, имеющих научное, практическое и образовательное значение, является компьютерным аналогом

одномерных задач «золотого фонда» теории фильтрации, допускающих аналитическое решение.

Математическая постановка гидродинамической задачи о поле давления в однородном изотропном изолированном пласте основана на решении уравнения пьезопроводности

$$m\beta\mu \frac{\partial P}{\partial t} - k \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - k \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0, \quad t > 0, \quad 0 < x < L, \quad -H_2 < z < H_1. \quad (1)$$

Условия изолированности, в соответствии с законом Дарси, представлены равенствами нулю вертикальных производных давления

$$\left. \frac{\partial P}{\partial z} \right|_{z=H_1} = 0, \quad \left. \frac{\partial P}{\partial z} \right|_{z=-H_2} = 0, \quad 0 < x < L, \quad t > 0. \quad (2)$$

Начальное и предельное условия представлены тривиальными значениями давления в начальный момент времени и на некоторой удаленной от скважины поверхности $x = L$. Выбор величины L определяется дополнительными условиями. Например, значение L можно полагать равным расстоянию между рядами нагнетательных и эксплуатационных скважин. В данной работе положение этой поверхности выбирается таким образом, что создаваемые в скважине возмущения давления за рассматриваемый промежуток времени не достигают указанной поверхности

$$P|_{t=0} = 0, \quad -H_2 < z < H_1, \quad 0 < x < L, \quad (3)$$

$$P|_{x=L} = 0, \quad t > 0, \quad -H_2 < z < H_1. \quad (4)$$

В неперфорированных верхнем и нижнем слоях задано условие изолированности

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad -H_2 < z < -H, \quad H < z < H_1, \quad (5)$$

а на границе со скважиной в перфорированном интервале постулируется режим заданного перепада давления

$$P|_{x=0} = P_0, \quad -H < z < H. \quad (6)$$

Координаты (или компоненты) вектора скорости фильтрации определяются с помощью закона Дарси

$$v_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad v_z = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (7)$$

Для изучения полей давления и скорости в условиях, соответствующих не полностью вскрытыму пласту и описываемых в задаче (1)–(7), использованы конечно-разностные методы. В основу алгоритма положена наиболее явная схема на равномерной сетке с шагом h_1 по координате x и h_2 — по координате z ; шаг по времени принят равным τ . В разностной форме уравнение (1) представлено в виде взаимосвязи значений в следующем временном слое через их величины в предыдущем [14–20]

$$P_{i,j}^{k+1} = P_{i,j}^k - \frac{k\tau}{m\beta\mu} \frac{P_{i+1,j}^k + P_{i-1,j}^k - 2P_{i,j}^k}{h_1^2} - \frac{k\tau}{m\beta\mu} \frac{P_{i,j+1}^k + P_{i,j-1}^k - 2P_{i,j}^k}{h_2^2}, \quad (8)$$

где $P_{i,j}^k$ — значения искомого поля давления в узлах равномерной сетки, $i \in [0, N_1]$, $j \in [-N_2, N_2]$, $k \in [0, N_3]$, где $N_1 + 1$, $2N_2 + 1$, $N_3 + 1$ — количество узлов сетки по осям x , z и времени t .

Значения $P_{i,j}^k$ в начальный момент времени полагаются нулевыми во всех точках i, j нулевого временного слоя ($k = 0$), кроме точек, расположенных в интервале перфорации $j \in [-N, N]$, $i = 0$, значения которых полагаются и далее поддерживаются равными P_0 .

На изолированных границах пласта $i \in [0, N_1]$, $j = N_2$, $j = -N_2$ и неперфорированных участках ($i = 0, j \in [-N_2, -N]$), ($i = 0, j \in [N, N_1]$) вычисления значений $P_{i,j}^k$ не осуществляются. На каждом слое им присваиваются значения, вычисленные в соседних точках.

Численные алгоритмы не допускают бесконечных значений пространственных координат, поэтому область вычислений искусственно ограничивают. Такой границей в задаче является линия $x = L$. Если протяженность пласта ограничена, то наличие такой границы является естественным. В данной задаче влияния правой границы на результаты вычислений следует избегать. Для этого программа прекращает вычисления, когда возмущения в прилежащих к правой границе узлах превышают заданный уровень. Если достигаемые при этом значения времени не соответствуют требуемым, то значение $L = N_1 h_1$ увеличивается, и процесс вычислений повторяется до достижения требуемых значений времени.

Соотношение между пространственными и временными шагами выбиралось в соответствии с требованием устойчивости. До начала вычислительных экспериментов программа тщательно тестировалась, и осуществлялся комплекс мероприятий контроля вычислений в процессе их реализации. Реализовано сопоставление результатов вычислительных экспериментов с аналитическими моделями [3, 14, 15].

Результаты

Ниже описаны важнейшие результаты вычислительных экспериментов, достоверность которых тщательно проконтролирована. Рассмотрен симметричный случай, когда верхний и нижний неперфорированные интервалы имеют одинаковую толщину. В расчетах приняты значения проницаемости $k = 10^{-14} \text{ м}^2$, вязкости $\mu = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Па с}$, сжимаемости $\beta = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$, пористости $m = 0,1$, депрессии $P_0 = 10^6 \text{ Па}$.

Рисунок 2 иллюстрирует пространственное распределение (а) и изолинии (б) поля давления в пласте для случая симметричной геометрии вскрытия $H = 2 \text{ м}$, $H_2 = H_1 = 5 \text{ м}$ при значении времени $t = 3600 \text{ с}$. Отметим, что возмущения поля давления, вызванные отбором из пласта, соответствуют снижению давления относительно пластового, то есть имеют отрицательный знак. На рисунке 2 эти значения представлены положительными значениями, то есть при анализе графиков следует иметь в виду, что применительно к случаю отбора у возмущений давления изменен знак. Приведенные кривые (см. рис. 2) по использованному знаку значений давления соответствуют случаю закачки в пласт в режиме заданной депрессии. Впрочем, как следует из анализа постановки задачи, с точностью до знака поля давления для случая закачки и отбора являются идентичными.

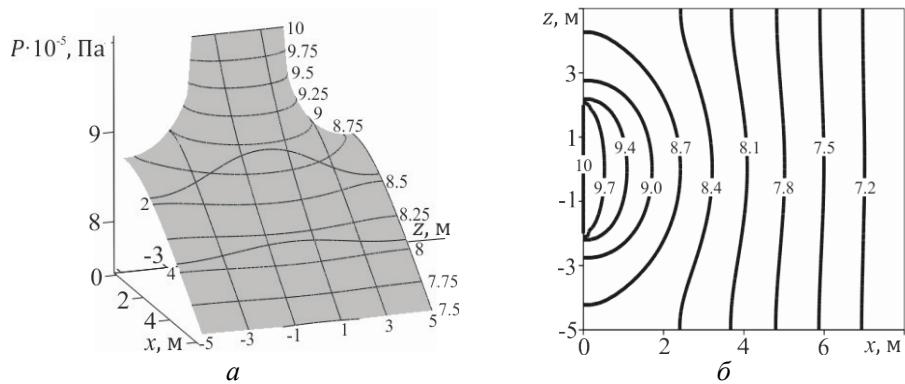


Рис. 2. Пространственное распределение (а) и линии уровня (б) поля давления при $t = 3\,600$ с

Наиболее важным отличием рассматриваемого течения, учитывающего несовпадение интервала перфорации с границами пласта, от течения в однородном изотропном пласте при геометрии, соответствующей идеальной перфорации, является наличие изменений давления в направлении оси z . Зависимость поля давления от вертикальной координаты означает наличие фильтрационного потока в поперечном к основному потоку направлении, который при отсутствии мисмач-фактора отсутствует. Это означает, что при рассматриваемом несовпадении интервала перфорации с границами пласта неизбежно возникают межслойные перетоки как в перфорированном интервале, так и в невскрытых толщинах.

Итак, несовпадение интервала перфорации с границами пласта приводит к возникновению перетоков как из неперфорированных слоев пласта к перфорированной зоне, так и поперечных потоков в перфорированном слое. Вычислительные эксперименты показывают, что при приближении границ интервала перфорации к границам пласта зависимости поля давления от вертикальной координаты, а следовательно, и поперечные межслойные перетоки исчезают.

Из рисунка 2 следует, что максимальные возмущения давления достигаются в центре перфорированного слоя при $z = 0$, то есть на оси x . При удалении от центра пласта возмущения давления, вызванные фильтрационным потоком, уменьшаются. Рисунок 2 свидетельствует также, что изменения давления при удалении от скважины наблюдаются и на изолированной границе $z = \pm 5$ м. Это означает, что горизонтальные фильтрационные потоки имеются и на границе пласта, в то же время вертикальные фильтрационные потоки на границе пласта, согласно предположению о его изолированности, отсутствуют.

Анализируя рисунок 2 б, отмечаем, что на больших расстояниях $x > 6$ м линии уровня представлены вертикальными прямыми. Это означает, что векторы скорости фильтрации на этой линии направлены горизонтально, то есть межслойные перетоки, формирующие профиль притока из пласта, отсутствуют. Течение же в этой области является почти одномерным. При приближении к интервалу перфорации в области $x < 6$ м кривизна линий уровня увеличивается, что свидетельствует об увеличении вклада межслойных перетоков при приближении к интервалу перфорации. Итак, на больших расстояниях течение в рассматриваемой системе эквивалентно одномерному, например, течению в пористом стержне, а в ближней зоне вклад двухмерных эффектов течения является существенным.

Отметим, что анализ поля давления не предоставляет достаточного количества информации для иллюстрации особенностей формирования профиля притока в пласте в рассматриваемом случае. Для получения более детальной картины необходимо изучение поля скорости, которое представлено ниже конечно-разностными аналогами для вертикальной и горизонтальной компонент градиента поля давления в формулах (7).

На рисунке 3 изображены пространственное распределение (*a*) и изолинии (*b*) вертикальной компоненты скорости в пласте для тех же условий, что и на рисунке 2. Наличие ненулевых значений вертикальной компоненты скорости в области $x < 6$ м отличает течение в пласте с реальной и идеальной (или совершенной) перфорацией. В однородном совершенно перфорированном пласте вертикальная компонента всегда равна нулю. Из рисунка 3 следует, что вертикальная компонента скорости обращается в нуль на изолированных границах пласта $z = H_1 = 5$ м, $z = -H_2 = -5$ м и линии симметрии, то есть на оси x .

В верхнем слое $0 < z < H_1$ значения вертикальной компоненты скорости положительны, то есть при отборе жидкость течет к центру пласта, а при закачке — напротив, от центра к верхней изолированной границе. В нижнем слое $-H_2 < z < 0$ м значения вертикальной компоненты скорости отрицательные, а при отборе жидкость течет к центру пласта, а при закачке — к нижней изолированной границе. Итак, мисмач-фактор является причиной возникновения межслойных перетоков и в неперфорированных и в перфорированном слоях пласта.

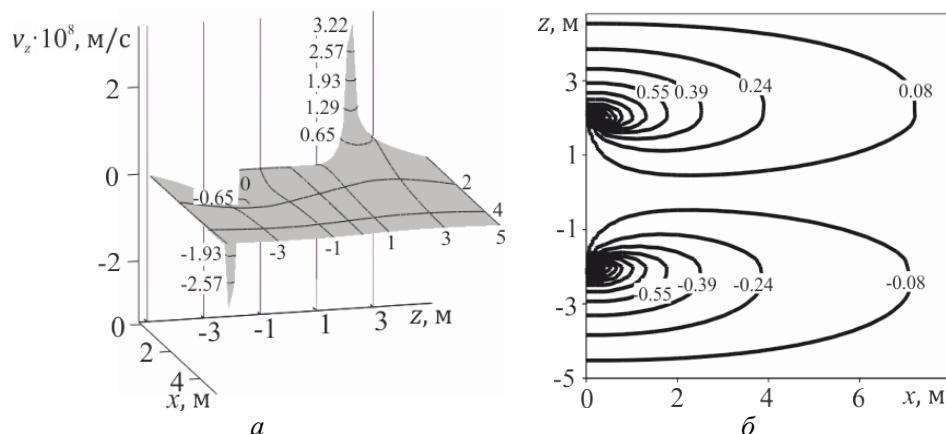


Рис. 3. Вертикальная компонента скорости — при закачке (или ее абсолютное значение — при отборе): пространственное распределение (а) и линии уровня (б)

Пространственное распределение вертикальной компоненты скорости также существенно не равномерно. Глобальный максимум вертикальной компоненты скорости при отборе достигается вблизи нижней граничной точки интервала перфорации ($x = 0$ м, $z = -5$ м), а глобальный минимум — вблизи нижней граничной точки интервала перфорации ($x = 0$ м, $z = 5$ м). Представленный на рисунке 3 случай соответствует закачке, при которой максимум скорости фильтрации достигается в точке ($x = 0$ м, $z = 5$ м), а глобальный минимум — в точке ($x = 0$ м, $z = -5$ м).

Линии уровня вертикальной компоненты скорости (см. рис. 4 б) разделяются на две группы. Первая группа условно начинается в точке $x = 0$ м, $z = 2$ м и

заканчивается на соответствующем верхнем неперфорированному интервалу отрезке $x = 0$ м, $2 \text{ м} < z < H_1$. Вторая группа начинается в точке $x = 0$ м, $z = -2$ м и заканчивается на соответствующем нижнем неперфорированному интервалу отрезке $x = 0$ м, $-H_2 < z < -2$ м.

Наличие отмеченных особенностей и максимумов вертикальной компоненты скорости находится в тесной связи с пространственно-временным распределением горизонтальной компоненты скорости и формирует профиль притока (или поглощения — при закачке).

Рисунок 4 иллюстрирует пространственное распределение (а) и изолинии (б) горизонтальной компоненты скорости в пласте с учетом влияния мисмач-фактора для тех же условий, что и на рисунке 2. Заметим, что в полностью вскрытом однородном изотропном пласте вертикальная компонента скорости равна нулю, а горизонтальная — не зависит от координаты z . Кривые, приведенные на рисунке 4, свидетельствуют о том, что картина течения в пласте с учетом фактора несовпадения качественно меняется.

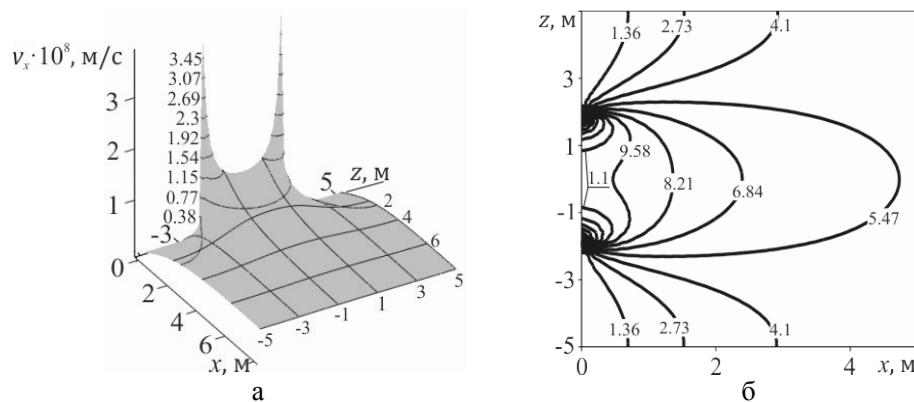


Рис. 4. Горизонтальная компонента скорости — при закачке (или ее модуль — при отборе): пространственное распределение (а) и линии уровня (б)

Анализируя линии уровня, изображенные на рисунке 4 б, заключаем, что течение делится на две зоны: ближнюю (или прискважинную) и дальнюю. В ближней зоне линии уровня включают *два типа*, отличающиеся от изображенных на рисунке 3 б только *направлениями условного выхода* из точек, соответствующих границам интервала перфорации. Наличие двух указанных типов среди линий уровня приводит к наличию двух максимумов горизонтальной компоненты скорости в любом сечении зоны, соответствующем постоянным значениям z .

В дальней зоне все линии уровня представлены только *одним типом*. Во-первых, они начинаются и заканчиваются в точках, соответствующих границам интервала перфорации. Во-вторых, функция $x = x(y)$, описывающая эти линии, имеет только один максимум. Такие линии обеспечивают наличие только одного максимума горизонтальной координаты скорости в любом сечении дальней зоны, соответствующем постоянным значениям z . Максимум горизонтальной координаты скорости в рассматриваемом симметричном случае расположен на оси x . Границей между зонами выступает такое z -сечение, в любом z -сечении правой окрестности которого содержится только одна точка максимума, а в любом левом — две.

Из кривых, приведенных на рисунке 4 б, следует, что на изолированных границах пласта горизонтальная компонента скорости отлична от нуля, однако величина ее значительно меньше, нежели в перфорированной части пласта. При приближении к границам интервала перфорации ($z = \pm 2$ м, $x = 0$ м) в прискважинной зоне величина горизонтальной компоненты скорости возрастает, достигая максимума (см. рис. 4 б).

В неперфорированных верхнем и нижнем слоях величина горизонтальной компоненты обращается в нуль на изолированных отрезках линии $x = 0$ м и на значительном удалении вглубь пласта ($x \rightarrow \infty$). При некоторых значениях горизонтальной координаты величина горизонтальной компоненты скорости также достигает локального максимума.

При удалении вглубь пласта (при возрастании горизонтальной координаты) в перфорированном слое величина горизонтальной компоненты скорости монотонно убывает от максимального значения, достигаемого на выходе из пористой среды. Такие особенности поля горизонтальных скоростей обусловлены наличием межслойных перетоков, вызванных фильтрационными потоками из неперфорированных слоев в перфорированный.

Из кривых, приведенных на рисунке 2, следует, что поле давления на выходе из перфорированного слоя не зависит от вертикальной координаты, что определяется условием (6) задачи (1)–(6). Из рисунка 4 видно, что горизонтальная компонента скорости, напротив, зависит от вертикальной координаты z . Ее величина достигает максимального значения на границах интервала перфорации, а минимальное значение горизонтальной компоненты соответствует центру перфорированного слоя.

На рисунке 5 представлено пространственное распределение (а) и изолинии (б) модуля вектора скорости $v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2}$ в несовершенно вскрытом пласте для тех же условий, что и на рисунке 2. Как и в случае горизонтальной компоненты скорости, область фильтрации может быть разделена на две зоны: прискважинную и дальнюю. Отличие наблюдается только в объектах начала и конца линий уровня. В ближней зоне условное начало основного количества линий сосредоточено на линии перфорации. В дальней зоне линии начинаются на одном неперфорированном отрезке контакта со скважиной и заканчиваются — на другом.

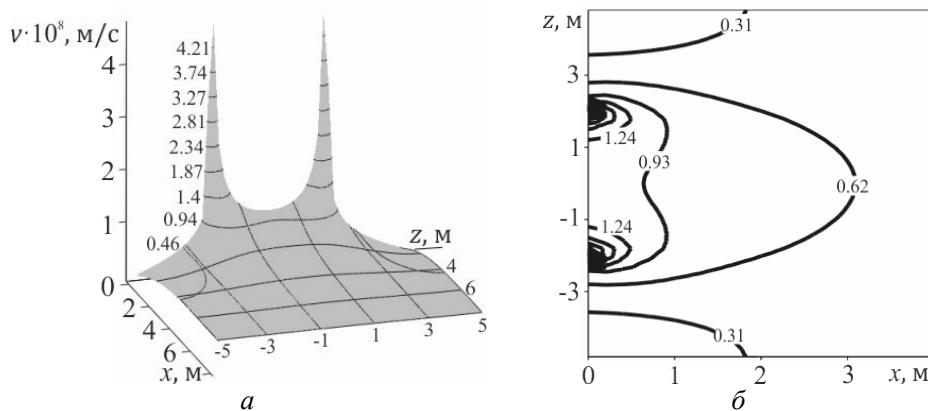
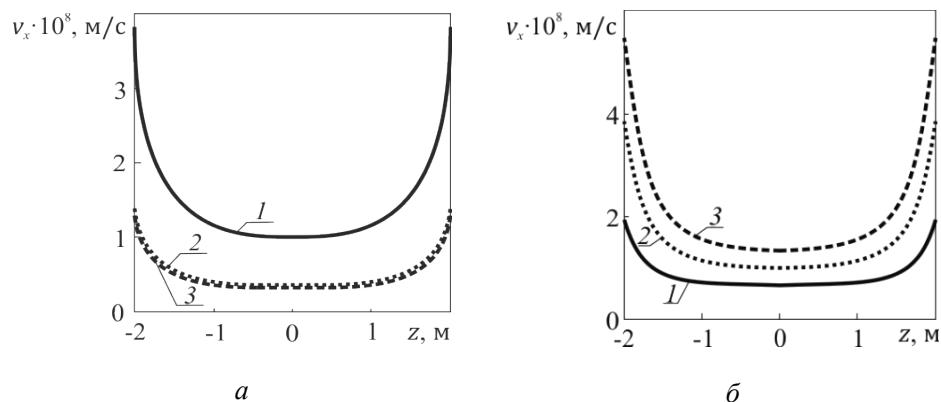


Рис. 5. Распределение модуля скорости фильтрации в пространстве (а) и линии уровня (б)

Следующая важная особенность скалярного поля модуля скорости обусловлена тем, что горизонтальная компонента скорости на линии $x = 0$ отлична от нуля только в интервале перфорации $-2 \text{ м} < z < 2 \text{ м}$, и равна нулю на неперфорированных отрезках $x = 0 \text{ м}$: $2\text{м} < z < H_1$ и $-H_2 < z < -2 \text{ м}$. По этой причине горизонтальная компонента скорости испытывает скачкообразные изменения в точках $x = 0, z = \pm 2 \text{ м}$. Аналогичные скачки в тех же точках испытывает и вертикальная компонента скорости, так как она обращается в нуль на линии перфорации и отлична от нуля на неперфорированных отрезках скважины. Поскольку модуль скорости содержит сумму квадратов компонент, то аналогичные скачки на линии $x = 0 \text{ м}$, модуля скорости в точках $z = \pm 2 \text{ м}$ отсутствуют.

Из анализа рисунков 4 и 5 следует, что горизонтальная компонента скорости на выходе из пористой среды в перфорированном интервале определяет профиль притока (или поглощения — при закачке) жидкости в скважину. На рисунке 6 изображены графики горизонтальной компоненты скорости фильтрации на выходе из пористой среды или профили притока. Кривые, приведенные на рисунке 6, свидетельствуют о том, что даже в однородном изотропном пласте, продуцирующем жидкость в режиме заданной депрессии, профиль притока не является равномерным. Максимальные значения удельного притока наблюдаются на границах перфорированного интервала, а минимальные — в центре пласта. Причиной неравномерности притока является наличие мисс-мач-фактора. Отметим, что сходный результат, но путем вариации эмпирического скин-фактора, получен в работе [3] на основе решения задачи, в которой условия изолированности верхнего и нижнего слоев пласта отсутствуют.

Из кривых, приведенных на рисунке 6 а, следует, что с увеличением времени значения удельного притока в центре интервала перфорации снижаются. Уменьшаются и максимальные значения удельного притока в граничных точках интервала перфорации. В то же время при увеличении толщины неперфорированных слоев возрастают значения удельных притоков в центре и граничных точках интервала перфорации (рис. 6 б).



*Рис. 6. Профиль притока (скорости фильтрации на выходе из пористой среды $x = 0 \text{ м}$) в перфорированной части пласта: а — для различных значений времени:
1 — $t = 1 \text{ час}$, 2 — 10 часов, 3 — 100 часов при общей толщине пласта 10 м;
б — для различных значений толщины пласта:
1 — 12 м, 2 — 20 м, 3 — 28 м при $t = 1 \text{ час}$*

Выводы

Итак, вычислительные эксперименты на основе конечно-разностной модели плоского течения позволили выявить важные особенности формирования профиля притока в однородном изотропном изолированном пласте, вызванные фактором несовпадения.

Модель предсказывает, что в режиме постоянной депрессии в однородном пласте, границы которого не совпадают с интервалом перфорации, возникают вертикальные фильтрационные межслойные перетоки. Область течения при этом включает две зоны. В дальней зоне поле скоростей фильтрации имеет в любом z -сечении только один максимум. При переходе в ближнюю зону максимум поля скорости дальней зоны делится на два расходящихся. Эти максимумы в дальнейшем, возрастая при приближении к скважине, сливаются с границами интервала перфорации.

Описанные особенности течения имеют результатом неравномерный профиль притока в интервале перфорации, причем минимальные значения удельного притока наблюдаются в центре пласта, а максимальные — на границе интервала перфорации. Причиной такого распределения являются вертикальные межслойные перетоки, неизбежно возникающие вследствие несовпадения интервала перфорации с границами пласта — одного из факторов несовершенства вскрытия.

Предсказываемые на основе численного эксперимента особенности профиля притока в несовершенно вскрытом пласте важно учитывать при интерпретации скважинных дебитограмм. В случае пластов с водонефтяным контактом, когда перфорация осуществляется только в кровельной части, созданная конечно-разностная модель может быть использована в таких условиях для прогноза обводнения продукции. Практическое использование выявленных закономерностей позволит усовершенствовать методику интерпретации скважинных дебитограмм и развить технологию нефтеизвлечения.

Библиографический список

1. Щелкачев В. Н. Уточнение вывода основных динамических уравнений теории фильтрации // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 1961. – № 2. – С. 87–93.
2. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / Пер. с англ. А. И. Геймана – М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 640 с. – (Современные нефтегазовые технологии).
3. Морозов П. Е. Полуаналитическое решение задачи нестационарного притока жидкости к несовершенной скважине // Ученые записки Казанского университета. Серия: физико-математические науки. – 2017. – Т. 159, № 3. – С. 340–353.
4. Куштанова Г. Г. Нестационарная фильтрация жидкости в трещиновато-пористом пласте по неравновесному закону // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2008. – № 5. – С. 25–30.
5. Забоева М. И., Каширина К. О. Установившийся приток газа к несовершенной скважине в однородно-анизотропном пласте // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2010. – № 1. – С. 30–34.
6. Поля скоростей фильтрации в слоисто-неоднородных пластах / А. И. Филиппов [и др.] // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2018. – Т. 4, № 4. – С. 118–130. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-118-130
7. Filippov A. I., Gubaidullin M. R., Akhmetova O. V. Pressure Field in the Process of Radial Filtration in a Nonuniform Orthotropic Stratum in the Asymptotic Approximation // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, Issue 6. – P. 1329–1340. DOI: 10.1007/s10891-015-1317-0

8. Filippov A. I., Akhmetova O. V., Filippov I. M. Filtration pressure field in an inhomogeneous bed in constant drainage // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2012. – Vol. 85, Issue 1. – P. 1–18. DOI: 10.1007/s10891-012-0615-z
9. Akhmetova O. V., Filippov A. I., Filippov I. M. Quasi-steady-state pressure fields in linear flow through a porous inhomogeneous anisotropic reservoir in the asymptotic approximation // Fluid Dynamics. – 2012. – Vol. 47, Issue 3. – P. 364–374. DOI: 10.1134/S0015462812030106
10. Филиппов А. И. Ахметова О. В., Губайдуллин М. Р. Асимптотически осредненное решение задачи о поле давления в слоисто-неоднородной пористой среде [Электронный ресурс] // Нефтегазовое дело. – 2015. – № 3. – С. 693–712. – Режим доступа: <https://doi.org/10.17122/ogbus-2015-3-693-712>.
11. Первое асимптотическое приближение задачи о поле давления в неоднородной ортотропной пористой среде / А. И. Филиппов [и др.] // Известия Уфимского научного центра РАН. – 2016. – № 1. – С. 5–12.
12. Yeh H. D., Chang Y. C. Recent advances in modeling of well hydraulics // Advances in Water Resources. – 2013. – Vol. 51. – P. 27–51. DOI: 10.1016/j.advwatres.2012.03.006
13. Yang S. Y., Yeh H. D. A general semi-analytical solution for three types of well tests in confined aquifers with a partially penetrating well // Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences. – 2012. – Vol. 23, Issue 5. – P. 577–584. DOI: 10.3319/tao.2012.05.22.02(wmh)
14. Ши Д. Численные методы в задачах теплообмена / Пер. с англ. И. Е. Зино, В. Л. Грязнова; под ред. В. И. Полежаева. – М.: Мир, 1988. – 544 с.
15. Самарский А. А. Теория разностных схем: учеб. пособие. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
16. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
17. Араманович И. Г., Левин В. И. Уравнения математической физики: учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, 1969. – 287 с.
18. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Пер. с англ.; под ред. Б. Е. Победря. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
19. Михлин С. Г., Смолицкий Х. Л. Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. – М.: Наука, 1965. – 383 с.
20. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач / Пер. со 2-го англ. изд. Б. М. Будака [и др.]; под ред. Б. М. Будака, А. Д. Горбунова – М.: Мир, 1972. – 418 с.

References

1. Shchelkachev, V. N. (1961). Utochnenie vydova osnovnykh dinamicheskikh uravneniy teorii fil'tratsii. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz, (2), pp. 87-93. (In Russian).
2. Muskat, M. (1946). The flow of homogeneous fluids through porous media. New York, P. imprenta, 763 p. (In English).
3. Morozov, P. E. (2017). Semi-Analytical Solution for Unsteady Fluid Flow to a Partially Penetrating Well. Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki, 159(3), pp. 340-353. (In Russian).
4. Kushtanova, G. G. (2008). Unsteady-state flow of liquid in the fractured-porous formation under the non-equilibrium law. Higher educational institutions news. Neft' i gaz, (5), pp. 25-30. (In Russian).
5. Zaboeva, M. I., & Kashirina, K. O. (2010). Steady-state influx of gas to the imperfect well in the homogeneous-anisotropic reservoir. Higher educational institutions news. Neft' i gaz, (1), pp. 30-34. (In Russian).
6. Filippov, A. I., Akhmetova, O. V., Kovalsky, A. A., & Gubaidullin, M. R. (2018). Fields of Filtration Rates in Layered Heterogeneous Beds. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, 4(4), pp. 118-130. (In Russian). DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-118-130
7. Filippov, A. I., Gubaidullin, M. R., & Akhmetova, O. V. (2015). Pressure Field in the Process of Radial Filtration in a Nonuniform Orthotropic Stratum in the Asymptotic Approximation. Journal of Engineering Physics and Thermophysics, 88(6), pp. 1329-1340. (In English). DOI: 10.1007/s10891-015-1317-0
8. Filippov, A. I., Akhmetova, O. V., & Filippov, I. M. (2012). Filtration pressure field in an inhomogeneous bed in constant drainage. Journal of Engineering Physics and Thermophysics, 85(1), pp. 1-18. (In English). DOI: 10.1007/s10891-012-0615-z

9. Akhmetova, O. V., Filippov, A. I., & Filippov, I. M. (2012). Quasi-steady-state pressure fields in linear flow through a porous inhomogeneous anisotropic reservoir in the asymptotic approximation. *Fluid Dynamics*, 47(3), pp. 364-374. (In English). DOI: 10.1134/S0015462812030106
10. Filippov, A. I. Akhmetova, O. V., & Gubaidullin, M. R. (2015). Asymptotically averaging solving the problem of the pressure field in layered porous medium. *Oil and Gas Business*, (3), pp. 693-712. (In Russian). Available at: <https://doi.org/10.17122/ogbus-2015-3-693-712>
11. Filippov, A. I., Akhmetova, O. V., Kovalskiy, A. A., & Gubaydullin, M. R. (2016). First asymptotic approximation of the problem on orthotropic pressure field in heterogeneous porous media. *Proceedings of the RAS Ufa Scientific Centre*, (1), pp. 5-12. (In Russian).
12. Yeh, H. D., & Chang, Y. C. (2013). Recent advances in modeling of well hydraulics. *Advances in Water Resources*, 51, pp. 27-51. (In English). DOI: 10.1016/j.advwatres.2012.03.006
13. Yang, S. Y., & Yeh, H. D. (2012). A general semi-analytical solution for three types of well tests in confined aquifers with a partially penetrating well. *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences*, 23(5), pp. 577-584. (In English). DOI: 10.3319/tao.2012.05.22.02(wmh)
14. Shih, T. M. (1984). *Numerical Heat Transfer*. New York, Hemisphere Publishing Corporation, 544 p. (In English).
15. Samarskiy, A. A. (1977). *Teoriya raznostnykh skhem*. Moscow, Nauka Publ., 656 p. (In Russian).
16. Samarsky, A. A., & Gulin, A. B. (1989). *Chislennye metody*. Moscow, Nauka Publ, 432 p. (In Russian).
17. Aramanovich, I. G., & Levin, V. I. (1969). *Uravneniya matematicheskoy fiziki*. Moscow, Nauka Publ., 287 p. (In Russian).
18. Zienkiewicz, O. C. (1971). *The finite element method in engineering science*. London, McGraw-Hill, 521 p. (In English).
19. Mikhlin, S. G., & Smolitskiy, Kh. L. (1965). *Priblizhennye metody resheniya differential'nykh i integral'nykh uravneniy*. Moscow, Nauka Publ., 383 p. (In Russian).
20. Richtmayer R. D., & Morton, K. W. (1967). *Difference methods for initial-value problems*. New York, Interscience Publishers, 405 p. (In English).

Сведения об авторах

Филиппов Александр Иванович, д. т. н., профессор кафедры общей и теоретической физики, Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, г. Стерлитамак

Ахметова Оксана Валентиновна, д. ф.-м. н., заведующий кафедрой общей и теоретической физики, Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, г. Стерлитамак

Ковалевский Алексей Алексеевич, к. ф.-м. н., директор, Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, г. Стерлитамак

Губайдуллин Марат Радикович, младший научный сотрудник, Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, г. Стерлитамак, e-mail: fir_bmf@mail.ru

Information about the authors

Alexander I. Filippov, Doctor of Engineering, Professor at the Department of General and Theoretical Physics, Sterlitamak Branch of Bashkir State University, Sterlitamak

Oksana V. Akhmetova, Doctor of Physics and Mathematics, Head of the Department of General and Theoretical Physics, Sterlitamak Branch of Bashkir State University, Sterlitamak

Aleksei A. Kovalsky, Candidate of Physics and Mathematics, Director, Sterlitamak Branch of Bashkir State University, Sterlitamak

Marat R. Gubaidullin, Junior Researcher, Sterlitamak Branch of Bashkir State University, Sterlitamak, e-mail: fir_bmf@mail.ru