

**Анализ решений температурной модели Маскета — Леверетта  
для разных типов нефтей**

**О. Б. Бочаров<sup>1</sup>, И. Г. Телегин<sup>2\*</sup>**

<sup>1</sup>Новосибирский технологический центр АО «Бейкер Хьюз», г. Новосибирск, Россия

<sup>2</sup>Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, Россия

\*e-mail: igtelegin@yandex.ru

*Аннотация.* В работе численными методами анализируются особенности решений неизотермической модели двухфазной фильтрации Маскета — Леверетта с постоянными остаточными насыщенностями. Рассматривается структура решений задач термозаводнения для мало- и высоковязких видов нефти. Приведены типичные решения для различных характерных видов функциональных параметров модели. В работе показано, что вытеснение высоковязкой нефти горячей водой является эффективным методом увеличения нефтеотдачи. В частности, если в случае термозаводнения месторождения с маловязкой нефтью нефтеотдача увеличивается всего на несколько процентов, то для месторождения с высоковязкой нефтью термозаводнение увеличивает нефтеотдачу на десятки процентов. Показано, что для повышения эффективности термозаводнения необходимо закачивать горячую воду с минимально возможным капиллярным параметром. Высокая суммарная скорость фильтрации уменьшает суммарные потери тепла через кровлю и подошву пласта. Численные эксперименты показали, что для адекватного моделирования термозаводнения кроме учета изменения вязкости нефти необходимо учитывать действие капиллярных сил и вариацию относительных фазовых проницаемостей в процессе эксплуатации нефтяного месторождения.

*Ключевые слова:* модель Маскета — Леверетта; капиллярное давление; функция Леверетта; водонасыщенность

**Analysis of solutions of the Muskat — Leverett non-isothermal model  
for different types of oils**

**Oleg B. Bocharov<sup>1</sup>, Igor G. Telegin<sup>2\*</sup>**

<sup>1</sup>Novosibirsk Technology Center Baker Hughes JSC, Novosibirsk, Russia

<sup>2</sup>Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

\*e-mail: igtelegin@yandex.ru

*Abstract.* In this article, numerical methods are used to analyze the features of solutions to the non-isothermal Muskat — Leverett two-phase filtration model. The structure of solutions to thermal waterflooding problems for low-viscosity and high viscosity types of oil is considered. Typical solutions for different types of functional parameters of the model are shown. The simulations show that hot water displacement of high-viscosity oil is an effective method of increasing oil recovery. In particular, if in the case of thermal flooding the reservoir with low-viscosity oil, recovery increases by only a few percent, then for a field with high viscosity oil,

thermal flooding increases oil recovery by tens of percent. It is shown that in order to increase the efficiency of the thermal flooding it is necessary to pump hot water with the minimum possible capillary parameter. High total filtration rate reduces total heat loss through the roof and sole of the formation. Numerical experiments have shown that for an adequate simulation of thermal flooding, in addition to taking into account changes in oil viscosity, it is necessary to take into account the action of capillary forces and the variation of relative phase permeability during the operation of the oil field.

*Key words:* Muskat — Leverett model; capillary pressure; Leverett's function; water saturation

### Введение

Ежегодно в России добывается 500–560 млн тонн нефти. В первую очередь нефтяные компании разрабатывают нефтяные залежи с легко извлекаемой нефтью, и потому с течением времени все большая часть остаточных запасов приходится на трудноизвлекаемые запасы. В связи с этим большое значение имеют методы увеличения нефтеотдачи (МУН), в частности — термические. Изучением и моделированием этих методов разработки месторождений занимались многие ученые, как в России, так и за рубежом [1–14]. В работе [11], в частности, была выделена модель неизотермической двухфазной фильтрации Маскета — Леверетта (МЛТ), для которой удалось решить вопрос о существовании решения. Методы построения и свойства численных решений классической задачи вытеснения для МЛТ модели подробно рассмотрены в работах [12–14]. В данной работе изучаются особенности решений и эффективность термоводнения для различного типа нефтей при постоянных остаточных насыщениях. Изучается также влияние функциональных параметров на решение МЛТ модели.

### Уравнения МЛТ модели

В однородной пористой среде одномерная модель неизотермической двухфазной фильтрации Маскета — Леверетта (МЛТ) имеет вид [11, 12]:

$$\begin{cases} m \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K_0 a_1 (-\frac{\partial p_c}{\partial x}) - v(t)b) \equiv -\frac{\partial v_1}{\partial x}; \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} - v(t)\theta), \end{cases} \quad (1)$$

где  $t$  — время;  $0 \leq x \leq L$  — пространственная переменная,  $L$  — расстояние от нагнетательной скважины до нефтяной;  $s = (s_1 - S_1^0)/(1 - S_2^0 - S_1^0)$  — динамическая насыщенность смачивающей фазы (например воды),  $s_1$  — истинная водонасыщенность,  $(S_1^0, S_2^0) = const$  — остаточные водо- и нефтенасыщенности;  $\theta \in (\theta_{\min}, \theta_{\max})$  — температура;  $m = m_0(1 - S_1^0 - S_2^0)$ ,  $m_0 = const$  — пористость нефтяного пласта;  $K_0 = const$  — абсолютная проницаемость коллектора;  $a_1(s, \theta) = k_2 b / \mu_2$ ;  $p_c(s, \theta) = (m_0 / K_0)^{1/2} \sigma(\theta) j(s)$  — капиллярное давление,  $\sigma(\theta)$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $j(s)$  — функция Леверетта;  $b(s, \theta) = k_1 / [k_1 + (\mu_1 / \mu_2) k_2]$  — функция Баклея — Леверетта;  $k_i(s)$  — относительные фазовые проницаемости;  $v_i$  — скорость фильтрации  $i$ -й фазы,  $v = v_1 + v_2$ ;  $\mu_2(\theta) = \mu_o(\theta)$  — вязкость нефти;  $\mu_1(\theta)$  — вязкость воды;

$\lambda(s, \theta) = \frac{\sum_{i=1}^3 \alpha_i \lambda_i}{\sum_{i=1}^3 \rho_i c_{pi}}$  — коэффициент температуропроводности смеси;  $\rho_i$  — плот-

ности (индекс  $i = 1$  соответствует воде,  $i = 2$  — нефти,  $i = 3$  — коллектору);  $\alpha_1 = m_0 s_1$ ,  $\alpha_2 = m_0 (1 - s_1)$ ,  $\alpha_3 = 1 - m_0$ ;  $c_{pi}$  — теплоемкость фазы при постоянном давлении;  $\lambda_i$  — коэффициенты теплопроводности. Отметим, что

$$k_1(0) = k_2(1) = 0; j(s) > 0, dj/ds \leq 0, 0 \leq s \leq 1.$$

Положив  $v(t) = Q_0 = const$ , введем безразмерные переменные:  $x^* = x/L$ ,  $t^* = Q_0 t / (mL)$ ,  $\theta^* = (\theta - \theta_{min}) / (\theta_{max} - \theta_{min})$ ,  $\lambda^* = \lambda / \lambda_0$ ,  $\lambda_0 = \lambda(\theta, \theta_{min})$  (далее звездочки у безразмерных величин опускаются). В силу доказанного в работе [11] принципа максимума значения  $\theta_{min}$  и  $\theta_{max}$  достигаются на границах области при  $x = 1$  и  $x = 0$ . Систему уравнений (1) в новых обозначениях можно записать в виде

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon_c a \frac{\partial u}{\partial x} - b) = -\frac{\partial v_1}{\partial x}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon_\theta \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} - m\theta), \quad (2)$$

где  $\varepsilon_c = \Gamma^* (m_0 K_0)^{1/2} / (Q_0 L M)$  — капиллярный параметр;  $a(s, \theta) = k_2 b / \mu_2^*$ ;  $u(s, \theta) = -j \sigma^*$ ;  $\varepsilon_\theta = m \lambda_0 / (Q_0 L)$ ;  $\sigma^* = \sigma / \Gamma$ ;  $\mu = \mu_1^* / \mu_2^*$ ;  $\mu_2^* = \mu_2 / M$ ;  $\mu_1^* = \mu_1 / M$ ;  $\Gamma = \max(\sigma(\theta))$ ,  $M = \max(\mu_2(\theta))$ ,  $\theta \in [0; 1]$ . Звездочки в дальнейшем опускаются. При  $\varepsilon_c = 0$  будем иметь неизотермическую модель Баклея — Леверетта (БЛТ), в случае  $\mu_1 = const$ ,  $\mu_2 = const$  и  $\sigma = const$  приходим к варианту классической модели Маскета — Леверетта (МЛ).

### Постановка начально-краевой задачи для системы (2)

*Начально-краевые условия для температуры.* В нагнетательную скважину ( $x = 0$ ) подается вода с заданной температурой, на добывающей скважине ( $x = 1$ ) происходит свободный вынос тепла. В начальный момент задано распределение температуры в пласте. Эти предположения соответствуют следующей начально-краевой задаче для температуры:

$$\theta|_{x=0} = \theta_1, \quad \varepsilon_\theta \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} |_{x=1} = 0; \quad \theta(x, 0) = \theta_0, \quad x \in (0; 1). \quad (3)$$

*Начально-краевые условия для водонасыщенности.* На нагнетательной скважине задается расход вытесняющей фазы. На забое добывающей скважины будем использовать условие, описанное в работе [14]. Это условие реализует гипотезу: доля фазы в суммарном потоке на выходе из пористой среды пропорциональна ее подвижности. Данные предположения соответствуют следующей начально-краевой задаче для  $s$ :

$$v_1|_{x=0} = -(\varepsilon_c a \frac{\partial u}{\partial x} - b)|_{x=0} = I; \quad \varepsilon_c a \frac{\partial u}{\partial x} |_{x=1} = 0; \quad s(x, 0) = s_0(x), \quad x \in [0; 1]. \quad (4)$$

### Численный алгоритм

Введем сетку  $E$  с распределенными узлами,  $E = \{x_i = ih, t^n = n\tau, n = 0, 1, 2, \dots, i = 0, \dots, N\}$ ,  $h = 1/N$  — шаг по пространственной координате,  $\tau = rh^2$  — шаг по временной переменной,  $r$  — число Куранта. Шаг  $h$  брался равным 0,005 ( $N = 200$ ), а шаг  $\tau$  равным 0,00025. В данном пункте в записи разностных схем применяются обозначения из работы [15].

Уравнение для температуры  $\theta$  и насыщенности  $s$  аппроксимировались неявными разностными схемами первого порядка

$$\begin{cases} \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^n}{\tau} = \frac{\varepsilon_\theta}{h} (\lambda_{i+1/2}^n \theta_{x,i}^{n+1} - \lambda_{i-1/2}^n \theta_{x,i}^{n+1}) - m \theta_{x,i}^{n+1} + \mathcal{G} \theta_{xx,i}^n, i = \overline{1, N-1}; \\ \frac{\theta_N^{n+1} - \theta_N^n}{\tau} = -\frac{2\varepsilon_\theta}{h} \lambda_{N-1/2}^n \theta_{x,N}^{n+1} - m \theta_{x,N}^{n+1}, \theta_i^0 = \theta_0; \theta_0^n = \theta_0^{n+1} = \theta_1; \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{s_i^{n+1} - s_i^n}{\tau} = \frac{\varepsilon_c}{h} (a_{i+1/2}^n u_{x,i}^{n+1} - a_{i-1/2}^n u_{x,i}^{n+1}) - b_{x,i}^{n+1}, i = \overline{1, N-1}, n = 0, 1, 2, \dots; \\ \frac{h}{2} \frac{s_0^{n+1} - s_0^n}{\tau} = 1 + \varepsilon_c a_{1/2}^n u_{x,1}^{n+1} - b_{1/2}^{n+1}; s_i^0 = 0, i = \overline{0, N}; \\ \frac{h}{2} \frac{s_N^{n+1} - s_N^n}{\tau} = -\varepsilon_c a_{N-1/2}^n u_{x,1}^{n+1} - \frac{(b_N^{n+1} - b_{N-1}^{n+1})}{2}; \end{cases} \quad (6)$$

в разностных уравнениях для коэффициентов в дробных узлах применялась аппроксимация —  $f_{i+1/2}^n = f((s_{i+1}^n + s_i^n)/2, (\theta_{i+1}^n + \theta_i^n)/2)$ . С целью улучшения аппроксимации уравнения для температуры, конвективное слагаемое мы приближали центральной разностью, при этом в связи с малостью коэффициента температуропроводности в разностное уравнение добавлена искусственная вязкость с коэффициентом  $\mathcal{G} = mh/4,5$ . Разностные системы (5)–(6) решались последовательно: полученное из (5) значение температуры применялось при решении (6). Системы (5)–(6) решались методом правой прогонки. Для нелинейных функций  $b(s, \theta)$  и  $u(s, \theta)$  применялась линеаризация по Ньютону:

$$f(s_i^{n+1}, \theta_i^{n+1}) = f(s_i^n, \theta_i^{n+1}) + \frac{df(s_i^n, \theta_i^{n+1})}{ds} \cdot (s_i^{n+1} - s_i^n).$$

Схемы для каждого уравнения неявные, но их последовательное решение вносит элемент явности в решения систем (5)–(6). Эту особенность мы учитывали при выборе временного шага для устойчивого счета и лучшей сходимости итерационного процесса.

На каждом временном шаге контролировалась обводненность пласта  $\eta(t) = 100\% \cdot \int_0^1 s(x, t) dx$ . Рассчитывалась также разность  $\Delta\eta(t) = \eta_k(t) - \eta_\theta(t)$ , где  $\eta_k(t)$  — обводненность по классической МЛ модели, а  $\eta_\theta(t)$  — обводненность по МЛТ модели, отслеживалось также положение  $x_c(t)$  — фронтовой водонасыщенности в БЛ модели  $s_c$ , которая определяется решением нелинейного уравнения:  $\frac{db_s(s_c, 0)}{ds} = \frac{b(s_c, 0)}{s_c}$ .

В работе использованы модельные параметры:  $k_1 = s^2$ ,  $k_2 = (1 - s)^2$ ,  $j(s) = C_1 - C_1 s^\xi + (1 - C_1)(1 - s)^\omega$ ,  $C_1 = 0,5$ ,  $\xi = \omega = 5$ ,  $\varepsilon_\theta = 10^{-6}$ ,  $m_0 = 0,25$ ,  $\mu_2 = \mu_{2max} + (\mu_{2min} - \mu_{2max})\theta$ ,  $\sigma = \sigma_{max} + (\sigma_{min} - \sigma_{max})\theta$ ,  $\sigma_{max} = 1$ ,  $\mu_{2max} = 1$ ,  $\lambda_1 = 0,644$  Вт/(м · К),  $\lambda_2 = 0,08$  Вт/(м · К),  $\lambda_3 = 2,40$  Вт/(м · К),  $\rho_1 = 1\ 000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_2 = 950$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_3 = 4\ 216$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{p1} = 4\ 071$  Дж/(кг · К),  $c_{p2} = 2\ 100$  Дж/(кг · К),  $c_{p3} = 920$  Дж/(кг · К),  $S_1^0 = S_2^0 = 0,1$ . В силу выбора обезразмеривания величина  $\mu_1$  будет выражать отношение вязкости воды к вязкости нефти при  $\theta_0$ .

С точки зрения разработки нефтяных месторождений основной критерий классификации нефтей — это вязкость. Именно вязкость нефти определяет наиболее эффективный способ разработки месторождения и эффективность применения МУН. Классификация нефтей по вязкости, утвержденная Минприроды России, приведена в таблице<sup>1</sup>. Отметим, что для сверхвязких нефтей уравнения (1) будут не актуальны. В данной работе маловязкие нефти и нефти с повышенной вязкостью рассматриваются совместно. В силу выбора обезразмеривания тип нефти в уравнении (2) будет определяться через параметр  $\mu_1$  (см. таблицу, третий столбец).

#### Классификация нефти по вязкости

Тип нефти	Диапазон вязкости нефти $\mu_o$ , мПа · с	Диапазон параметра $\mu_1$
С незначительной вязкостью	До 5	Больше 0,2
Маловязкие	5–10	0,1–0,2
С повышенной вязкостью	10–30	0,0333–0,1
Высоковязкие	30–200	0,005–0,0333
Сверхвязкие	Больше 200	Меньше 0,005

#### Особенности влияния температуры на решения задачи вытеснения

На всех представленных ниже рисунках тонкими линиями обозначены результаты контрольного расчета по МЛ модели, тонкими линиями с точками — температурные профили.

Закачка горячей воды или пара моделировалась заданием  $\theta_1 = 1$ ,  $\theta_0 = 0$ . На рисунках 1–3 приведены решения (помечены темными ромбиками) для разного типа нефтей в случае зависимости от температуры только вязкости нефти, при следующих параметрах:  $\sigma = 1$ ,  $\varepsilon_c = 0,1$ . Параметры  $\mu_o$  и  $\mu_{2min}$  были взяты разными для разного типа нефтей: для рисунка 1 —  $\mu_o = 1$  мПа · с и  $\mu_{2min} = 0,2$  (нефть с незначительной вязкостью); для рисунка 2 —  $\mu_o = 10$  мПа · с и  $\mu_{2min} = 0,2$  (маловязкая нефть и нефть с повышенной вязкостью); для рисунка 3 —  $\mu_o = 100$  мПа · с и  $\mu_{2min} = 0,05$  (высоковязкая нефть). Перед температурным фронтом образуется зона пониженной водонасыщенности, а после температурного фронта — дополнительный фронт вытеснения [12, 13]. Из рисунков 1–3 видно, что с увеличением вязкости нефти амплитуда дополнительного фронта вытеснения растет.

<sup>1</sup> Распоряжение Минприроды России от 01.02.2016 № 3-р (ред. от 19.04.2018) «Об утверждении методических рекомендаций по применению Классификации запасов и ресурсов нефти и горючих газов, утвержденной приказом Министерства природных ресурсов и экологии Российской Федерации от 01.11.2013 № 477» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_253923/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_253923/).

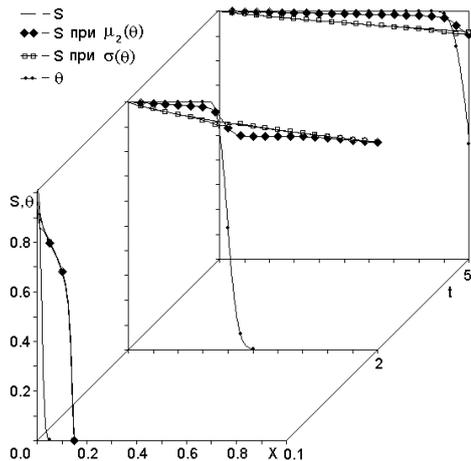


Рис. 1. Распределение  $(s, \theta)$  при вытеснении нефти с незначительной вязкостью горячей водой,  $\mu_o = 1 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ ,  $\epsilon_c = 0,1$

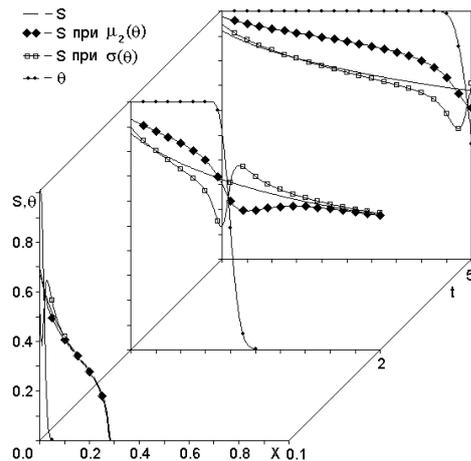


Рис. 2. Распределение  $(s, \theta)$  при вытеснении маловязкой нефти горячей водой,  $\mu_o = 10 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ ,  $\epsilon_c = 0,1$

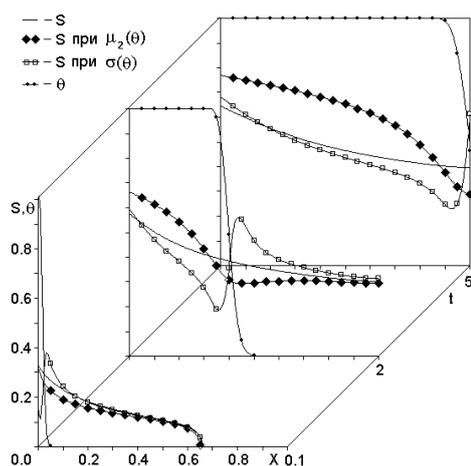


Рис. 3. Распределение  $(s, \theta)$  при вытеснении высоковязкой нефти горячей водой,  $\mu_o = 100 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ ,  $\epsilon_c = 0,1$

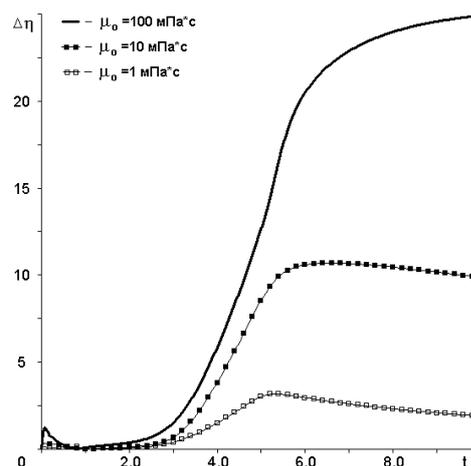


Рис. 4. Распределение  $\Delta\eta(t)$  при вытеснении нефти горячей водой,  $\epsilon_c = 0,1$ , вязкость нефти зависит от температуры

В случае, когда от температуры зависит поверхностное натяжение  $\sigma$ , перед температурным фронтом образуется локальный максимум, а после температурного фронта — локальный минимум [12, 13]. На рисунках 1–3 приведены полученные решения (помечены светлыми квадратиками) при  $\sigma_{min} = 0,5$ ,  $\mu_2 = 1$ ,  $\epsilon_c = 0,1$ . Параметр  $\mu_o$  варьировался в соответствии с типом вытесняемой нефти. Из рисунков следует, что с увеличением вязкости нефти  $\mu_o$  растут величины локальных максимумов-минимумов. В связи с тем, что для нефти с незначительной вязкостью температурные эффекты малы, далее сравниваются мало-вязкая нефть и высоковязкая нефть.

На рисунке 4 приведены  $\Delta\eta(t)$  для вариантов зависимости вязкости нефти от  $\theta$ . Из рисунков 1–4 видно, что на увеличение нефтеотдачи наиболее интенсивно воздействует уменьшение вязкости нефти при увеличении температуры.

### Влияние капиллярного параметра $\varepsilon_c$ на решения МЛТ модели

На рисунке 5 представлены графики  $(s, \theta)$  при решении задачи вытеснения маловязкой нефти горячей водой с параметрами  $\sigma_{min} = 0,5$ ,  $\mu_{2min} = 0,2$ , и  $\mu_o = 10$  мПа · с. Соответствующие обводненности  $\eta(t)$  приведены на рисунке 6. На рисунке 7 и 8 выведены графики  $(s, \theta, \eta)$  при вытеснении высоковязкой нефти горячей водой с параметрами  $\sigma_{min} = 0,5$ ,  $\mu_{2min} = 0,05$ , и  $\mu_o = 100$  мПа · с. Сравнив рисунки 5–8, можно заметить, что увеличение капиллярного параметра  $\varepsilon_c$  ослабляет температурные эффекты в решении  $s(x, t)$ , связанные с вариацией вязкости нефти. В то же время особенности решения  $s(x, t)$ , связанные с зависимостью  $\sigma$  от  $\theta$ , проявляются сильнее. При больших значениях  $\varepsilon_c$  вместо дополнительного фронта вытеснения образуется зона с повышенным нефтесодержанием, а зона выполаживания перед температурным фронтом преобразуется в максимум водонасыщенности. На рисунке 6 показано разделение графиков обводненности  $\eta(t)$  для разных  $\varepsilon_c$  на 4 участка:

- 1)  $0 \leq t \leq t_1$  — обводненности с графической точностью совпадают;
- 2)  $t_1 \leq t \leq t_2$  — за счет подхода области изменения водонасыщенности по сравнению с МЛ моделью, обводненность пласта по МЛТ модели растет либо быстрее (за счет выполаживания перед температурным фронтом в случае  $\mu_2(\theta)$ ), либо медленнее (за счет максимума водонасыщенности в случае  $\sigma(\theta)$ );
- 3)  $t_2 \leq t \leq t_3$  — приход температурного фронта и резкий рост обводненности;
- 4)  $t_3 \leq t \leq \infty$  — обводненности по МЛТ и по МЛ модели растут сопоставимо.

Из анализа графиков 5 и 8 легко видеть, что эффективность использования тепла при больших скоростях вытеснения (то есть малых  $\varepsilon_c$ ) выше, чем при малых скоростях вытеснения.

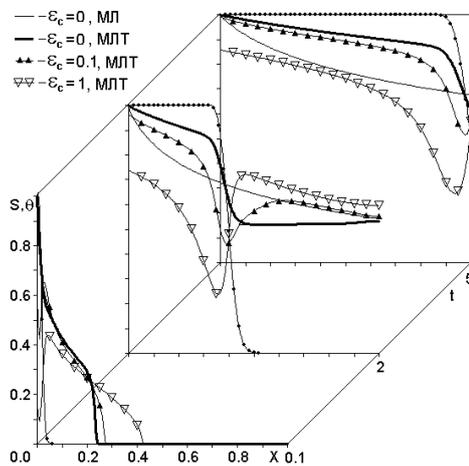


Рис. 5. Распределения  $(s, \theta)$  при вытеснении маловязкой нефти горячей водой,  $\mu_o = 10$  мПа · с,  $\mu_{2min} = 0,2$ ,  $\sigma_{min} = 0,5$ , вариация  $\varepsilon_c$

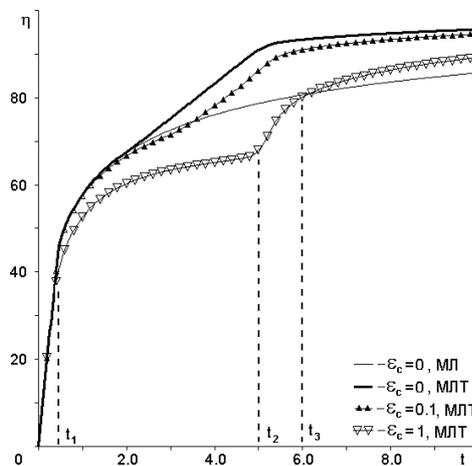


Рис. 6. Графики  $\eta(t)$  при вытеснении маловязкой нефти горячей водой,  $\mu_{2min} = 0,2$ ,  $\sigma_{min} = 0,5$ ,  $\mu_o = 10$  мПа · с, вариация  $\varepsilon_c$

Отметим также, что подобное понижение водонасыщенности с притоком нефти в окрестность точки  $x = 0$  характерно для процессов ПТОС (паротепловая обработка скважин) [2]. В процессе ПТОС расход воды небольшой (значит  $\varepsilon_c$  большое) и сочетается с термокапиллярной пропиткой пласта.

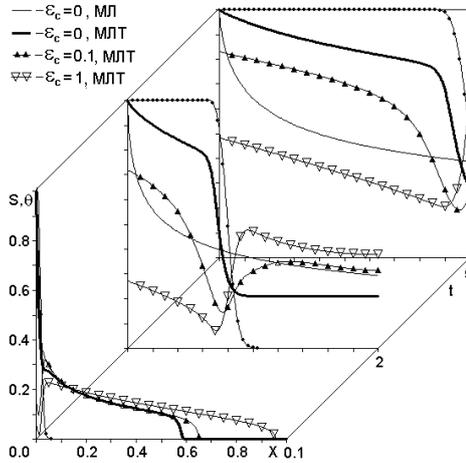


Рис. 7. Графики  $(s, \theta)$  при вытеснении высоковязкой нефти горячей водой,  $\mu_{2min} = 0,05$ ,  $\sigma_{min} = 0,5$ ,  $\mu_o = 100$  мПа · с, вариация  $\varepsilon_c$

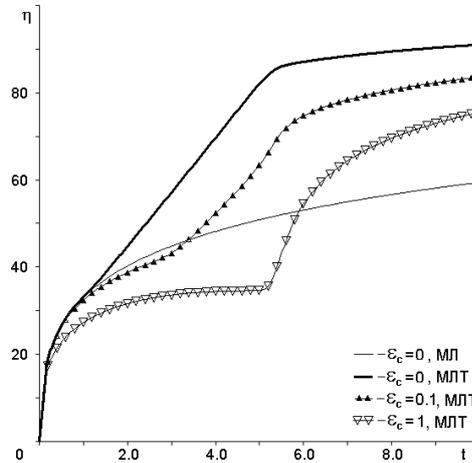


Рис. 8. Графики  $\eta(t)$  при вытеснении высоковязкой нефти горячей водой,  $\mu_{2min} = 0,05$ ,  $\sigma_{min} = 0,5$ ,  $\mu_o = 100$  мПа · с, вариация  $\varepsilon_c$

### Использование разных представлений функций $k_f(s)$

Влияние различного вида фазовых проницаемостей на решение  $s(x, t)$  в изотермическом случае исследовалось во многих работах, например [16, 17], в данной работе изучается влияние  $k_f(s)$  на неизоотермическое решение.

Первая серия расчетов была проведена при использовании  $k_2(s) = (1-s)^2$ , а фазовая проницаемость по воде, следуя работе [18], рассчитывалась по формуле  $k_1(s) = s^\gamma$ ,  $\gamma \in [1;5]$ . На рисунке 9 приведена серия графиков разницы обводненностей  $\Delta\eta(t)$  для случая высоковязкой нефти при разных  $\gamma$ . Из данного графика можно определить следующие тенденции:

- эффективность заводнения горячей водой уменьшается при увеличении  $\gamma$ , наибольшая эффективность при  $\gamma = 1$ ;
- графики  $\Delta\eta(t)$  при  $\gamma > 1$  расположены последовательно, увеличение параметра  $\gamma$  уменьшает максимум графика;
- график  $\Delta\eta(t)$  при  $\gamma = 1$  ведет себя иначе, до момента  $t \approx 5,6$  график расположен ниже остальных вариантов, при  $t > 5,6$  резко возрастает и опережает остальные варианты.

Вторая серия расчетов была проведена с использованием  $k_f(s) = s^2$ , а функция  $k_2(s) = (1-s)^\beta$  рассчитывалась с различными  $\beta \in [1;5]$ . На рисунке 10 приведена полученная серия графиков разницы обводненностей  $\Delta\eta(t)$  при разных  $\beta$ . Из рисунка 10 легко увидеть следующие закономерности:

- эффективность заводнения горячей водой уменьшается при увеличении  $\beta$ , наибольшая эффективность при  $\beta = 1$ ;

- графики  $\Delta\eta(t)$  пересекаются в точках расположенных правее  $t > 5,5$ ;
- графики  $\Delta\eta(t)$  до  $t < t_\beta$  расположены последовательно, чем больше  $\beta$ , тем график расположен выше, при  $t > t_\beta$  расположение меняется на обратное.

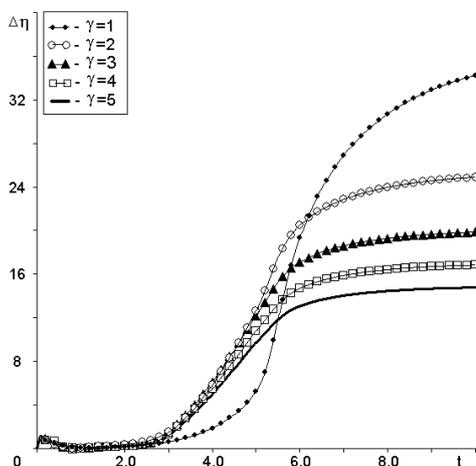


Рис. 9. Распределения  $\Delta\eta(t)$  при разных  $\gamma$  и  $\varepsilon_c = 0,1$ ,  $\mu_o = 100$  мПа · с,  $\sigma = 1$ ,  $\mu_{2min} = 0,05$

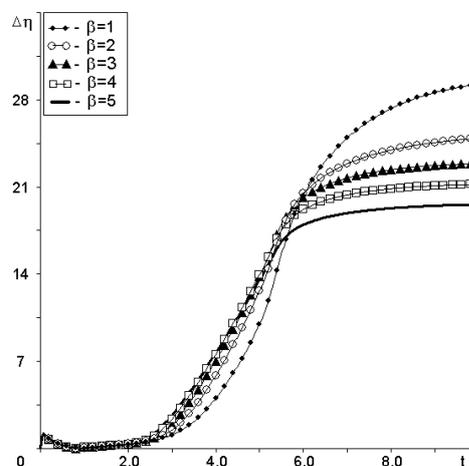


Рис. 10. Распределения  $\Delta\eta(t)$  при разных  $\beta$  и  $\varepsilon_c = 0,1$ ,  $\mu_o = 100$  мПа · с,  $\sigma = 1$ ,  $\mu_{2min} = 0,05$

### Использование разных представлений функции Леверетта $j(s)$

Условие корректности традиционных краевых задач для уравнения (1) накладывает только одно требование — монотонность  $j(s)$ ,  $dj(s)/ds \leq 0$  [11]. Вид функции Леверетта определяется по натурным или экспериментальным данным. Наиболее интересны случаи с участком, на котором  $dj(s)/ds = 0$ .

Если размер пор неодинаков (неоднородный пласт), необходима дополнительная сила выталкивания для миграции углеводородов в мелкие поры, и поэтому форма кривой  $j(s)$  будет более пологой (рис. 11, толстая линия, вариант 1). Если размер пор «средний» и однороден, то порода быстро заполняется углеводородами после превышения давления вытеснения, а  $j(s)$  образует «L»-образную форму (см. рис. 11, темные треугольники, вариант 2). И последний вариант: поры однородные и мелкие (см. рис. 11, светлые треугольники, вариант 3)<sup>2</sup>. Легко видеть, что формула  $j(s) = C_1 - C_1 s^\xi + (1 - C_1)(1 - s)^\omega$  описывает все эти случаи:

- 1) варианту 1 будет соответствовать  $C_1 = 0,5$ ;  $\xi = \omega = 5$ ;
- 2) варианту 2 —  $C_1 = 0,01$ ;  $\xi = \omega = 10$ ;
- 3) варианту 3 —  $C_1 = 0,5$ ;  $\xi = \omega = 10$ .

В данной работе уже использовалась функция Леверетта с параметрами варианта 1, поэтому далее рассмотрим варианты 2 и 3.

Расчеты с вариантами 2 и 3 приведены на рисунке 12. Из рисунка видно, что для варианта 2 характерны особенности решения  $s(x, t)$ :

- отсутствие структуры минимум-максимум. Это объясняется тем, что  $dp(s, \theta)/d\theta$  мало, либо равно 0;
- дополнительный тепловой фронт вытеснения ярко выражен.

<sup>2</sup> petroleumengineers.ru/sites/default/files/7.\_capillary\_pressure\_rus\_ok.ppt [Электронный ресурс].

В то же время для варианта 3 характерны другие особенности:

- хорошо выражена структура минимум-максимум.
- дополнительный тепловой фронт слабо выражен и сильно размазан.

Вариант 1 является промежуточным между вариантами 2 и 3.

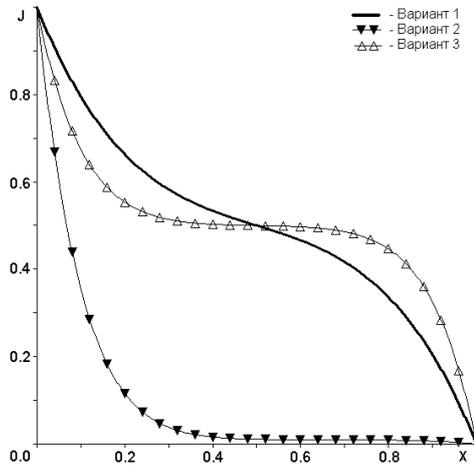


Рис. 11. Варианты функции Леверетта  $j(s)$

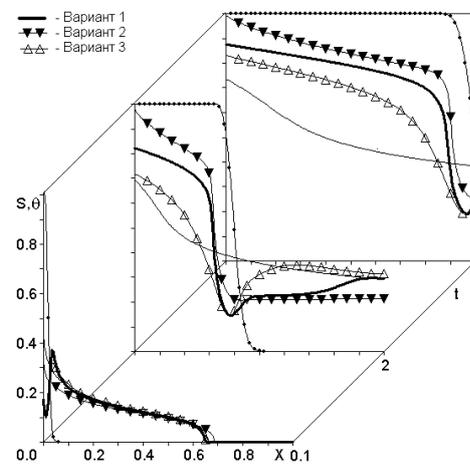


Рис. 12. Графики  $(s, \theta)$  при вытеснении высоковязкой нефти горячей водой,  $\mu_{2min} = 0,05$ ,  $\sigma_{min} = 0,5$ ,  $\mu_o = 100$  мПа · с, вариация функции  $j(s)$

### Выводы

Вытеснение горячей водой высоковязкой нефти является эффективным МУН. Если в случае маловязкой нефти нефтеотдача увеличивается всего на несколько процентов, то для высоковязкой нефти термозаводнение увеличивает нефтеотдачу на десятки процентов. Для увеличения эффективности термозаводнения необходимо закачивать горячую воду с минимально возможным капиллярным параметром  $\epsilon_c$ , что, в частности, возможно с увеличением  $Q_0$ . Кроме того, высокая скорость фильтрации ( $\sim Q_0$ ) уменьшает суммарные потери тепла через кровлю и подошву пласта. Как показывают численные эксперименты, для адекватного моделирования термозаводнения кроме учета вариации вязкости нефти необходимо учитывать капиллярные эффекты и изменения относительных фазовых проницаемостей в процессе эксплуатации нефтяного месторождения. Данные выводы получены в случае постоянных остаточных насыщенныхностей.

### Библиографический список

1. Алишаев М. Г., Розенберг М. Д., Теслюк Е. В. Неизотермическая фильтрация при разработке нефтяных месторождений / Под ред. Г. Г. Вахитова. – М.: Недра, 1985. – 271 с.
2. Байбаков Н. К., Гарушев А. Р. Тепловые методы разработки нефтяных месторождений. – М.: Недра, 1977. – 238 с.
3. Бадалянц Г. А. Огаджанянц В. П. Исследование влияния температуры на содержание связанной воды в пористых средах // Исследование в области разработки нефтяных месторождений и гидродинамики пласта: сб. науч. тр. Вып. 57. – М: ВНИИ Нефтегаз, 1976. – С. 43–46.

4. Боксерман А. А., Якуба С. И. Численное исследование процесса вытеснения нефти паром // Механика жидкости и газа. – 1987. – № 4. – С.78–84.
5. Боксерман А. А., Якуба С. И. О расчетах процесса вытеснения нефти оторочками пара / Тр. ВНИИнефть. – 1977. – Вып. 61. – С. 76–85.
6. Булыгин В. Я. Гидромеханика нефтяного пласта. – М.: Недра, 1974. – 230 с.
7. Булыгин В. Я., Локотунин В. А. Исследование неизотермической фильтрации двухфазной жидкости // Численное решение задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости: сб. науч. тр. – Новосибирск, 1977. – С. 44–51.
8. Булыгин В. Я., Кожеватов Ю. И., Локотунин В. А. Расчеты процессов тепло- и массопереноса при вытеснении нефти водой // Численное решение задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости: сб. науч. тр. – Новосибирск, 1980. – С. 53–58.
9. Рубинштейн Л. И. Температурные поля в нефтяных пластах. – М.: Недра, 1972. – 276 с.
10. Чекалюк Э. Б. Термодинамика нефтяного пласта. – М.: Недра, 1965. – 238 с.
11. Бочаров О. Б., Монахов В. Н. Краевые задачи неизотермической двухфазной фильтрации в пористых средах // Динамика сплошной среды: сб. науч. тр. / ИГиЛ СО РАН. – 1988. – Вып. 86. – С. 47–59.
12. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. О некоторых особенностях неизотермической фильтрации несмешивающихся жидкостей // Теплофизика и аэромеханика. – 2002. – Т. 9, № 3. – С. 459–467.
13. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Численное исследование неизотермической фильтрации несмешивающихся жидкостей в гравитационном поле // Теплофизика и аэромеханика. – 2004. – Т. 11, № 2. – С. 281–290.
14. Бочаров О. Б., Телегин И. Г. Анализ влияния гравитационных сил на распределение водонасыщенности вблизи нефтяных скважин // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2011. – № 3. – С. 30–35.
15. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. – М.: Наука. – 1971. – 552 с.
16. Бочаров О. Б., Кузнецов В. В., Чехович Ю. В. О структуре решений задачи Раппопорта-Лиса // Динамика сплошной среды: сб. науч. тр. / Ин-т гидродинамики СО АН СССР. – Новосибирск. – 1988. – Вып. 85. – С. 13–21.
17. Грачев С. И., Хайруллин А. А., Хайруллин Аз. А. Аппроксимация относительных фазовых проницаемостей кубической параболой // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2012. – № 2. – С. 37–43.
18. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917–1967) / Отв. ред. П. Я. Полубаринова-Кочина. – М.: Наука, 1969. – 546 с.

#### References

1. Alishaev, M. G., Rozenberg, M. D., & Teslyuk, E. V. (1985). Neizotermicheskaya fil'tratsiya pri razrabotke neftyanykh mestorozhdeniy. Moscow, Nedra Publ., 271 p. (In Russian).
2. Baybakov, N. K., & Garushev, A. R. (1977). Teplovye metody razrabotki neftyanykh mestorozhdeniy. Moscow, Nedra Publ., 238 p. (In Russian).
3. Badalyants, G. A. & Ogadzhanyants, V. P. (1976). Issledovanie vliyaniya temperatury na sodержanie svyazannoy vody v poristyykh sredakh. Issledovanie v oblasti razrabotki neftyanykh mestorozhdeniy i gidrodinamiki plasta, (57). Moscow, VNII Neftegaz Publ., pp. 43-46.
4. Bokserman, A. A., & Yakuba, S. I. (1987). Chislennoe issledovanie protsessa vytesneniya nefti parom. Mekhanika zhidkosti i gaza, (4), pp. 78-84. (In Russian).
5. Bokserman, A. A., & Yakuba, S. I. (1977). O raschetakh protsessa vytesneniya nefti ot-rochkami para. Trudy VNIIneft', (61), pp. 76-85.
6. Bulygin, V. Ya. (1974). Gidromekhanika neftyanogo plasta. Moscow, Nedra Publ., 230 p. (In Russian).
7. Bulygin, V. Ya., & Lokotunin, V. A. (1977). Issledovanie neizotermicheskoy fil'tratsii dvukhfaznoy zhidkosti. Chislennoe reshenie zadach fil'tratsii mnogofaznoy neszhimayemoy zhidkosti. Novosibirsk, pp. 44-51. (In Russian).
8. Bulygin, V. Ya., Kozhevato, Yu. I., & Lokotunin, V. A. (1980). Raschety protsessov teplo- i massopere-nosa pri vytesnenii nefti vodoy. Chislennoe reshenie zadach fil'tratsii mnogofaznoy neszhimayemoy zhidkosti. Novosibirsk, pp. 53-58. (In Russian).
9. Rubinshteyn, L. I. (1972). Temperaturnye polya v neftyanykh plastakh. Moscow, Nedra Publ., 276 p. (In Russian).
10. Chekalyuk, E. B. (1965). Termodinamika neftyanogo plasta. Moscow, Nedra Publ., 238 p. (In Russian).

11. Bocharov, O. B., & Monakhov, V. N. (1988). Kraevye zadachi neizotermicheskoy dvukhfaznoy fil'tratsii v poristyykh sredakh. *Dinamika sploshnoy sredy*, (86), pp. 47-59. (In Russian).
12. Bocharov, O. B., & Telegin, I. G. (2002). On some peculiarities of nonisothermal filtration of immiscible fluids. *Thermophysics and Aeromechanics*, 9(3), pp. 459-467. (In Russian).
13. Bocharov, O.B., & Telegin, I. G. (2004). Numerical study of non-isothermal filtration of immiscible fluid in gravitational field. *Thermophysics and Aeromechanics*, 11(2), pp. 281-290. (In Russian).
14. Bocharov, O.B., & Telegin, I. G. (2011). Analysis of gravity forces influence on water saturation distribution near the oil wells. *Higher Educational Institutions News. Neft' i Gas*, (3), pp. 30-35. (In Russian).
15. Samarskiy, A. A. (1971). *Vvedenie v teoriyu raznostnykh skhem*. Moscow, Nauka Publ., 552 p. (In Russian).
16. Bocharov, O. B., Kuznetsov, V. V., & Chekhovich, Yu. V. (1988). O strukture resheniy zadachi Rappoport-Lisa. *Dinamika sploshnoy sredy*, (85). Novosibirsk, pp. 13-21. (In Russian).
17. Grachev, S. I., Khairullin, A. A., & Khairullin, Az. A. (2012). Approximation of relative phase permeabilities by cubic parabola. *Higher Educational Institutions News. Neft' i Gas*, (2), pp. 37-43. (In Russian).
18. Polubarinova-Kochina, P. Ya. (Ed.) (1969). *Razvitie issledovaniy po teorii fil'tratsii v SSSR (1917-1967)*. Moscow, Nauka Publ., 546 p. (In Russian).

#### **Сведения об авторах**

**Бочаров Олег Борисович**, к. ф.-м. н., доцент, Новосибирский технологический центр АО «Бейкер Хьюз», г. Новосибирск

**Телегин Игорь Григорьевич**, к. ф.-м. н., доцент кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, e-mail: [igtelegin@yandex.ru](mailto:igtelegin@yandex.ru)

#### **Information about the authors**

**Oleg B. Bocharov**, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Novosibirsk Technology Center Baker Hughes JSC, Novosibirsk

**Igor G. Telegin**, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor at the Department of Development and Exploitation of Oil and Gas Fields, Industrial University of Tyumen, e-mail: [igtelegin@yandex.ru](mailto:igtelegin@yandex.ru)