

УДК 622.691.4

**Регрессионный анализ показателей численного эксперимента
по определению времени остывания нефти**

А. У. Якупов*, Д. А. Черенцов, К. С. Воронин, Ю. Д. Земенков

Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, Россия

**e-mail: ya.yakupov-azamat@yandex.ru*

Аннотация. В работе выполнена обработка результатов компьютерного эксперимента по определению времени остывания нефти в остановленном нефтепроводе. Авторами статьи в предыдущих работах была предложена расчетная модель, позволяющая смоделировать процесс остывания нефти.

Возникла необходимость проверить полученные ранее результаты при проведении лабораторного эксперимента на стенде с грунтом. Для проведения эксперимента необходимо было провести планирование эксперимента. Определены факторы, влияющие на время остывания нефти в нефтепроводе, которые будут варьироваться в предложенном эксперименте, установлены эмпирические зависимости. Проведены регрессионный анализ, проверка однородности дисперсий с помощью критерия Кохрена. Рассчитаны оценки дисперсий воспроизводимости. Выполнена проверка гипотезы адекватности по критерию Фишера. Установлены значимые коэффициенты регрессии.

Ключевые слова: регрессионный анализ; адекватность модели; обработка результатов эксперимента

**Regression analysis of indicators of a numerical experiment
to determine the cooling time of oil**

**Azamat U. Yakupov*, Dmitry A. Cherentsov, Konstantin S. Voronin,
Yuri D. Zemenkov**

Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

**e-mail: ya.yakupov-azamat@yandex.ru*

Abstract. The article performed the processing of the results of a computer experiment to determine the cooling time of oil in a stopped oil pipeline. We proposed a calculation model in previous works that allows you to simulate the process of cooling oil.

There was a need to verify the previously obtained results when conducting a laboratory experiment on a stand with soil. To conduct the experiment, it was necessary to conduct the planning of the experiment. The factors affecting the cooling time of oil in the oil pipeline, which will vary in the proposed experiment, are determined, empirical relationships are established. A regression analysis was carried out, and the dispersion homogeneity was checked using the Cochren criterion. The estimates of reproducibility variances are calculated. The adequacy hypothesis was tested using the Fisher criterion. Significant regression coefficients are established.

Key words: regression analysis; model adequacy; processing of experimental results

Введение

Ранее авторами статьи в работах [1–4] было проведено моделирование по определению степени влияния установленных термостабилизаторов на время остывания нефти в остановленном нефтепроводе. При моделировании были рассмотрены следующие условия: варианты установки термостабилизаторов различных производителей; разные диаметры нефтепроводов и толщины теплоизоляционного материала; изменялись температура и теплоемкость нефти; вид грунта с различной влажностью, при котором теплоемкость была зависимым от влажности грунта параметром и рассчитывалась согласно СП 25.13330.2012¹. Все результаты, полученные в ходе компьютерного моделирования, были проверены лабораторным экспериментом. Далее, на примерах рассмотрим особенности реализации этапов анализа результатов эксперимента, который может проводиться неоднократно.

Из-за большой трудоемкости и продолжительности лабораторного эксперимента необходимо применить планирование эксперимента [5–8] для проведения качественных и наименее затратных опытов. Осложняется эксперимент из-за невозможности поддерживать требуемые значения параметров в процессе лабораторного эксперимента, поэтому необходимо получить формулу, показывающую зависимость времени остывания от всех рассматриваемых параметров, а проверку провести с возможными для лабораторного эксперимента параметрами. Требуемая формула может иметь линейную, квадратичную связь параметров, а также может учитывать взаимовлияние. От выбранной формулы зависит точность рассчитываемого значения времени остывания.

Для этого проведем процедуру, основанную на обработке компьютерного эксперимента, конечной целью которой будет получение эмпирической формулы вида (1)

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1)$$

где y — значение функции, x_n — значения аргументов.

Формулы подбираются в пределах изменения величин x_n . Полученная эмпирическая формула позволит находить значения функции без решения зачастую громоздких уравнений, которые требуют применения численных методов решения. После нахождения простой и адекватной модели необходимо проводить регрессионный анализ. Реализация процедуры предполагает проведение эксперимента, зависящего от нескольких факторов. При решении задачи целесообразно воспользоваться методами планирования эксперимента [9–11]. Следуя им, перейдем от размерных величин к безразмерным, рассчитываемым по формуле (2).

$$\bar{p}_i = \frac{2 \cdot p_i - (p_{max} + p_{min})}{p_{max} - p_{min}}, \quad (2)$$

где p_i — параметр, который будет варьироваться на трех уровнях; $\bar{p}_i = (-1; 0; +1)$.

Компьютерное моделирование проводится в полном объеме, путем нахождения результата для каждого изменения параметра. В лабораторном эксперименте проверили полученную модель при варьировании диаметра трубопровода,

¹ СП 25.13330.2012. Основания и фундаменты на вечномёрзлых грунтах. – Введ. 2013-01-01. – М.: Строительство, 2013. – 109 с.

температуры продукта и толщины изоляции на трех уровнях. Этого достаточно для понимания характера поведения функции.

Факторы для компьютерного моделирования представлены в таблице 1.

Таблица 1

Характеристики факторов

Параметр	Условные обозначения, единица измерения	Величина
Температура нефти	$T, ^\circ\text{C}$	30, 40, 50
Диаметр нефтепровода	$D, \text{мм}$	377, 426, 530
Толщина изоляции	$b, \text{мм}$	100, 150, 200
Удельная теплоемкость нефти	$C, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	1 600, 2 100, 2 500
Влажность грунта	$w, \text{д.ед.}$	0,1; 0,15; 0,2

Значения температуры, удельной теплоемкости нефти были выбраны как наиболее вероятные значения при транспортировке высоковязкой нефти согласно [12]. Для выбранных, в соответствии с СП 25.13330.2012², значений влажности грунтов рассчитаны параметры теплопроводности и теплоемкости.

Для выбранных в таблице параметров было проведено компьютерное моделирование, где для каждого изменения параметра при неизменных остальных параметрах было найдено время остывания нефти в остановленном нефтепроводе. Полученные величины были разделены на две группы по [13–15]. Первую группу результатов используем для нахождения коэффициентов функции, вторую — для вычисления среднеквадратических отклонений остатков — разностей.

Моделирование процесса

Реализация процедуры проведения компьютерного эксперимента подразумевает варьирование пяти выбранных факторов на трех уровнях. Получается 243 возможных варианта. При составлении матрицы планирования эксперимента для недопущения систематической ошибки случайным образом выберем 81 вариант. Результаты некоторых значений представлены в таблице 2.

Таблица 2

Матрица планирования эксперимента

Номер варианта	Фактор				
	T	D	b	C	w
1	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00
2	-1,00	1,00	1,00	1,00	0,00
3	-1,00	1,00	0,00	-1,00	0,00
4	-1,00	-1,00	-1,00	0,00	-1,00
5	0,00	1,00	1,00	1,00	-1,00
6	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00

² Там же. – С. 78.

Обработку результатов эксперимента проводят согласно [7] по следующей схеме. Вначале проводят оценку дисперсий среднего арифметического по формуле (3)

$$S_i^2 = \frac{\sum_1^n (y_{iq} - \bar{y}_i)^2}{n \cdot (n - 1)}, \quad (3)$$

где n — число наблюдений в отдельном опыте; y_{iq} — результат отдельного наблюдения; \bar{y}_i — среднее арифметическое значение критерия (результат опыта).

Далее проводят проверку однородности дисперсий с помощью критерия Кохрена, который рассчитывается по формуле (4)

$$G = \frac{S_{imax}^2}{\sum_1^N S_i^2}, \quad (4)$$

где S_{imax}^2 — максимальное значение дисперсии.

Для оценки значимости коэффициентов уравнения регрессии необходимо рассчитать величину дисперсии, характеризующую ошибку воспроизводимости. Дисперсия воспроизводимости находится по формуле, предложенной в работах [7, 16, 17].

$$S_y^2 = \frac{\sum_1^N \sum_1^n (y_{iq} - \bar{y}_i)^2}{N \cdot (n - 1)}, \quad (5)$$

где N — число опытов; n — число наблюдений в отдельном опыте; y_{iq} — результат отдельного наблюдения; \bar{y}_i — среднее арифметическое значение критерия (результат опыта).

Следующим этапом необходимо проверить модель на адекватность. Проводится она после нахождения коэффициентов модели, для оценки ее пригодности. Показателем пригодности является критерий Фишера, если рассчитанное значение критерия не превышает табличного, то с соответствующей вероятностью модель можно считать адекватной. Для этого необходимо вычислить коэффициент Фишера по формуле (6)

$$F = \frac{S_{ад}^2}{S_y^2}, \quad (6)$$

где $S_{ад}^2$ — дисперсия адекватности, которая находится по формуле (7)

$$S_{ад}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2}{f}, \quad (7)$$

где \hat{y}_i — выходные параметры, рассчитанные по уравнению регрессии; f — число степеней свободы дисперсии адекватности, которая находится по формуле (8)

$$f = N - (k + 1), \quad (8)$$

где k — количество рассматриваемых параметров.

Оценка значимости коэффициентов регрессии связана с построением доверительных интервалов. Коэффициент уравнения регрессии значим, когда его абсолютная величина больше доверительного интервала.

Информация о значимости коэффициентов позволяет рассмотреть вопрос о возможности упрощения последующей работы путем отсеивания части факторов, более того, данная информация поможет при интерпретации математических моделей. Доверительные интервалы коэффициентов регрессии находятся по формуле (9)

$$\Delta b_i = \pm \frac{t \cdot S_y}{N}, \quad (9)$$

где t — критерий Стьюдента.

Экспериментальная часть

Рассмотрено несколько разных вариантов эмпирических уравнений и проведено сравнение линейной, квадратичной функций и взаимовлияние факторов по [18–20]. Для первого варианта функции рассмотрели линейную зависимость факторов по формуле (10)

$$t = x_0 + x_1 \cdot T + x_2 \cdot D + x_3 \cdot b + x_4 \cdot w + x_5 \cdot c, \quad (10)$$

где коэффициенты регрессии — x величины, которые будут характеризовать влияние соответствующего фактора на функцию.

Второй вариант с линейным влиянием, но без фактора w

$$t = x_0 + x_1 \cdot T + x_2 \cdot D + x_3 \cdot b + x_4 \cdot c. \quad (11)$$

Третий вариант линейного взаимовлияния факторов по формуле (12)

$$t = x_0 + x_1 \cdot T + x_2 \cdot D + x_3 \cdot b + x_4 \cdot c + x_5 \cdot T \cdot D + x_6 \cdot T \cdot b + x_7 \cdot T \cdot c + x_8 \cdot D \cdot b + x_9 \cdot D \cdot c + x_{10} \cdot b \cdot c. \quad (12)$$

Четвертый вариант с линейным и квадратичным влиянием факторов

$$t = x_0 + x_1 \cdot T + x_2 \cdot D + x_3 \cdot b + x_4 \cdot c + x_5 \cdot T^2 + x_6 \cdot D^2 + x_7 \cdot b^2 + x_8 \cdot c^2. \quad (13)$$

Пятый вариант с линейной, квадратичной функцией и с взаимовлиянием факторов

$$t = x_0 + x_1 \cdot T + x_2 \cdot D + x_3 \cdot b + x_4 \cdot w + x_5 \cdot c + x_6 \cdot T^2 + x_7 \cdot D^2 + x_8 \cdot b^2 + x_9 \cdot w^2 + x_{10} \cdot c^2 + x_{11} \cdot T \cdot D + x_{12} T \cdot b + x_{13} \cdot T \cdot w + x_{14} \cdot T \cdot c + x_{15} \cdot D \cdot b + x_{16} \cdot D \cdot w + x_{17} \cdot D \cdot c + x_{18} \cdot b \cdot w + x_{19} \cdot b \cdot c + x_{20} \cdot w \cdot c. \quad (14)$$

Шестой вариант с линейной, квадратичной функцией и с взаимовлиянием четырех факторов по формуле (15)

$$t = x_0 + x_1 \cdot T + x_2 \cdot D + x_3 \cdot b + x_4 \cdot c + x_5 \cdot T^2 + x_6 \cdot D^2 + x_7 \cdot b^2 + x_8 \cdot c^2 + x_9 \cdot T \cdot D + x_{10} \cdot T \cdot b + x_{11} \cdot T \cdot c + x_{12} \cdot D \cdot b + x_{13} \cdot D \cdot c + x_{14} \cdot b \cdot c. \quad (15)$$

Результаты эксперимента

Используя метод наименьших квадратов [15, 21] по результатам нескольких опытов, найдены значения коэффициентов регрессии, для первого варианта — по формуле (10). Результаты представлены в таблице 3.

Таблица 3

Величины факторов для первого варианта

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
180,04	39,20	44,86	29,67	-7,66	38,02

Результаты второго, третьего, четвертого, пятого и шестого вариантов представлены, соответственно, в таблицах 4–8.

Таблица 4

Величины факторов для второго варианта

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
180,46	38,91	45,03	29,96	37,68

Таблица 5

Величины факторов для третьего варианта

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
181,79	38,91	43,67	29,18	37,69	8,33
x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	
6,22	8,67	7,18	9,39	5,72	

Таблица 6

Величины факторов для четвертого варианта

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
177,77	38,80	45,19	30,81	37,17
x_5	x_6	x_7	x_8	
-6,09	16,98	-4,05	-2,45	

Таблица 7

Величины факторов для пятого варианта

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
171,84	39,06	43,94	29,68	-7,23	37,86
x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
-3,30	17,59	-1,71	2,53	0,17	9,35
x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}
6,32	-2,14	8,03	7,42	-1,67	9,86
x_{18}	x_{19}	x_{20}			
0,21	6,09	-1,38			

Таблица 8

Величины факторов для шестого варианта

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
173,79	38,8,	43,95	29,87	37,11
x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
-3,65	18,62	-1,79	-0,51	9,81
x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
6,66	8,22	7,70	9,15	6,01

Обсуждение

По величинам рассчитанных коэффициентов регрессии можно оценить влияние исследуемых параметров на получаемый результат.

Рассматривая коэффициенты регрессии формулы (10), можно сделать вывод, что параметры T , D , b , c оказывают большее влияние на скорость остывания, чем параметр w . Коэффициент регрессии влажности имеет отрицательный знак, это говорит о том, что при увеличении влажности скорость остывания будет увеличиваться.

Для подтверждения применимости уравнения мы провели расчеты по формулам (3)–(9). Полученное расчетное значение критерия Кохрена: $G = 841,66/4515,2 = 0,1864$ не превысило табличного значения 0,998, что говорит о том, что гипотеза об однородности дисперсий принимается. Мы проверили гипотезу адекватности модели по формулам (6)–(8) и определили коэффициент Фишера. Расчетное значение получилось равным $F = 60,202/4515,2 = 0,0157$, а табличное значение критерия Фишера по числу степени свободы числителя 75 и знаменателя 8 равно 1,3. Расчетная величина критерия не превышает табличного значения, гипотеза об адекватности модели подтвердилась. Оценка значимости коэффициентов регрессии показала, что значение коэффициента Стьюдента для уровня значимости 0,05 и числе степеней свободы 81 равна 1,99. Доверительный интервал по формуле (9) получился $\Delta b_i = \pm 1,99 \cdot 7,466 = 14,85$. Некоторые абсолютные величины коэффициентов регрессии меньше доверительного интервала.

Анализ полученных результатов показал, что эффекты взаимовлияния параметров T , b , c , w первого порядка и квадратичного влияния оказались незначимыми, их можно не учитывать. В эмпирическом уравнении необходимо оставить линейное влияние параметров T , b , c , w , D , и квадратичное влияние параметра D .

Выводы

Анализ вычисленных коэффициентов регрессии показал, что почти все эффекты взаимовлияния параметров первого порядка и квадратичного влияния оказались незначимы, их можно не учитывать, оставить необходимо только квадратичное влияние параметра D . Для получения результата необходимо оставить влияние грунта с линейным влиянием фактора.

Проведенная обработка полученного уравнения по результатам компьютерного эксперимента показала, что гипотезы об однородности дисперсий, об адекватности модели, о значимости коэффициентов регрессии подтвердились. Данное уравнение можно использовать.

Библиографический список

1. Оценка влияния сезонно-действующих охлаждающих устройств на время безопасной остановки нефтепровода / А. У. Якупов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2019. – № 3. – С. 120–126. DOI: 10.31660/0445-0108-2019-3-120-126
2. Влияние особенностей конструкций термостабилизаторов на время остывания нефти в остановленном нефтепроводе / А. У. Якупов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2019. – № 6. – С. 140–148. DOI: 10.31660/0445-0108-2019-6-140-148
3. Modernization of the individual device for temperature stabilization of the soil / K. S. Voronin // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 445. – Available at: <https://doi.org/10.1088/1757-899x/445/1/012011>.
4. Yakupov A. U., Voronin K. S., Cherentsov D. A. Temperature condition of a stopped underground oil pipeline // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – Vol. 663. – Available at: <https://doi.org/10.1088/1757-899x/663/1/012013>.
5. Хикс Ч. Основные принципы планирования эксперимента / Пер. с англ. Т. И. Голиковой [и др.]; под ред. В. В. Налимова. – М.: Мир, 1967. – 406 с.
6. Методологические основы научных исследований / В. Н. Кусков [и др.]. – Тюмень: Вектор Бук, 2005. – 287 с.
7. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 280 с.
8. Налимов В. В. Теория эксперимента. – М.: Наука, 1971. – 210 с.
9. Cochran W., Cox G. M. Experimental Designs. – 2nd edition. – New York: Wiley, 1960. – 640 p.

10. Протодьяконов М. М., Тедер И. И. Методика рационального планирования экспериментов. – М.: Наука, 1970. – 76 с.
11. Маркова Е. В., Лисенков А. Н. Планирование эксперимента в условиях неоднородностей. – М.: Наука, 1973. – 219 с.
12. Трубопроводный транспорт нефти и газа: учебник для вузов / Р. А. Алиев [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1988. – 368 с.
13. Применение метода группового учета аргументов для построения математических моделей технологических показателей / В. А. Владимиров [и др.] // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Серия «Информатика, Телекоммуникации, Управление». – 2009. – № 1 (72). – С. 86–96.
14. Ивахненко А. Г., Юрачковский Ю. П. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным. – М.: Радио и связь, 1987. – 120 с.
15. Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. – Киев: Наукова думка, 1982. – 290 с.
16. Румшинский Л. З. Математическая обработка результатов эксперимента. – М.: Наука, 1971. – 192 с.
17. Connor W. S., Young S. Fractional Factorial Designs for Experiments with Factors of two and three Levels. National Bureau of Standards. Applied Mathematics Series, 58. – 1961. – 65 p.
18. Налимов В. В. Применение математической статистики при анализе вещества. – М.: Физматгиз, 1960. – 431 с.
19. Айвазян С. А. Статистическое исследование зависимостей. – М.: Металлургия, 1966. – 227 с.
20. Яноши Л. Теория и практика обработки результатов измерений / Пер. с англ. Н. П. Клепикова. – М.: Мир, 1965. – 462 с.
21. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ / Пер. с англ., науч. ред. и предисл. Ю. П. Адлера и В. Г. Горского. – М.: Статистика, 1973. – 392 с.

References

1. Yakupov, A. U., Cherentsov, D. A., Voronin, K. S., & Zemenkov, Yu. D. (2019). Estimating the effect of seasonally-operating cooling devices during a safe stop of the oil pipeline. *Oil and Gas Studies*, (3), pp. 120-126. (In Russian). DOI: 10.31660/0445-0108-2019-3-120-126
2. Yakupov, A. U., Cherentsov, D. A., Voronin, K. S., & Zemenkov, Yu. D. (2019). The effect of structural features of heat stabilizers during the cooling time of oil in a stopped oil pipeline. *Oil and Gas Studies*, (6), pp. 140-148. (In Russian). DOI: 10.31660/0445-0108-2019-6-140-148
3. Voronin, K. S., Cherentsov, D. A., Yakupov, A. U., & Zemenkov, Yu. D. (2018). Modernization of the individual device for temperature stabilization of the soil. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 445. (In English). Available at: <https://doi.org/10.1088/1757-899x/445/1/012011>
4. Yakupov, A. U., Voronin, K. S., & Cherentsov, D. A. (2019). Temperature condition of a stopped underground oil pipeline. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 663. (In English). Available at: <https://doi.org/10.1088/1757-899x/663/1/012013>
5. Hicks, Ch. R. (1964). *Fundamental concepts in the design of experiments*. Austin, Texas, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 293 p. (In English).
6. Kuskov, V. N., Potemina, T. P., Zemenkov, Yu. D., Prokhorov, A. D., & Shalay, V. V. (2005). *Metodologicheskie osnovy nauchnykh issledovaniy*. Tyumen, Vektor Buk Publ., 287 p. (In Russian).
7. Adler, Yu. P., Markova, E. V., & Granovskiy, Yu. V. (1976). *Planirovanie eksperimenta pri poiske optimal'nykh usloviy*. Moscow, Nauka Publ., 280 p. (In Russian).
8. Nalimov, V. V. (1971). *Teoriya eksperimenta*. Moscow, Nauka, 210 p. (In Russian).
9. Cochran, W., & Cox, G. M. (1960). *Experimental Designs*. 2nd edition. New York, Wiley, 640 p. (In English).
10. Protod'yakonov, M. M., & Teder, I. I. (1970). *Metodika ratsional'nogo planirovaniya eksperimentov*. Moscow, Nauka, 76 p. (In Russian).
11. Markova, E. V., & Lisenkov, A. N. (1973). *Planirovanie eksperimenta v usloviyakh neodnorodnostey*. Moscow, Nauka Publ., 219 p. (In Russian).
12. Aliiev, R. A., Belousov, V. D., Nemudrov, A. G., Yufin, V. A., & Yakovlev, E. I. (1988). *Truboprovodnyy transport nefi i gaza*. 2nd edition revised and expanded. Moscow, Nedra Publ., 368 p. (In Russian).

13. Vladimirov, V. A., Djadkov, S. N., Porshnev, S. V., & Fridman, I. S. (2009). Application of a method of the group account of arguments for construction of mathematical models of technological indicators. *Computing, Telecommunication and Control (St. Petersburg Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems)*, (1(72)), pp. 86-96. (In Russian).
14. Ivakhnenko, A. G., & Yurachkovskiy, Yu. P. (1987). *Modelirovanie slozhnykh sistem po eksperimental'nym dannym*. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 120 p. (In Russian).
15. Ivakhnenko, A. G. (1982). *Induktivnyy metod samoorganizatsii modeley slozhnykh sistem*. Kiev, Naukova dumka Publ., 290 p. (In Russian).
16. Rumshinskiy, L. Z. (1971). *Matematicheskaya obrabotka rezul'tatov eksperimenta*. Moscow, Nauka Publ., 192 p. (In Russian).
17. Connor, W. S., & Young, S. (1961). *Fractional Factorial Designs for Experiments with Factors of two and three Levels*. National Bureau of Standards. *Applies Mathematics Series*, 58, 65 p. (In English).
18. Nalimov, V. V. (1960). *Primenenie matematicheskoy statistiki pri analize veshchestva*. Moscow, Fizmatgiz Publ., 431 p. (In Russian).
19. Ayvazyan, S. A. (1966). *Statisticheskoe issledovanie zavisimostey*. Moscow, Metallurgiya Publ., 227 p. (In Russian).
20. Janossy, L. (1965). *Theory and practice of the evaluation of measurements*. 1st edition. Oxford, Clarendon Press, 482 p. (In English).
21. Draper, N. R., & Smith, H. (1998) *Applied regression analysis*. 3rd edition. John Wiley & Sons, Inc., 736 p. (In English). DOI: 10.1002/9781118625590

Сведения об авторах

Якупов Азамат Ульфатович, аспирант кафедры транспорта углеводородных ресурсов, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, e-mail: ya.yakupov-azamat@yandex.ru

Черенцов Дмитрий Андреевич, к. т. н., доцент кафедры транспорта углеводородных ресурсов, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

Воронин Константин Сергеевич, к. т. н., доцент кафедры транспорта углеводородных ресурсов, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

Земенков Юрий Дмитриевич, д. т. н., профессор, заведующий кафедрой транспорта углеводородных ресурсов, Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

Information about the authors

Azamat U. Yakupov, Postgraduate at the Department of Transportation of Hydrocarbon Resources, Industrial University of Tyumen, e-mail: ya.yakupov-azamat@yandex.ru

Dmitry A. Cherentsov, Candidate of Engineering, Associate Professor at the Department of Transportation of Hydrocarbon Resources, Industrial University of Tyumen

Konstantin S. Voronin, Candidate of Engineering, Associate Professor at the Department of Transportation of Hydrocarbon Resources, Industrial University of Tyumen

Yuri D. Zemenkov, Doctor of Engineering, Professor, Head of the Department of Transportation of Hydrocarbon Resources, Industrial University of Tyumen